

NOVA

NATUURKUNDE

4 HAVO

MAX METHODE NATUURKUNDE

NAAM:

KLAS:

MALMBERG

NOVA

NATUURKUNDE

4 HAVO

Auteurs
Rick Cremers
Louis Lenders
François Molin

Eindredactie
Emile Verstraelen

Met medewerking van
Fons Alkemade
Bart-Jan van Lierop

Editie 2018
Malmberg 's-Hertogenbosch

www.nova-malmberg.nl

Inhoudsopgave

*keuzestof schoolexamen

Voorwoord

Nova is op zo'n manier opgebouwd, dat je de stof vanuit verschillende invalshoeken kunt benaderen. Elk hoofdstuk bestaat namelijk uit drie delen:
P: de praktijk; voorbeelden van toepassingen van de theorie.
T: de theorie; uitleg over natuurkundige concepten, modellen en experimenten. Aan het begin van iedere paragraaf staan leerdoelen vermeld. Deze zijn afgeleid van de eindtermen uit de syllabus, waarin staat wat je voor je centraal examen allemaal moet kennen.
M: de maatschappij; waarom is kennis van de theorie belangrijk voor jou, als onderdeel van die maatschappij?
Bij alle drie de delen horen opdrachten.

Jouw eigen werkwijze

Je begint elk hoofdstuk met enkele digitale oriënterende opdrachten. Vanzelfsprekend bepaal je samen met je docent hoe je de stof uit het hoofdstuk daarna gaat behandelen. Je kunt op verschillende manieren met *Nova* werken.

1. Vind je het belangrijk om eerst de **theoretische concepten** te bestuderen, om daarna te kijken hoe die theorie in de praktijk en de maatschappij wordt gebruikt? In dat geval begin je met het T-deel en doe je daarna het P-deel en een M-deel.
2. Ben je vooral geïnteresseerd in **toepassing**, begin dan met het P-deel. Daarna doe je het T-deel en een M-deel.
3. Wanneer je interesse vooral uitgaat naar het belang van natuurkunde voor de **maatschappij**, begin dan met een van de M-delen. De M-delen worden uitsluitend digitaal aangeboden. Vervolgens doe je het P-deel of ga je direct naar het T-deel

Iedereen sluit af met het beantwoorden van de eindopdracht aan het einde van het T-deel. Indien je de theorie voldoende beheerst, moet je de opdrachten van het P-deel kunnen maken.

Opdrachten

De opdrachten kennen een verschillende opbouw. Voor sommige opdrachten staat een **+**. Dat zijn extra pittige opdrachten. In een aantal paragrafen zijn examenopgaven opgenomen. Soms zijn ze bewerkt ('*naar*'), soms zijn ze letterlijk overgenomen ('*bron*'). Zo word je goed voorbereid voor het examen. Als er een ⌛ staat, heb je te maken met een opdracht uit de natuurkunde-olympiade. Bij havo komt dat zelden voor, bij vwo gebeurt dat vaker. Dit zijn in het algemeen pittige opgaven.

Oefenen

Was je in staat de opdrachten van het P-deel op te lossen, maar wil je toch nog kijken of je de stof echt beheerst? Maak dan de **Test jezelf**. Besef dat de **onthoud!** aan het einde van de paragraaf slechts dient om de kern van de paragraaf nog eens aan te geven. Deze samenvattingen volstaan NIET om een toets voor te bereiden.

Wij wensen je succes en plezier met *Nova*!

De auteurs



HOOFDSTUK 1

Beweging

Verkeer, sport, ruimtevaart, zomaar een aantal onderwerpen waarbij alles draait om beweging. Bij een sprint wil je de grootst mogelijke snelheid behalen, bij een marathon wil je juist zo lang mogelijk een snelheid handhaven. In het verkeer kom je borden met snelheidsbeperkingen tegen en zijn er voorschriften voor maximumsnelheden van bijvoorbeeld scooters. Beweging is ook een belangrijk onderwerp in de natuurkunde. In dit hoofdstuk kom je meer te weten over de manieren waarop je bewegingen kunt meten en beschrijven.

Praktijk

Theorie

Maatschappij

Praktijk

Vallen en glijden

Waarschijnlijk heb je weleens een filmpje gezien waarin een groot aantal parachutisten 'in formatie' springt, in de vorm van een cirkel, bloem of ster. De kick van de parachutisten zit hem erin een bijzondere of grote figuur te vormen tijdens de sprong. De parachute zorgt ervoor dat elke deelnemer veilig landt. Maar hoe werkt zo'n parachute nou precies?



Een eeuwenoud ontwerp

Al in 1483 is door Leonardo Da Vinci een ontwerp voor een parachute gemaakt (figuur 1), maar dat ontwerp werd voor zover bekend nooit getest. Het zou nog bijna driehonderd jaar duren voordat de parachute voor het eerst echt werd gebruikt. Op 22 oktober 1779 maakte de Fransman André-Jacques Garnerin vanuit een luchtballon de eerste parachutesprong. Lange tijd werd parachutespringen vooral als stuntwerk en waaghalzerij gezien. Pas tijdens de Eerste Wereldoorlog, begin vorige eeuw, werd de parachute als reddingsmiddel voor piloten in gebruik genomen.

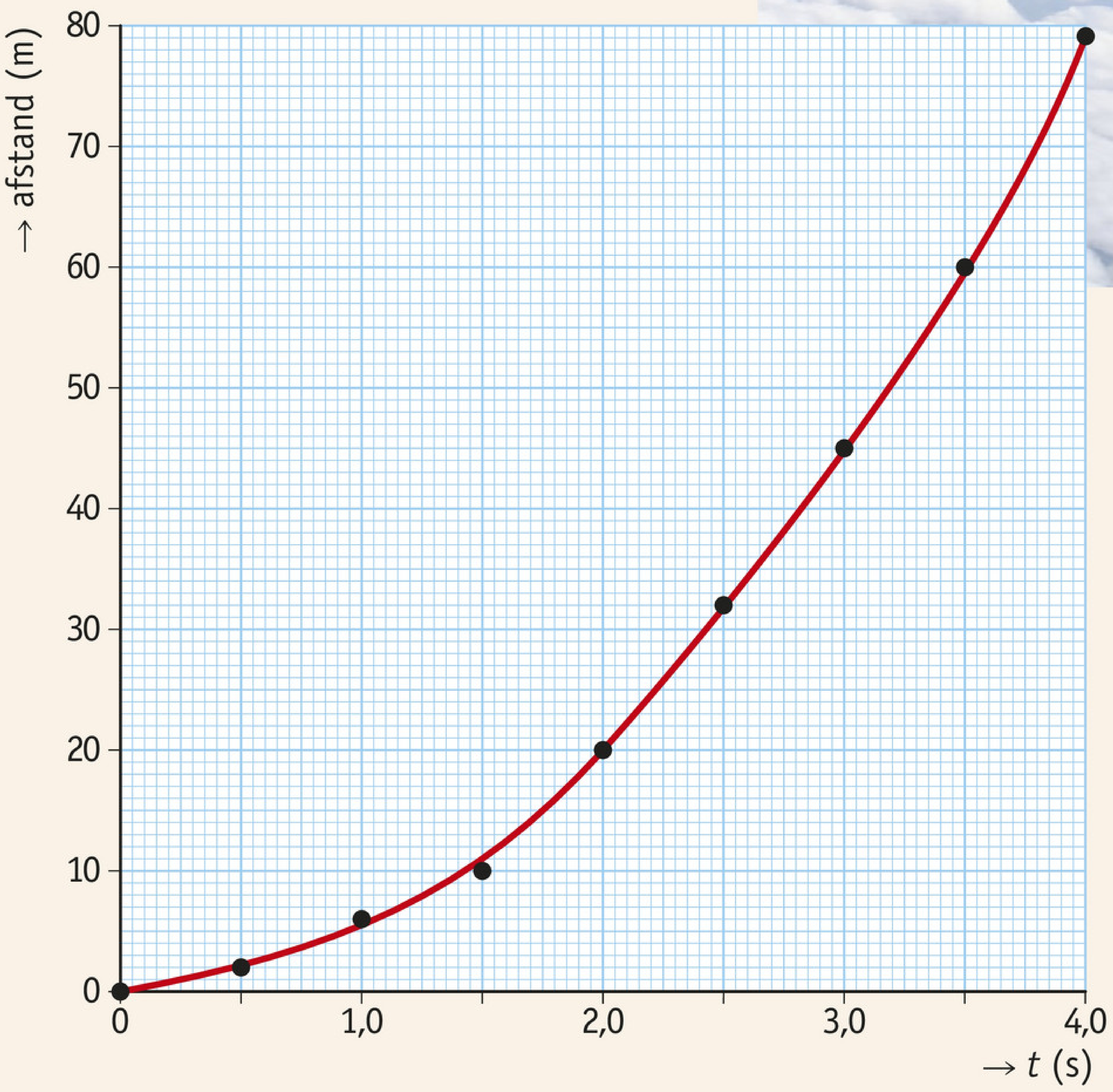
Midden vorige eeuw is het parachutespringen als hobby en sport in gebruik geraakt. Daarvoor is een nieuw type parachute ontwikkeld. De oorspronkelijke ronde vorm is meer en meer verdrongen door een rechthoekige vorm ('vliegend matras'). Daarmee is de parachute beter te besturen en kunnen grotere horizontale afstanden worden afgelegd.



▶ **figuur 1** het ontwerp van Leonardo Da Vinci



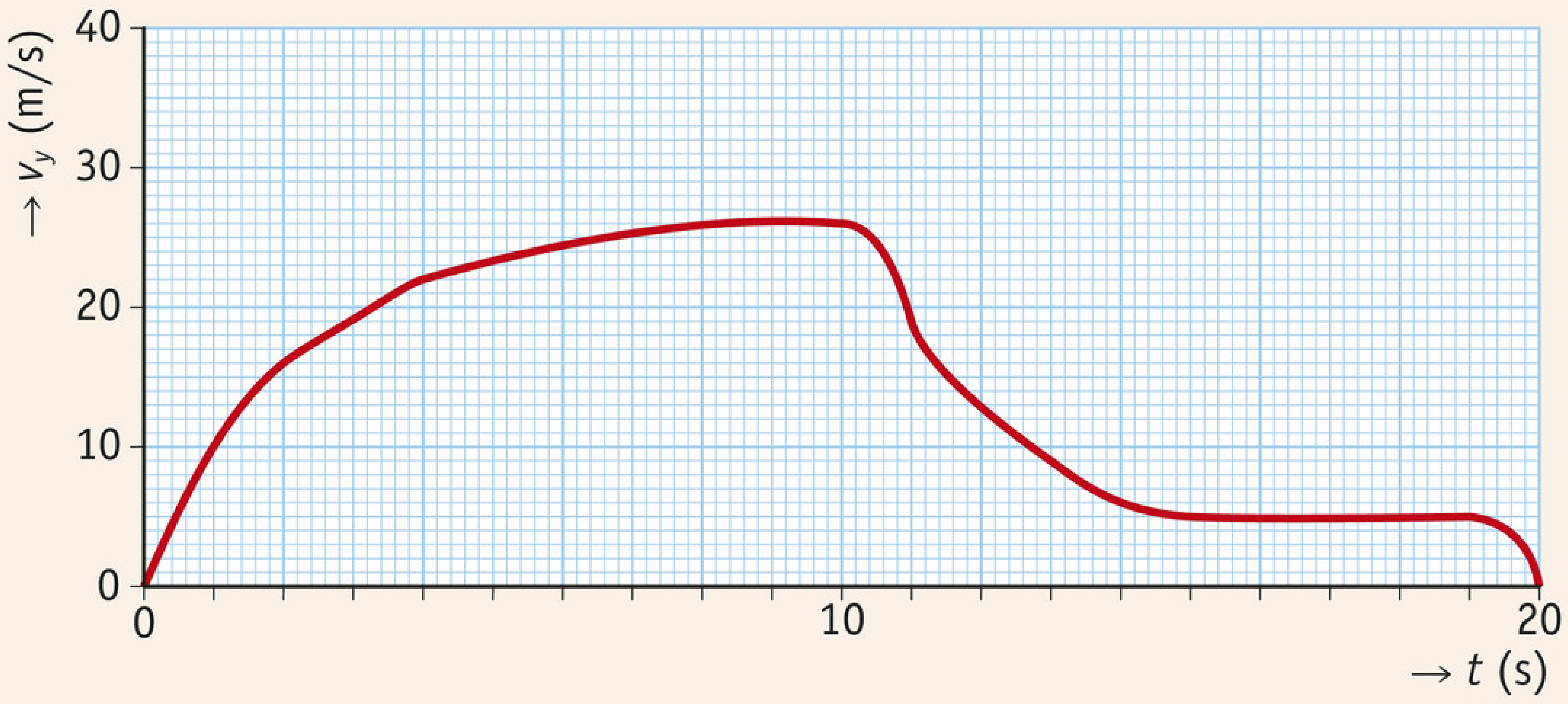
▶ **figuur 2** een parachutist in 'vrije val'



Lange tijd werd parachutespringen vooral als stuntwerk en waaghalzerij gezien.

◀ **figuur 3** diagram van de afgelegde weg

▼ **figuur 4** diagram van het snelheidsverloop bij een parachutesprong



Het verloop van een parachutesprong

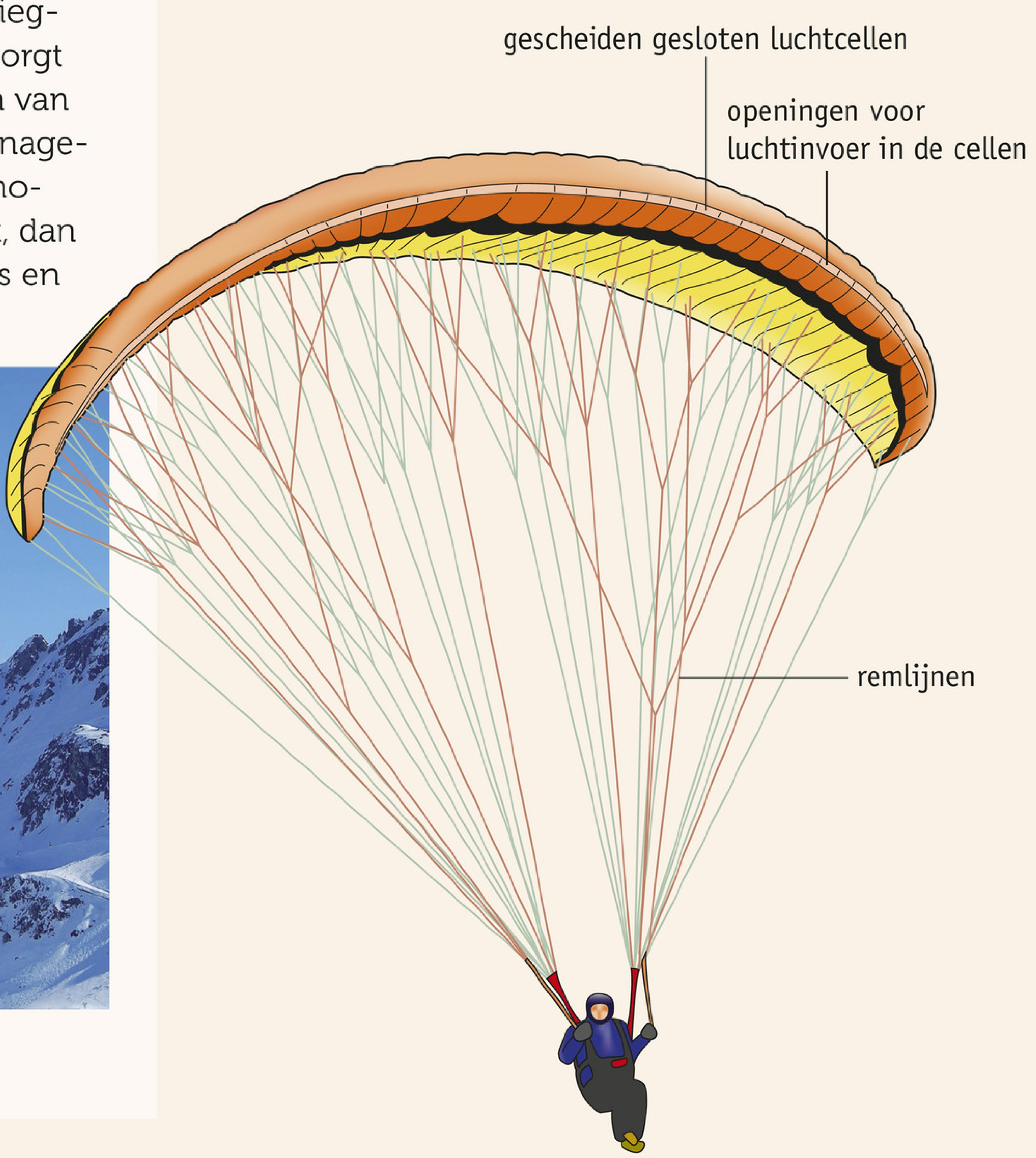
Na de afsprong uit het vliegtuig, op zo'n 4000 voet, valt de parachutist met toenemende snelheid naar beneden. Het deel van de parachutesprong voordat de parachute is geopend, wordt de 'vrije val' genoemd (figuur 2). Toch is dat natuurkundig gezien niet juist, want in de natuurkunde is een vrije val een val zonder luchtweerstand. Doordat de val tijdens de parachutesprong niet in het luchtledige plaatsvindt, zal de luchtweerstand bij toenemende snelheid steeds groter worden. Daardoor wordt de snelheidstoename steeds kleiner. Op ongeveer 3000 voet wordt de parachute geopend waardoor de valsnelheid afneemt tot ongeveer 5 m s^{-1}. Vlak voor de landing kan met de stuurlijnen worden afgeremd. Daardoor ontstaat een opwaartse kracht (liftkracht) waardoor de parachute nog langzamer gaat. Uiteindelijk is er alleen nog een beperkte horizontale snelheid. In de eerste seconden na de afsprong uit het vliegtuig speelt de luchtweerstand nog geen grote rol. De omlaaggevallen afstand ziet er in een diagram uit als in figuur 3. Dit is een natuurkundig ware 'vrije val'. Het snelheidsverloop tijdens de gehele parachutesprong is in figuur 4 weergegeven.

Schermvliegen

Parapenten wordt ook wel schermvliegen genoemd. De afdeling Schermvliegen van de Koninklijke Nederlandse Vereniging voor Luchtvaart, KNVvL, behartigt de belangen van de ongeveer 1600 Nederlandse schermvliegpiloten in binnen- en buitenland. De afdeling verzorgt opleidingen van instructeurs, conform de normen van het NOC*NSF. De afdeling kent een veiligheidsmanagementsysteem dat helpt om het vliegen zo veilig mogelijk te laten gebeuren. En als er dan iets gebeurt, dan wordt systematisch nagegaan wat de oorzaak was en wat daarvan door iedereen kan worden geleerd.



▲ **figuur 5** In de Alpen kun je parapenten.



▲ **figuur 6** de bouw van een parapente

Parapenten

Een andere sport waarbij een scherm wordt gebruikt, is parapenten. Een parapente is een glijscherm dat het mogelijk maakt door de lucht te bewegen als een zweefvliegtuig. Een parapente is net als een rechthoekige parachute heel goed te besturen.
Bij gunstige weersomstandigheden zijn er op veel plaatsen in de Alpen tientallen parapenters waar te nemen (figuur 5). Ze starten vanaf een geschikte plek op een berg en zweven langzaam naar beneden. Met een parapente kan ook omhoog worden bewogen, bijvoorbeeld door gebruik te maken van thermiek (stijgende warme luchtstromingen) of stijgende hellingwinden.

De parapente is opgebouwd uit twee stofdelen, onderzijde en bovenzijde, verbonden door uit dezelfde stof gemaakte ‘bruggen’. Aan de voorzijde bevinden zich openingen zodat daar lucht kan binnenstromen. Daardoor krijgt de ‘vleugel’ de gewenste vorm (figuur 6). Door de snelheid van de nu ontstane vleugel ontstaat een opwaartse liftkracht.
Als er geen thermiek is of als er geen gebruik wordt gemaakt van hellingwinden, zal de parapente, net als een parachute, naar beneden bewegen, alleen heel wat langzamer. De vorm en de bouw van de parapente bepalen zijn eigenschappen. Daarvoor bestaat een kenmerkend getal: het glijgetal.
Het glijgetal is de tangens van de glijhoek (zonder thermiek of hellingwinden) en ligt tussen de 7,5 en 11.
Is het glijgetal 9, dan hoort bij een horizontale verplaatsing van 9 km een daling van 1 km (figuur 7).



▲ **figuur 7** een afdaling met glijgetal 9

Opdrachten

Bestudeer eerst de theorie van dit hoofdstuk voordat je de volgende opdrachten uitvoert.

1 Diagram aflezen
Leg uit hoe je in het diagram van figuur 3 kunt zien dat de snelheid toeneemt.

2 Glijgetal
Met een parapente kun je door de lucht 'glijden'.
a Welke parapente zal het snelst dalen (zonder thermiek): die met een glijgetal van 7,5 of die met een glijgetal van 11?
b Bereken hoe ver een parapente met glijgetal 10 (zonder thermiek) kan komen als die 1000 m daalt.

3 Skydiven
Skydiven is een sport waarbij men uit een vliegtuig springt en een groot deel van de tijd naar de aarde valt zonder de parachute te openen. Na enige tijd is de snelheid van de skydiver constant. In figuur 8 zie je het (v,t)-diagram van het begin van zo'n sprong.
a Toon aan dat in de eerste 2,0 s de luchtweerstand vrijwel te verwaarlozen is. Bepaal daartoe eerst met behulp van de figuur zo nauwkeurig mogelijk de versnelling in die periode.

Tussen t = 0 s en t = 20 s valt de skydiver over een afstand van 0,9 km.
b Toon dit aan met behulp van het (v,t)-diagram.

De skydiver springt op een hoogte van 3,0 km uit het vliegtuig. Op een hoogte van 0,8 km opent hij zijn parachute.
c Bepaal de tijd tussen het verlaten van het vliegtuig en het openen van de parachute.
bron: pilotexamen 2013-I

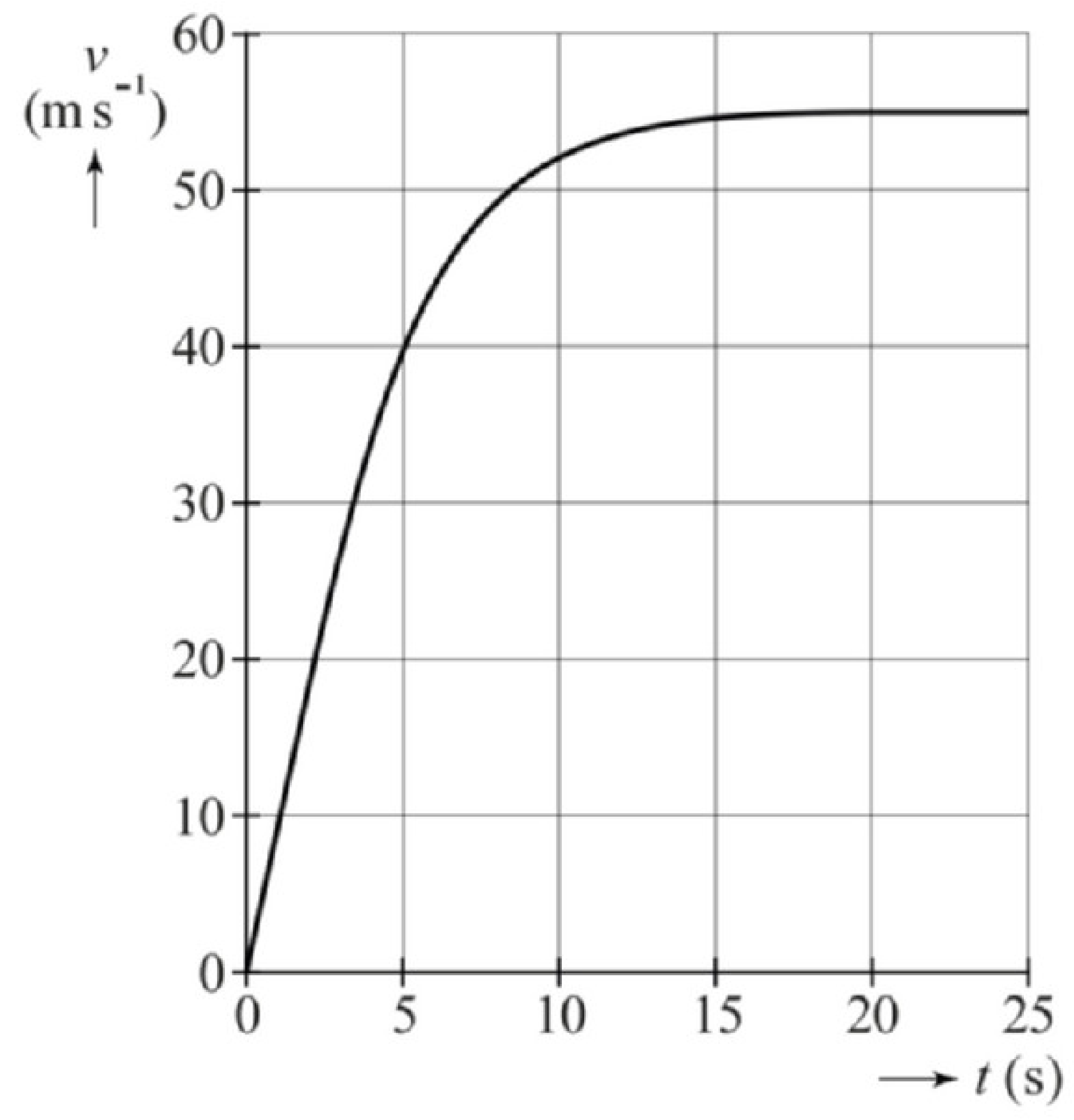
4 Valversnelling op Venus
Op de planeet Venus valt een steen omlaag. Deze bereikt na 2,4 s de grond.
a Zoek de valversnelling op Venus op.
b Bereken de snelheid waarmee de steen de grond bereikt.
c Bereken van welke hoogte de steen is gevallen.

+5 Valsnelheid
De werking van een parachute berust op de eerste wet van Newton: als de krachten op een voorwerp elkaars werking opheffen, blijft de snelheid constant. De krachten die hier van belang zijn, zijn de zwaartekracht F_z en de luchtweerstand F_w. Tijdens de 'vrije' val werkt in eerste instantie alleen de F_z. Naarmate de snelheid toeneemt, zal de F_w groter worden (en is het natuurkundig gezien dus geen vrije val meer). Op het moment dat $F_z = F_w$ zal de snelheid constant blijven. Dan geldt dus de eerste wet van Newton.
De grootte van de luchtweerstand kun je berekenen met de formule:

$$F_w = \tfrac{1}{2} \cdot c \cdot \rho \cdot A \cdot v^2$$

Hierin is:
- c de luchtweerstandscoëfficiënt: een maat voor de stroomlijn van een voorwerp (deze heeft geen eenheid);
- ρ de dichtheid van de lucht in kilogram per kubieke meter (kg m^{-3});
- A de frontale oppervlakte van het voorwerp in vierkante meter (m^2);
- v de snelheid in meter per seconde (m s^{-1}).

a Zoek de dichtheid van lucht op in Binas.
b De massa van de parachutist (met parachute) is 100 kg.
Bereken de maximale wrijvingskracht die wordt ondervonden (gebruik de eerste wet van Newton).
c Ga na hoe groot de maximale valsnelheid is van deze parachutist als de parachute nog gesloten is. Neem aan dat A = 1,0 m^2 en c = 0,9.
d Ga na hoe groot de maximale valsnelheid is als de parachute is geopend (neem nu aan dat A = 35 m^2 en c = 1,5).



▲ **figuur 8** (v,t)-diagram van een skydiver gedurende de eerste 25 seconden

1 Het Système International d'unités (SI)

In deze paragraaf leer je:
- de begrippen grootheid en eenheid kennen;
- werken met tabel 2 tot en met 5 van Binas;
- voorvoegsels en de wetenschappelijke notatie gebruiken.

Als je bij de slager of groenteboer komt, kun je termen horen als een 'ons' snijworst en een 'pond' tomaten. In Nederland is een 'ons' gelijk aan 100 gram en een 'pond' is 500 gram. Het Engelse pond, of *libra pounds* (lbs), is echter 455 gram. Vandaar dat je bijvoorbeeld op potjes Engelse jam 455 gram ziet staan of 1 lbs. Deze verschillende afspraken veroorzaken verwarring. Andere bekende voorbeelden zijn de verschillende lengtematen *mile*, *inch*, *foot* en *yard* en de temperatuurschalen Celsius, Fahrenheit en Kelvin. Daarom zijn in 1960 internationale afspraken gemaakt over het gebruik en de grootte van maten en schalen. Deze zijn vastgelegd in het Système International d'unités, afgekort SI.

Grootheden en eenheden

Een belangrijk onderdeel van het vak natuurkunde is het uitvoeren van experimenten. Daarbij moet je regelmatig iets meten. Dat kan de tijd zijn waarin een karretje van punt A naar punt B rijdt, of de afstand die het karretje dan heeft afgelegd. Tijd en afstand zijn grootheden. Alles wat kan worden gemeten, is een **grootheid**. Bij elke grootheid hoort een **eenheid**. De eenheid is de maat waarin je de grootheid uitdrukt. Bij tijd is de eenheid seconde en bij afstand is de eenheid meter.
Voor alle grootheden en eenheden zijn symbolen afgesproken en vastgelegd in het SI. Zo hebben de grootheden tijd en afstand het symbool t en s. De eenheden seconde en meter hebben de symbolen s en m. Als we een grootheid kennen, schrijven we dat als volgt op:

grootheid = getal (gevolgd door) eenheid

Bijvoorbeeld: $s = 10$ m
In woorden staat er 'de afstand is 10 meter'.
De symbolen voor de grootheden worden altijd *schuin* gedrukt. Zo kun je de grootheden dus ook herkennen.

Basisgrootheden en hun grondeenheden

In de natuurkunde wordt er onderscheid gemaakt tussen twee soorten grootheden: **basisgrootheden** en overige grootheden. De overige grootheden kunnen, soms met wat moeite, worden omgezet in de basisgrootheden of combinaties daarvan. De zeven basisgrootheden staan in tabel 1. Deze tabel vind je ook in Binas (tabel 3). In deze tabel staan ook de grondeenheden. Alle andere eenheden kunnen worden samengesteld uit deze grondeenheden.

▼ **tabel 1** de zeven basisgrootheden

grootheid	symbool	eenheid	symbool
lengte	*l*	meter	m
massa	*m*	kilogram	kg
tijd	*t*	seconde	s
stroomsterkte	*I*	ampère	A
temperatuur	*T*	kelvin	K
lichtsterkte	*I*	candela	cd
hoeveelheid stof	*n*	mol	mol

Binas

Binas is de titel van het informatieboek dat je gebruikt bij **BI**ologie, **NA**tuurkunde en **S**cheikunde. Je mag Binas ook tijdens het eindexamen gebruiken. Bij het maken van de opdrachten zul je dit informatieboek regelmatig moeten raadplegen. Binas heeft geen paginanummering maar tabelnummers. Als je in de inhoudsopgave van Binas kijkt, zie je dat er een algemeen deel voor alle vakken is en een gedeelte voor natuurkunde, scheikunde en biologie.
In Binas tabel 3 en 4 vind je de SI-grootheden en de bijbehorende eenheden. Als je op je examen bijvoorbeeld niet meer weet waarvoor s = 10 m staat, kun je dat in deze tabellen terugvinden.
In Binas tabel 5 staan de eenheden en zo nodig de omrekeningsfactoren vermeld. Omrekeningsfactoren staan alleen vermeld bij de eenheden die geen officiële SI-eenheden zijn.

Voorbeeldopgave 1

Een bewegend elektron heeft een hoeveelheid energie van 7,0 elektronvolt (eV).

a Wat is het SI-symbool voor de grootheid energie?
b Wat is de SI-eenheid van energie?
c Reken de energie van het elektron om naar de eenheid joule.

Uitwerking

a In Binas tabel 4 zoek je op wat het symbool is voor de grootheid energie. Dat is de hoofdletter E.
b In Binas tabel 4 zoek je op wat de eenheid is van energie. Dat is de joule (J).
c In Binas tabel 5 vind je dat een elektronvolt gelijk is aan $1{,}602 \cdot 10^{-19}$ J. Het elektron heeft een energie gelijk aan $7{,}0 \times 1{,}602 \cdot 10^{-19}$ J = $1{,}1 \cdot 10^{-18}$ J. Dus $E = 1{,}1 \cdot 10^{-18}$ J.

In enkele gevallen wordt het symbool van een grootheid ook voor een andere grootheid gebruikt. Dit is onder andere het geval bij dichtheid ρ (spreek uit als rho), waar het symbool ook zou kunnen staan voor de soortelijke weerstand ρ. Je moet dan bij het invullen van een formule goed kijken welke van de twee grootheden wordt bedoeld. Je kunt dit zien aan de overige symbolen in de formule.

Wetenschappelijke notatie en voorvoegsels

Zoals je inmiddels weet, wordt de afstand uitgedrukt in meter. Als je echter de dikte van een haar in meter gaat opschrijven of de afstand vanaf de aarde naar de maan, krijg je getallen met heel veel nullen. Dat maakt dat de getallen moeilijk te lezen zijn. Om dit probleem op te lossen, zijn er twee mogelijkheden. Je kunt de afstand opschrijven met een vermenigvuldigingsfactor, ook wel voorvoegsel genoemd. Bijvoorbeeld: een haar is één millimeter dik, dat is een duizendste meter. ‘milli’ betekent ‘een duizendste’. Of je schrijft de afstand op in de wetenschappelijke notatie. Dat zul je bij het vak natuurkunde vaak moeten doen.

Een onderdeel van het noteren van een getal in de wetenschappelijke notatie is het werken met machten van 10. Dit betekent dat je voorvoegsels zoals centi, milli en kilo vervangt door een macht van 10 en de juiste SI-eenheid. Een aantal veelgebruikte machten staat in tabel 2. Een uitgebreidere lijst vind je in Binas tabel 2.

▼ **tabel 2** enkele veelgebruikte machten van tien

factor	voorvoegsel	symbool
10^3	kilo	k
10^2	hecto	h
10^1	deca	da
100 = 1	–	–
10^{-1}	deci	d
10^{-2}	centi	c
10^{-3}	milli	m

Voorbeeldopgave 2

Schrijf de afstand van 1,3 mm met een macht van 10 in de SI-eenheid meter.

Uitwerking
Het symbool voor de grootheid afstand is s. In tabel 2 kun je terugvinden dat het voorvoegsel m, van milli, gelijk is aan 10^{-3}. Begin door het symbool van de grootheid op te schrijven, gevolgd door een =-teken. Na het =-teken schrijf je 1,3 en daarachter de juiste macht van 10. Je eindigt met het symbool van de SI-eenheid, in dit geval m. Dus: $s = 1{,}3 \cdot 10^{-3}$ m.

Als je een getal in de **wetenschappelijke notatie** schrijft, schrijf je het getal als $a \cdot 10^b$. Hiervoor geldt een aantal afspraken:

- Voor a geldt: 1 < a < 10. Er staat dus altijd één cijfer, van 1 tot en met 9, vóór de komma en de resterende cijfers staan ná de komma (bijvoorbeeld 1,3).
- a wordt gevolgd door de juiste macht van 10 (bijvoorbeeld 10^{-3}). Dit zie je in voorbeeldopgave 2.

De machten van 10^1 en 10^{-1} worden meestal niet gebruikt.

Voorbeeldopgave 3

De maan beschrijft een baan om de aarde met een straal van $384{,}4 \cdot 10^6$ m.

a Ga met behulp van Binas tabel 31 na of deze informatie klopt.
b Schrijf de afstand in de wetenschappelijke notatie.

Uitwerking

a In Binas tabel 31 staat bij de maan de volgende informatie: baanstraal = $384{,}4 \cdot 10^6$ m. Dit klopt dus.
b Zorg er eerst voor dat er één cijfer voor de komma staat. De komma verschuift dus twee plaatsen naar links. Om het getal kloppend te houden, moet het getal met $100 = 10^2$ worden vermenigvuldigd. Dit levert op: $3{,}844 \cdot 10^6 \times 10^2$ m. Maar je bent nog niet klaar. Als je machten van 10 met elkaar vermenigvuldigt, moeten de exponenten, hier de 6 en de 2, bij elkaar worden opgeteld. De juiste wetenschappelijke notatie is dus: $s = 3{,}844 \cdot 10^8$ m.

Eenhedenonderzoek

In de natuurkunde werk je veel met formules. Bij elke formule geldt dat links en rechts van het =-teken dezelfde eenheid staat. Deze regel kun je gebruiken om in een formule de eenheid van een grootheid te bepalen, als je de andere eenheden kent. Zo druk je kracht F uit in de eenheid newton (N). Oppervlakte A druk je uit in de eenheid vierkante meter (m^2). Dit noteer je als volgt:

$[F] = \text{N}$

$[A] = \text{m}^2$

De vierkante haken betekenen ‘de eenheid van’.

De druk bereken je met de formule $p = \dfrac{F}{A}$

Voor de eenheid van druk geldt dan: $[p] = \dfrac{[F]}{[A]} = \dfrac{\text{N}}{\text{m}^2} = \text{N/m}^2 = \text{N} \cdot \text{m}^{-2}$

In sommige formules komen getallen voor die geen eenheid hebben. Die getallen kun je weglaten, als je de eenheid van een grootheid zoekt. Zo druk je de straal van een cirkel uit in m.

$[r] = \text{m}$

De oppervlakte van deze cirkel bereken je met $A = \pi \cdot r^2$.

Voor de eenheid van oppervlakte geldt dan $[A] = [r]^2 = \text{m}^2$, want π heeft geen eenheid.

Onthoud!

- Een grootheid is iets wat kan worden gemeten.
- Een gemeten grootheid wordt genoteerd als een getal met daarachter de eenheid.
- Je kunt een getal in de wetenschappelijke notatie noteren of met behulp van een voorvoegsel.
- In Binas tabel 2 tot en met 5 vind je informatie over grootheden, eenheden en voorvoegsels.
- Bij elke formule geldt dat links en rechts van het =-teken dezelfde eenheid staat.

Opdrachten

1 Grootheden en eenheden

Noteer de SI-eenheden van de volgende grootheden.

a volume
b temperatuur
c omlooptijd
d kracht

2 Grootheden en hun symbolen

Noteer het symbool voor de volgende grootheden.

a versnelling
b straal
c radioactiviteit
d druk

3 Wetenschappelijke notatie

Schrijf de volgende getallen, indien mogelijk, in de wetenschappelijke notatie.

a $123 \cdot 10^{-3}$
b 71,34
c 0,045
d 78 013

4 Voorvoegsel kilo
Schrijf de volgende getallen met het voorvoegsel kilo, k, in de wetenschappelijke notatie.
- **a** $12 \cdot 10^2$ m s^{-2}
- **b** $1715 \cdot 10^{-3}$ W
- **c** 35 s
- **d** 138 N

5 Eenheid omrekenen
Een volwassen man krijgt dagelijks ongeveer 2200 kcal aan energie binnen via voeding.
Bereken hoeveel joule dit is.

6 Foot
Foot (*ft* = *voet*) is een Amerikaanse eenheid.
Een parachutist springt op 4000 voet uit een vliegtuig.
Reken deze hoogte met behulp van Binas tabel 5 om in meter.

7 Binas
Gebruik Binas om de volgende vragen te beantwoorden.
- **a** Materialen hebben een bepaalde dichtheid.
  Hoe groot is de dichtheid van porselein?
- **b** Geef de omlooptijd om de zon van Jupiter in seconden.
- **c** Hoe hoog is het smeltpunt van ijs?
- **d** Met welke formule kun je de omtrek van een cirkel berekenen?

8 Astronomische eenheid
De astronomische eenheid (AE) is de afstand tussen de zon en de aarde.
- **a** Het is vaak handiger om de afstand van bijvoorbeeld Jupiter tot de zon uit te drukken in astronomische eenheden dan in meter.
  Leg uit waarom.
- **b** Reken de afstand van Jupiter tot de zon om in AE. Gebruik Binas tabel 5 en 31.

9 Eenhedenonderzoek
Bepaal de SI-eenheden van twee grootheden.
- **a** De impuls p van een voorwerp is de massa m van dat voorwerp maal de snelheid v van dat voorwerp: $p = m \cdot v$.
  Bepaal de SI-eenheid van impuls.
- **b** Als je water verwarmt, stijgt de temperatuur. Deze temperatuurstijging kun je berekenen

  met de formule $\Delta T = \dfrac{Q}{m \cdot c}$

  In deze formule is m de massa van het water in kilogram (kg), ΔT de temperatuurstijging in kelvin (K), Q de toegevoerde warmte in joule (J) en c de soortelijke warmte van water.
  Bepaal de SI-eenheid van soortelijke warmte.

2 Meetnauwkeurigheid en significantie

In deze paragraaf leer je:
- wat significante cijfers zijn;
- in hoeveel cijfers je de uitkomst van een berekening met meetwaarden mag opschrijven;
- wat de meetonzekerheid is.

Van veel grootheden die je regelmatig waarneemt, kun je met behulp van je zintuigen een goede schatting maken. Dat geldt bijvoorbeeld voor de grootheden tijd, temperatuur en afstand. Als je een tijdje hebt gefietst, kun je waarschijnlijk wel een schatting maken van de afgelegde weg, bijvoorbeeld: s = 8 km. Maar met je zintuigen kun je niet nauwkeurig meten. De werkelijk afgelegde weg kan best 5 km of misschien 9 km zijn geweest. Een meetinstrument kan veel nauwkeuriger de afstand vastleggen. De kilometerteller op je fietscomputer kan bijvoorbeeld aangeven dat je 8,3 km hebt gereden.

Significante cijfers

Als je een meting hebt verricht, schrijf je het resultaat op als een getal met daarachter een eenheid. Dat getal bestaat uit een aantal cijfers. Nauwkeuriger meten betekent dat het meetresultaat in meer cijfers wordt opgeschreven. We zeggen dan dat je meer significante cijfers opschrijft. Significante cijfers zijn cijfers die betekenis hebben voor de nauwkeurigheid van de meetwaarde.

Alle cijfers van een meetwaarde zijn significante cijfers, behalve de nullen waarmee een getal begint. Bij de wetenschappelijke notatiemethode kijk je bij het bepalen van het aantal significante cijfers niet naar de macht van tien.
Zo bestaat 3,6 uit twee significante cijfers.
3,60 bestaat uit drie significante cijfers. Die nul achteraan laat zien dat deze waarde nauwkeuriger is gemeten dan 3,6.
0,0036 bestaat uit twee significante cijfers. De nullen vooraan tellen niet mee.
$0{,}025\,000 \cdot 10^4$ bestaat uit vijf significante cijfers, omdat 0,025 000 uit vijf significante cijfers bestaat.

Hoe nauwkeuriger je meet, in hoe meer (significante) cijfers je de meetwaarde mag weergeven. Dat heeft gevolgen die je misschien niet verwacht. Een voorbeeld: natuurkundig gezien is 8 km niet gelijk aan 8000 m. Van de eerstgenoemde meetwaarde, 8 km, is het aantal significante cijfers één; de tweede meetwaarde, 8000 m, heeft vier significante cijfers. De meetwaarde 8 km kan elke waarde inhouden van 7,5 km tot 8,5 km, dat is afgerond 8 km. De **meetonzekerheid** is 0,5 km.
Als je 8000 m opschrijft, liggen de mogelijke meetwaarden van 7999,5 m tot 8000,5 m. Dat is afgerond 8000 m: de meetonzekerheid bedraagt dan 0,5 m. De meetonzekerheid is dus de grootst mogelijke afwijking van de meetwaarde ten opzichte van de genoteerde waarde.
Als je 8 km wilt omzetten in meter, mag dat alleen door te schrijven: $8 \cdot 10^3$ m. Je bent dan verplicht de wetenschappelijke notatie te gebruiken (zie paragraaf 1). Het aantal significante cijfers blijft dan namelijk gelijk.

Je kunt de nauwkeurigheid van een meting op een aantal manieren vergroten. Je kunt:
- een nauwkeuriger meetinstrument gebruiken (een schaalverdeling in centimeter is minder nauwkeurig dan een schaalverdeling in millimeter bijvoorbeeld);
- een betere meetmethode kiezen;
- een meting een aantal maal herhalen en het gemiddelde berekenen.

▶ **EXPERIMENT 1** Reactietijd

Vuistregels bij het rekenen met meetwaarden

Stel dat je de inhoud van een zwembad wilt bepalen. Dan moet je rekening houden met de meetonzekerheid in de lengte, de breedte en de diepte ($V = l \cdot b \cdot h$).

Vuistregel 1
De uitkomst bij een *vermenigvuldiging* en *deling* schrijf je op in het kleinste aantal significante cijfers van de bij de berekening gebruikte meetwaarden.

Voorbeeldopgave 4

De lengte van een zwembad is 10,1 m, de breedte 5,0 m en de waterdiepte 1,65 m.
Bereken het volume van het water in het zwembad.

Uitwerking
Eerst schrijf je de formule op die je nodig hebt: $V = l \cdot b \cdot h$
Als je de gegevens vervolgens invoert, geeft de rekenmachine de uitkomst 83,325 m^3.
Het kleinste aantal significante cijfers van de bij de berekening gebruikte getallen is twee (bij 5,0).
De uitkomst mag dus ook in slechts twee significante cijfers worden weergegeven: $V = 83$ m^3.

Vuistregel 2
Bij het *optellen* (= som) en *aftrekken* (= verschil) van meetwaarden, let je niet op het aantal significante cijfers, maar op het aantal decimalen, dus het aantal cijfers achter de komma. Bij het optellen en aftrekken van meetwaarden schrijf je de uitkomst op met het kleinste aantal decimalen van de bij de berekening gebruikte meetwaarden.

Voorbeeldopgave 5

Drie kisten hebben een hoogte van respectievelijk 1,03 m, 0,65 m en 1,2 m.
Bereken de totale hoogte als de drie kisten op elkaar zijn gestapeld.

Uitwerking
Als je de hoogten bij elkaar optelt, is de uitkomst 2,88 m.
De uitkomst mag volgens vuistregel 2 maar één cijfer achter de komma hebben, dus je moet de uitkomst afronden: $h = 2{,}9$ m.

De vuistregels gelden alleen voor meetwaarden en niet voor zogenoemde telwaarden. Telwaarden zijn getallen die aantallen voorstellen. Zo'n aantal is 100% nauwkeurig bekend en heeft geen meetonzekerheid. Als je bijvoorbeeld zes knikkers hebt van elk 9,0 g, dan bereken je de totale massa van die knikkers als volgt: $m = 6 \times 9{,}0 = 54$ g. De uitkomst mag twee significante cijfers bevatten, want 9,0 g bestaat uit twee significante cijfers. De telwaarde 6 is 100% nauwkeurig bekend en beperkt niet het aantal significante cijfers.

▶ **EXPERIMENT 2** Dichtheid

Opmerkingen

- Laat in een einduitkomst nooit een breuk of het getal π (pi) staan. Reken breuken altijd om naar een decimaal getal.
- Als er in een formule getallen voorkomen die geen meetwaarden zijn, speelt daarvan de significantie geen rol (denk aan 2 in $2 \cdot \pi \cdot r$).
- Rond alleen de einduitkomst van een berekening af op het juiste aantal significante cijfers. Een *tussenuitkomst* mag je *nooit afronden*.
- Besef dat je rekenmachine geen rekening houdt met significantie, dat moet je zelf doen.
- Controleer voortaan bij al je berekeningen de einduitkomst op het juiste aantal significante cijfers.

Onthoud!

- Meetwaarden zijn niet altijd even nauwkeurig.
- De meetonzekerheid is de grootst mogelijke afwijking van de meetwaarde ten opzichte van de genoteerde waarde.
- Het aantal significante cijfers is een maat voor de nauwkeurigheid.
- Maak gebruik van de vuistregels bij het rekenen met meetwaarden.

Opdrachten

10 Significantie

Beantwoord de volgende vragen.

a Leg in je eigen woorden uit wat significantie is.

b Wat zie je aan de uitkomst van een meting als die met een nauwkeuriger instrument wordt uitgevoerd?

c Je krijgt een einduitkomst door twee meetwaarden op elkaar te delen. Hoe luidt de vuistregel voor de significantie bij deze berekening?

11 Significante cijfers

Geef aan hoe groot het aantal significante cijfers is in de volgende meetwaarden.

a 22 km

b $3{,}6 \cdot 10^6$ W

c 0,554 s

d 0,070 mm

e 38,0 °C

f $200{,}0 \cdot 10^{-5}$ J

12 Meetonzekerheid

Bepaal de meetonzekerheid in de volgende meetwaarden.

a 22 km

b $3{,}6 \cdot 10^6$ W

c 0,554 s

d 0,070 mm

e 38,0 °C

13 Parachutesprong

Bij een parachutesprong trekt de springer de parachute pas open als zijn snelheid $2{,}0 \cdot 10^2$ km h^{-1} is.

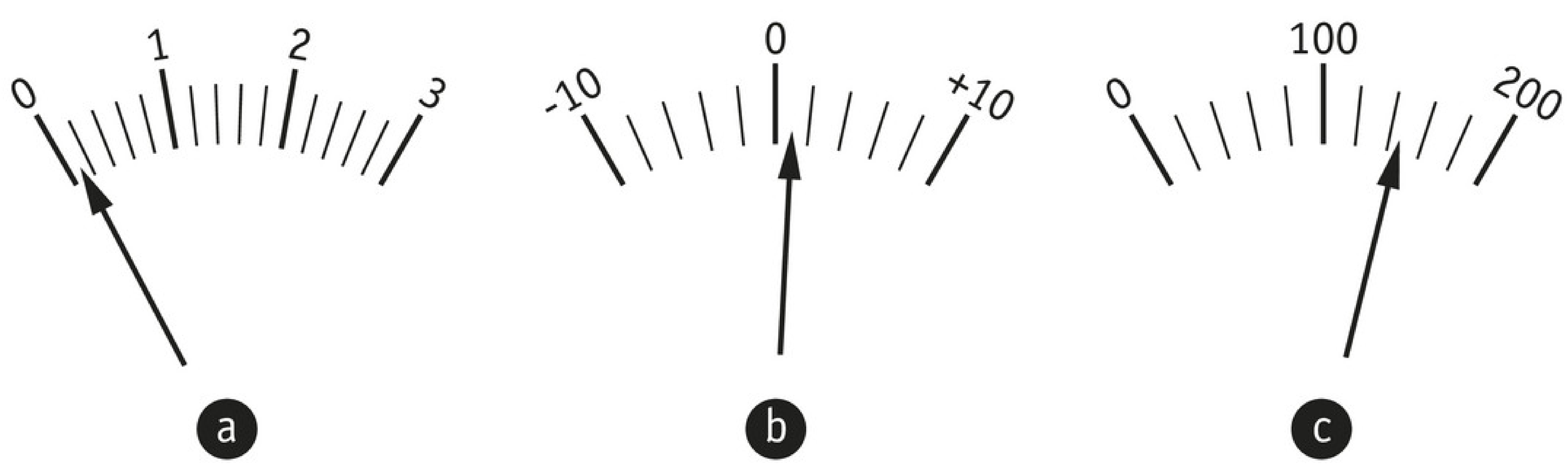
a Uit hoeveel significante cijfers bestaat deze snelheid?

b Hoe groot is de meetonzekerheid in deze snelheid?

c Tussen welke waarden zit, als gevolg van de meetonzekerheid, de snelheid waarbij de parachutist zijn parachute opentrekt?

14 Omrekenen
Reken om en schrijf de antwoorden in de wetenschappelijke notatie. Zorg ervoor dat het aantal significante cijfers niet verandert.
a 72 mm = … m
b 0,28 km = … dm
c 201 m = … km
d 68 dm^2 = … m^2
e 200 m^3 = … cm^3

15 Meetinstrumenten
Lees de meetinstrumenten in figuur 1 af en geef de meetwaarden in het juiste aantal significante cijfers.



▲ **figuur 1** meetwaarden aflezen

16 Dichtheid
De dichtheid van een stof kun je berekenen met de formule $\rho = \frac{m}{V}$. In Binas tabel 8 tot en met 12 kun je de dichtheden van diverse stoffen opzoeken.
Een ijzeren blokje heeft een massa van 0,16 kg.
Bereken het volume van dit blokje in kubieke centimeter.

17 Veer uitrekken
Je trekt aan een veer waardoor deze uitrekt. Je meet steeds de kracht die bij een toenemende uitrekking hoort. De metingen staan in tabel 3.

▼ **tabel 3** uitrekking tegen kracht

F (N)	1,0	2,0	3,0	4,0	5,0
u (cm)	2,1	4,2	6,1	8,6	10,9

a Maak van de meetwaarden in tabel 3 een grafiek.
b Hoe zou je het resultaat wiskundig benoemen?

18 Dikte bepalen
Leg uit op welke wijze je de dikte van een pagina van dit natuurkundeboek nauwkeurig kunt bepalen.

19 Significantie en vuistregels
Beantwoord de volgende vragen.
a Reken 3 minuten om in seconden.
b Van een lat met een lengte van 2 m wordt 4 cm afgezaagd.
Bereken de lengte die deze lat nu heeft.

20 Wetenschappelijke notatie
Schrijf de volgende meetwaarden zonder voorvoegsel in de wetenschappelijke notatie. Zorg ervoor dat het aantal significante cijfers niet verandert.
- **a** 13,4 km
- **b** 400 MN
- **c** 4,8 ms
- **d** 0,6 TJ
- **e** 0,065 µm
- **f** 0,40 GW

21 Strandbal
Een opgeblazen strandbal heeft een diameter van 2,5 dm.
- **a** Zoek in Binas een formule op om het volume van een bol te berekenen.
- **b** Bereken het volume van de strandbal.
- **c** Iemand laat lucht uit de strandbal, zodat het volume hiervan met 20% afneemt. Bereken de diameter die de strandbal nu nog heeft.

+22 Zwembad
Een rechthoekig zwembad dat overal even diep is, heeft een lengte van 10,5 m, een breedte van 6,1 m en een waterdiepte van 1,6 m.
- **a** Geef aan hoe groot de maximale waarden zijn van de lengte, breedte en diepte van het zwembad, uitgaande van het aantal gegeven significante cijfers.
- **b** Geef aan hoe groot de minimale waarden zijn van de lengte, breedte en diepte van het zwembad, uitgaande van het aantal gegeven significante cijfers.
- **c** Bereken het maximale en het minimale volume van het water in dit zwembad. Geef je antwoord in het juiste aantal significante cijfers.

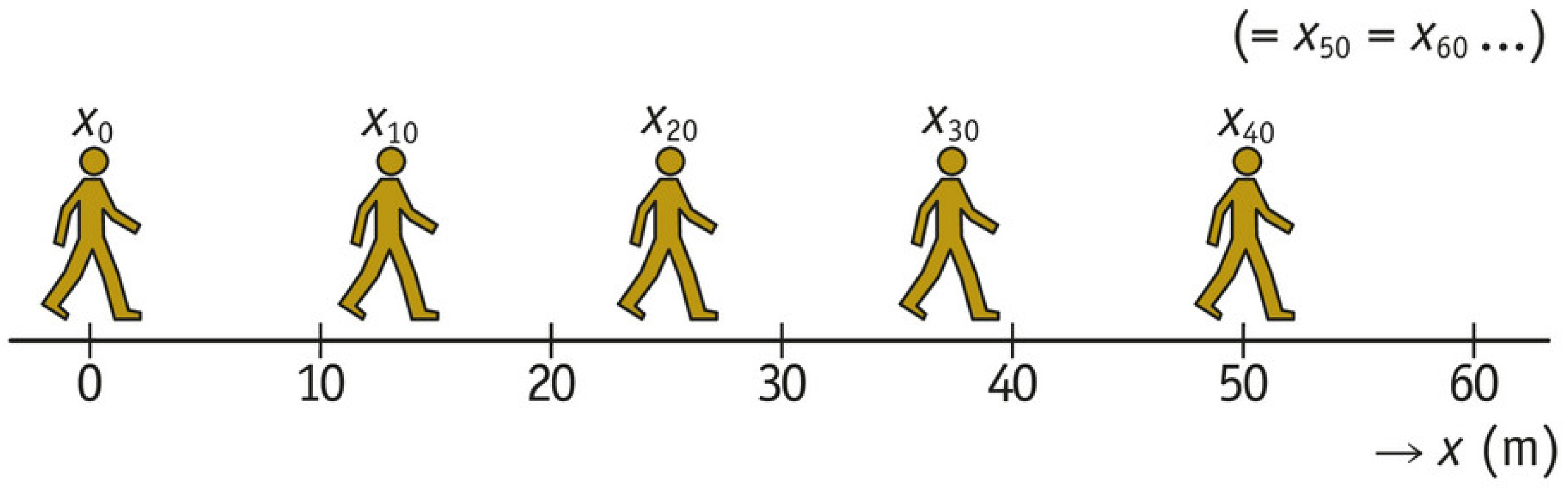
3 Eenparig rechtlijnige beweging

In deze paragraaf leer je:
- wat een eenparige beweging is;
- hoe je bij een eenparige beweging de snelheid kunt uitrekenen;
- het (x,t)-diagram en het (v,t)-diagram kennen;
- hoe je met een model een beweging kunt doorrekenen.

Als je een grote afstand aflegt over een weg met weinig verkeer, rijd je waarschijnlijk een hele tijd met een constante snelheid. Je voert dan een eenparige beweging uit. Als de snelheid en de tijdsduur bekend zijn, kun je de afstand berekenen die je met die constante snelheid hebt afgelegd. Bij natuurkunde geef je bewegingen schematisch weer met een (plaats,tijd)-diagram, ook wel een (x,t)-diagram genoemd. Je kunt dan precies zien waar een voorwerp is op een bepaald tijdstip.

Het (*x*,*t*)-diagram

De plaats van een voorwerp wordt aangegeven met x. De plaats hangt af van de tijd t. Bij wiskunde noteer je dat als $x(t)$. Bij natuurkunde schrijf je meestal x_t.
Van een bewegende wandelaar zie je op de getallenlijn van figuur 2 waar die persoon steeds 10 seconden later is. We noemen die plaatsen x_0, x_{10}, x_{20}, enzovoort. De plaats waar $x = 0$ m wordt de oorsprong genoemd.



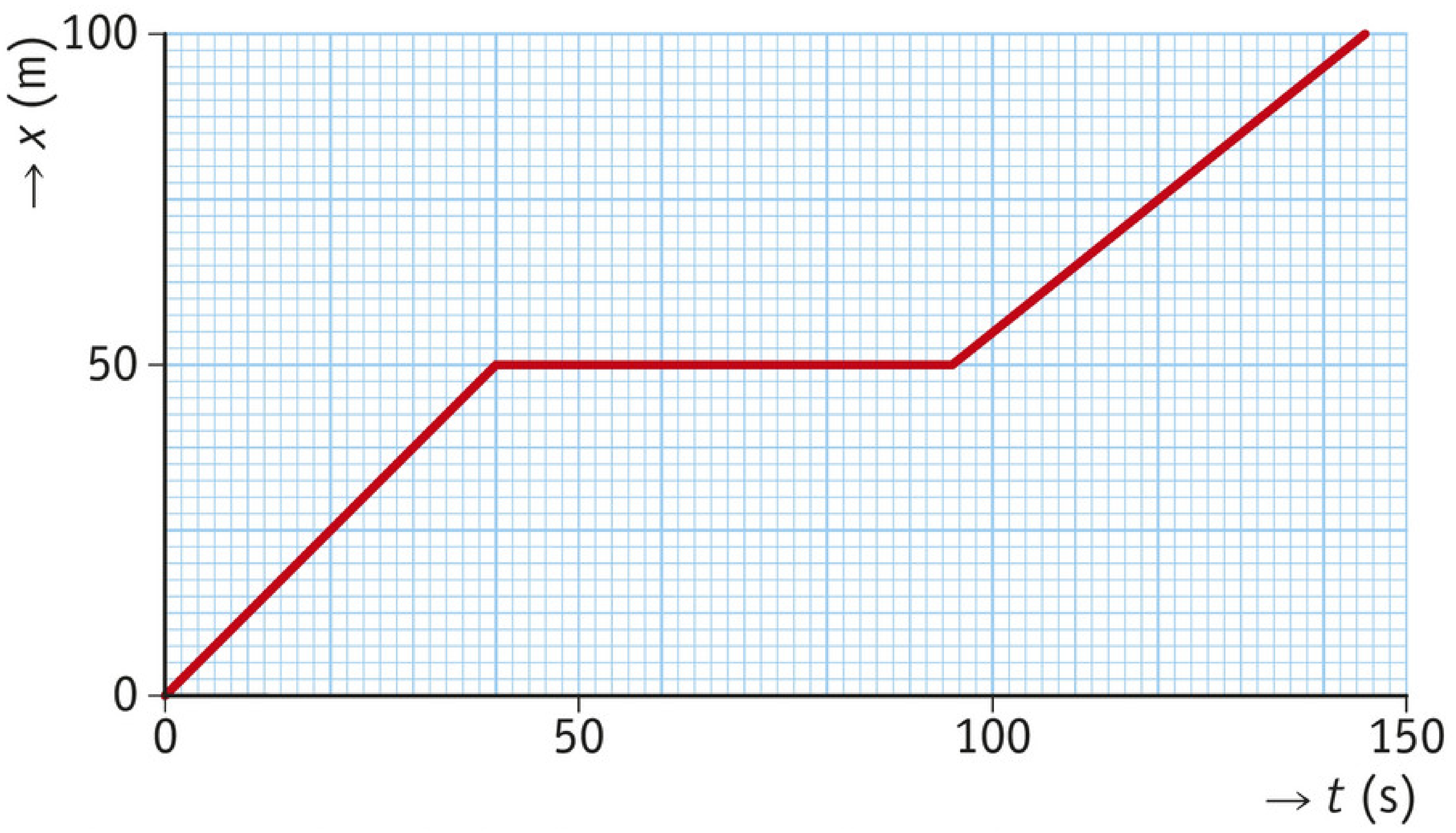
▲ **figuur 2** een wandelaar op een getallenlijn

Als je de beweging van een wandelaar onderzoekt, is een tabel een handige manier om je meetresultaten te presenteren. De meetwaarden kun je uitzetten in zo'n tabel (tabel 4).

▼ **tabel 4** de beweging van een wandelaar

t (s)	*x* (m)
0	0
10	13
20	25
30	37
40	50
50	50
...	...

Van het verloop van de hele beweging van de wandelaar zie je in figuur 3 het (x,t)-diagram. Op $t = 0$ s staat de wandelaar in de oorsprong. Hij begint te lopen en heeft 50,0 m afgelegd na 40,0 s. Vervolgens kun je in het (x,t)-diagram zien dat de wandelaar van $t = 40{,}0$ s tot $t = 95{,}0$ s op dezelfde plaats blijft. Dat betekent dat hij stilstaat. Een horizontale lijn in een (x,t)-diagram betekent dus dat een voorwerp geen snelheid heeft.



▲ **figuur 3** het (x,t)-diagram van de wandelaar

De wandelaar loopt vervolgens nog een stukje verder tot hij 100 meter heeft afgelegd, dit is de **verplaatsing**. De verplaatsing is $x_{eind} - x_{begin}$ en wordt genoteerd als Δx. Voor Δx wordt ook wel de notatie s gebruikt. Het symbool Δ (spreek uit: delta) zul je nog vaker tegenkomen. Natuurkundigen gebruiken het om aan te geven dat er sprake is van een verschil tussen eind en begin. Zo is Δv het verschil tussen eindsnelheid en beginsnelheid: $\Delta v = v_{eind} - v_{begin}$. En Δt is het verschil tussen eindtijd en begintijd: $\Delta t = t_{eind} - t_{begin}$.

Let op: Δt en t zijn dus niet hetzelfde. Δt is een **tijdsduur**, een periode waarover je een voorwerp bekijkt, terwijl $t(x)$ een **tijdstip** is waarop je een voorwerp op plaats x bekijkt.

Voorbeeldopgave 6

Bepaal in de volgende situaties Δv.

a Een auto versnelt vanuit stilstand tot 50 km/h.
b Een spaceshuttle versnelt in het heelal van 10 000 km/h tot 12 500 km/h.
c Een wielrenner remt af voor een bocht. In de bocht heeft de wielrenner een snelheid van 6,9 m/s, voor de bocht een snelheid van 9,7 m/s.

Uitwerking
Maak voor elke situatie gebruik van $\Delta v = v_{eind} - v_{begin}$.

a De beginsnelheid van de auto is v_{begin} = 0 km/h.
De eindsnelheid is v_{eind} = 50 km/h.
Dus $\Delta v = v_{eind} - v_{begin}$ = 50 – 0 = 50 km/h.
b De beginsnelheid van de spaceshuttle is v_{begin} = 10 000 km/h en de eindsnelheid is v_{eind} = 12 500 km/h.
Dus $\Delta v = v_{eind} - v_{begin}$ = 12 500 – 10 000 = 2500 km/h.
c De beginsnelheid is v_{begin} = 9,7 m/s en de eindsnelheid is v_{eind} = 6,9 m/s.
Dus $\Delta v = v_{eind} - v_{begin}$ = 6,9 – 9,7 = –2,8 m/s. Het verschil in snelheid is dus negatief als een voorwerp afremt!

In het (x,t)-diagram (figuur 3) van de wandelaar zie je dat de plaats x op de verticale as staat en de tijd t op de horizontale as. In de natuurkunde is het gebruikelijk de eerstgenoemde grootheid op de verticale as te zetten en de tweede grootheid op de horizontale as.
In het algemeen: bij een (A,B)-diagram zet je grootheid A op de verticale as en grootheid B op de horizontale as. Bij beide grootheden zet je er de eenheid tussen haakjes achter. Als je uit een diagram gegevens haalt, let dan goed op de eenheden die in het diagram worden gebruikt.
In het (x,t)-diagram van de wandelaar kun je nog iets zien. In de eerste 40 seconden legt hij 50 meter af. Hij staat een tijdje stil en loopt vervolgens weer 50 meter. Over die tweede 50 meter doet hij iets langer. In de grafiek kun je dat zien aan de **steilheid**. Als een voorwerp een hoge snelheid heeft, zal de grafiek snel omhooggaan. Dus hoe steiler een (x,t)-diagram loopt, hoe groter de snelheid van het voorwerp. Soms wordt niet het (x,t)-diagram, maar het (s,t)-diagram van een beweging getekend. Hierin is niet de plaats van het bewegende voorwerp af te lezen, maar de verplaatsing. Als een voorwerp vanuit x = 0 m begint te bewegen, is de plaats na een bepaalde tijdsduur gelijk aan de verplaatsing van dat voorwerp tijdens die tijdsduur. In dat geval zijn het (x,t)-diagram en het (s,t)-diagram gelijk aan elkaar.

Het (v,t)-diagram

Je kunt van een beweging ook een (snelheid,tijd)-diagram maken, ook wel een (v,t)-diagram genoemd. Als voorbeeld nemen we weer de wandelaar uit het begin van de paragraaf. Neem aan dat de snelheid van de wandelaar constant is (dit kun je ook aflezen uit het (x,t)-diagram). Een beweging waarbij de snelheid constant is, noemen we een **eenparige beweging**. Je mag dan gebruikmaken van de al bekende formule:

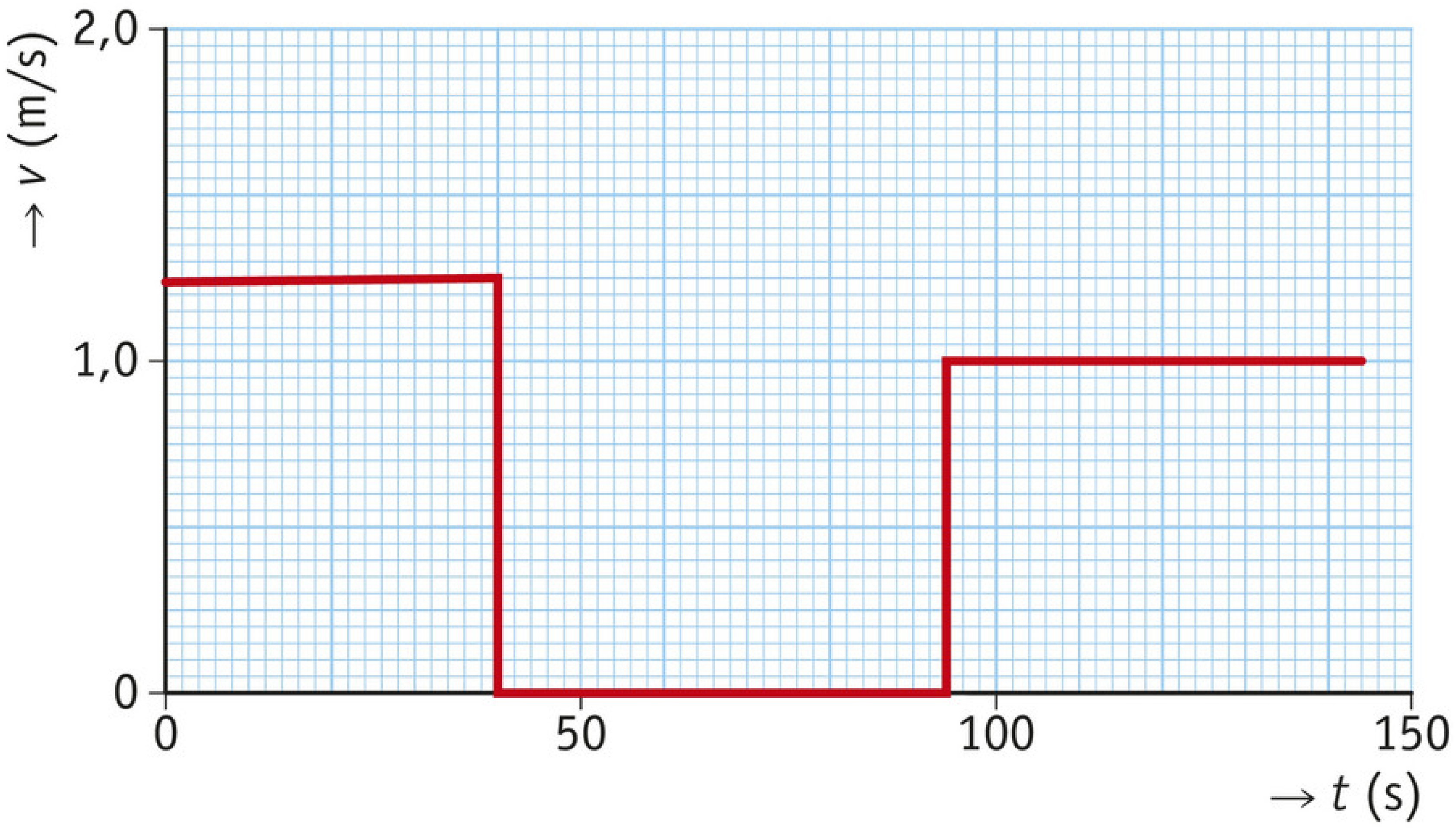
$$v = \frac{s}{t}$$

Hierin is:

- v de snelheid, met als eenheid meter per seconde (m/s), ook wel geschreven als $[v]$ = m/s (de vierkante haakjes zet je om de grootheid waarvan de eenheid wordt aangegeven);
- s de verplaatsing, met als eenheid meter (m). Een andere schrijfwijze hiervoor is $[s]$ = m;
- t de tijdsduur, met als eenheid seconde (s), ook wel geschreven als $[t]$ = s.

De eenheid m/s wordt ook wel geschreven als m · s^{-1} of m s^{-1}. Wiskundigen hebben afgesproken dat s^{-1} niets anders betekent dan $\frac{1}{s^1} = \frac{1}{s}$. Dus is m · s^{-1} = m · $\frac{1}{s} = \frac{m}{s}$ = m/s. Deze notatie met negatieve exponenten kom je vaak tegen in de natuurkunde. Zo wordt bijvoorbeeld de eenheid van dichtheid vaak geschreven als kg m^{-3} in plaats van kg/m^3. m^{-3} betekent immers $\frac{1}{m^3}$

De afstand die de wandelaar in de eerste 40 s aflegt (de verplaatsing), is 50 m. De snelheid is dus $v = \frac{s}{t} = \frac{50}{40}$ = 1,3 m s^{-1}. Daarna staat hij 55 s stil en loopt vervolgens 50 m verder met een snelheid van $v = \frac{s}{t} = \frac{50}{50}$ = 1,0 m s^{-1}. Controleer zelf dat de tijdsduur van de laatste beweging inderdaad 50 s is. Het (v,t)-diagram ziet er dan uit als in figuur 4.



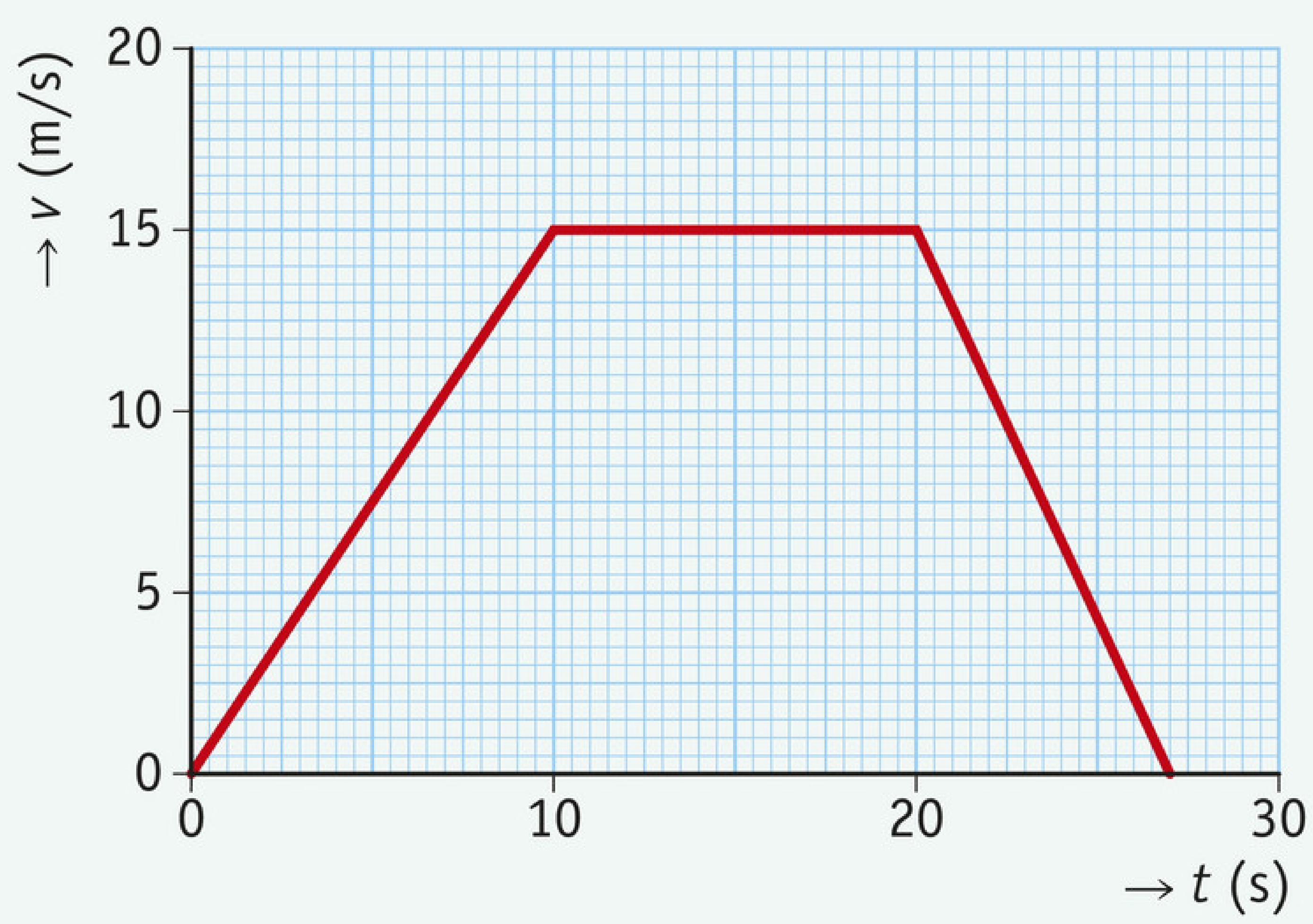
▲ **figuur 4** het (v,t)-diagram van de wandelaar

In het (v,t)-diagram van figuur 4 valt iets op: de oppervlakte van de linker rechthoek is 40 s × 1,25 m s^{-1} = 50 m. Dit is precies de afstand die de wandelaar aflegt in de eerste 40 s. De oppervlakte van de rechter rechthoek is 50 s × 1,0 m s^{-1} = 50 m ofwel ook precies de afstand die tussen t = 95 s en t = 145 s door de wandelaar is afgelegd. Kortom: de oppervlakte onder de grafiek in een (v,t)-diagram is de afgelegde afstand. Je rekent hier in feite met de formule $s = v \cdot t$.

Als je de oppervlakte onder een (v,t)-diagram moet bepalen, moet je gebruikmaken van de eenheden langs de assen, in het voorgaande voorbeeld dus seconde en meter per seconde. Meter per seconde keer seconde geeft meter, de eenheid van verplaatsing. Let daar dus goed op!

Voorbeeldopgave 7

In figuur 5 zie je het (v,t)-diagram van een bewegend voorwerp.
Bepaal de afstand die in totaal is afgelegd.



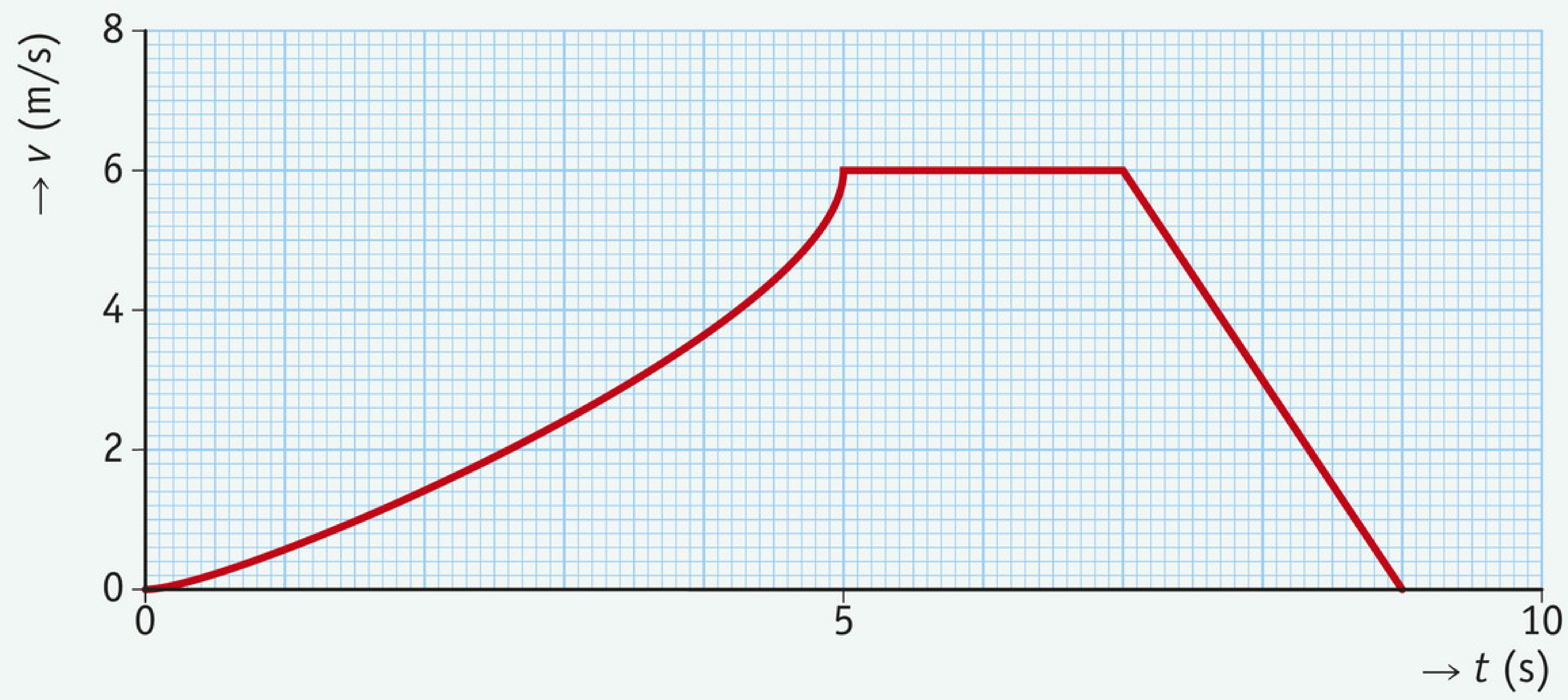
▶ **figuur 5** het (v,t)-diagram van een bewegend voorwerp

Uitwerking
De totale afstand is gelijk aan de oppervlakte onder de grafiek. Je kunt de oppervlakte in dit geval verdelen in twee driehoeken en een rechthoek. De oppervlakte van de eerste driehoek is ½ × 10,0 × 15,0 = 75,0 m, de oppervlakte van de rechthoek is 10,0 × 15,0 = 150 m en de oppervlakte van de tweede driehoek is ½ × 7,0 × 15,0 = 53 m. De totaal afgelegde weg is dus: 75,0 + 150 + 53 = 278 m.

Soms komt het voor dat het (v,t)-diagram geen rechte lijnen bevat. Je kunt in dat geval de oppervlakte bepalen door hokjes te tellen.

Voorbeeldopgave 8

In figuur 6 zie je het (v,t)-diagram van een bewegend voorwerp.
Bepaal de totaal afgelegde weg s.



▲ **figuur 6** het (v,t)-diagram van een bewegend voorwerp

Uitwerking
Het eerste deel van de grafiek is een gebogen lijn. Voor dit deel moet je het aantal grote hokjes onder de grafiek schatten. Het tweede deel kun je onderverdelen in een rechthoek en een driehoek en kun je dus uitrekenen.
Tot t = 5,0 s: 5,5 hokjes ≙ 11 m, want 1 hokje ≙ 2,0 m s^{-1} × 1,0 s = 2,0 m.
Van 5,0 tot 7,0 s is de oppervlakte onder de rechthoek: 6,0 × 2,0 = 12 m.
Van 7,0 tot 9,0 s is de oppervlakte onder de driehoek: ½ × 6,0 × 2,0 = 6,0 m.
De totaal afgelegde weg is de som van de drie afstanden: 29 m.

Modelleren

Als je wandelt met een constante snelheid van 1,4 m s^{-1}, kun je de afgelegde afstand na 2,0 s berekenen met de formule $s = v \cdot t$. Je vindt dan $s = v \cdot t$ = 1,4 × 2,0 = 2,8 m.
Maar je kunt deze afstand ook door een computerprogramma (bijvoorbeeld Coach) laten uitrekenen. Je stelt dan een model op van deze beweging. Zo'n model bestaat uit een aantal modelregels, startwaarden en constanten.

Het model van een eenparige beweging kan er als volgt uitzien:

modelregels	startwaarden en constanten
t = t + dt ds = v*dt s = s + ds	t = 0 dt = 0,50 v = 1,4 s = 0

De startwaarden geven de beginsituatie aan. De beweging start op $t = 0$ s en dan is de verplaatsing s natuurlijk nog 0 m. De snelheid (een constante) bedraagt 1,4 m s^{-1}. De computer verdeelt de tijd in kleine tijdstapjes dt die in dit model 0,50 s groot zijn gekozen. Het is gebruikelijk de eenheden weg te laten bij de startwaarden en constanten in een model.
De eerste rekenregel van het model ($t = t + \mathrm{d}t$) lijkt niet te kloppen. Maar het =-teken moet worden gelezen als 'wordt'. De computer krijgt in deze rekenregel de opdracht om het volgende tijdstip te berekenen door bij het oude tijdstip het gekozen tijdstapje dt op te tellen.
In de tweede rekenregel berekent de computer de toename van de verplaatsing (ds) gedurende het tijdstapje dt.
In de derde rekenregel berekent de computer de nieuwe totale verplaatsing vanaf het begin, door de toename van de verplaatsing (ds) op te tellen bij de oude verplaatsing. Ook in de derde rekenregel moet het =-teken worden gelezen als 'wordt'.

Je kunt ook handmatig in een aantal rekenslagen uitrekenen hoe de computer het model doorrekent.

Rekenslag 1

t = t + dt wordt t = 0 + 0,50 = 0,50	Voor *t* wordt in de eerste rekenslag de startwaarde ingevuld.
ds = v*dt wordt ds = 1,4 × 0,50 = 0,70	Voor *v* wordt in elke rekenslag de constante ingevuld.
s = s + ds wordt s = 0 + 0,70 = 0,70	Voor *s* wordt in de eerste rekenslag de startwaarde ingevuld.

Rekenslag 2

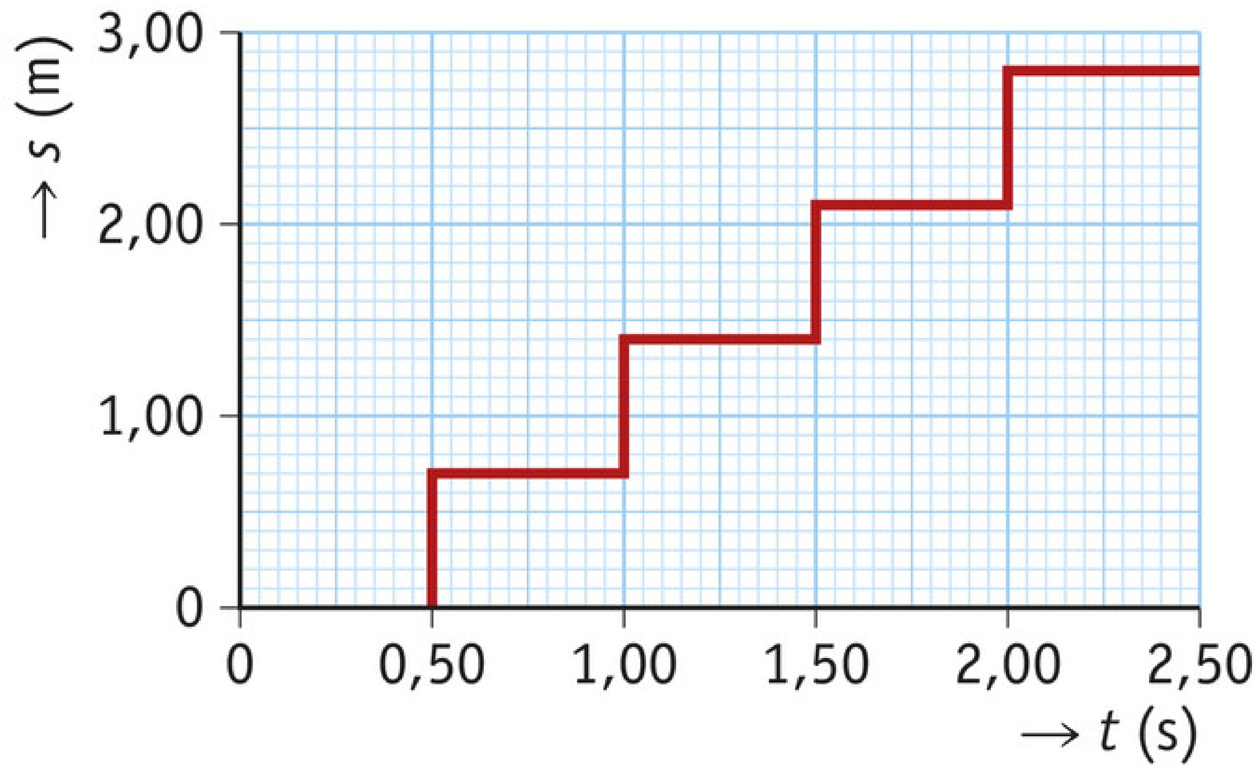
t = t + dt wordt t = 0,50 + 0,50 = 1,00	Voor *t* wordt in de tweede rekenslag de bij de eerste rekenslag berekende waarde van *t* ingevuld.
ds = v*dt wordt ds = 1,4 × 0,50 = 0,70	Voor *v* wordt in elke rekenslag de constante ingevuld.
s = s + ds wordt s = 0,70 + 0,70 = 1,40	Voor *s* wordt in de tweede rekenslag de bij de eerste rekenslag berekende waarde van *s* ingevuld.

Rekenslag 3

t = t + dt wordt t = 1,00 + 0,50 = 1,00	Voor *t* wordt in derde rekenslag de bij de tweede rekenslag berekende waarde van *t* ingevuld.
ds = v*dt wordt ds = 1,4 × 0,50 = 0,70	Voor *v* wordt in elke rekenslag de constante ingevuld.
s = s + ds wordt s = 1,40 + 0,70 = 2,10	Voor *s* wordt in de derde rekenslag de bij de tweede rekenslag berekende waarde van *s* ingevuld.
enzovoort	

Alleen in de eerste rekenslag worden door de computer de startwaarden gebruikt. Constanten worden steeds opnieuw gebruikt.

Het computerprogramma kan een (s,t)-diagram tekenen van een model. Voor het voorbeeld ziet dat (s,t)-diagram eruit zoals in figuur 7. In dit diagram zijn vier rekenslagen getekend.



▲ **figuur 7** het (s,t)-diagram met tijdstap 0,50 s

Bij het model wordt de verplaatsing s niet geleidelijk groter, maar met sprongetjes. Na elke tijdstap neemt de verplaatsing met de waarde ds toe. De computer telt de toename van de verplaatsing ds pas aan het eind van zo'n tijdstap bij de oude verplaatsing op.

Onthoud!

- De verplaatsing s is de afstand die is afgelegd.
- Een eenparige beweging is een beweging met constante snelheid. Je mag dan altijd $v = \frac{s}{t}$ gebruiken.
- De oppervlakte onder de grafiek in een (v,t)-diagram is gelijk aan de verplaatsing.

Opdrachten

23 Snelheid en verplaatsing
Beantwoord de volgende vragen.
a Leg uit wat Δv en Δx betekenen.
b Uit een (v,t)-diagram kun je de snelheid en de verplaatsing bepalen. Leg uit op welke wijze.
c Hoe kun je in een (v,t)-diagram zien dat de snelheid niet constant is?

24 Snelheden omrekenen
Reken om.
a 72 km/h = … m/s
b 25 km/h = … m s^{-1}
c $3{,}0 \cdot 10^8$ m/s = … km/h
d 100 m s^{-1} = … km h^{-1}
e 32 knopen = … km h^{-1}

25 Parachutist
Een parachutist springt uit een vliegtuig. De laatste 800 m van de val heeft de parachutist een constante snelheid. De parachutist doet 5 min over deze 800 m.
Bereken de snelheid waarmee de parachutist de grond bereikt.

26 Verplaatsing, tijdsduur en snelheid

In deze opdracht voeren alle voorwerpen eenparige bewegingen uit.

a Bereken de snelheid, als gegeven is dat $s = 150$ km en $t = 4$ uur.

b Bereken de verplaatsing, als gegeven is dat $t = 3600$ s en $v = 20$ m s^{-1}.

c Bereken de afstand, als gegeven is dat $t = 150$ s en $v = 30$ km h^{-1}.

d Bereken de snelheid in km h^{-1}, als gegeven is dat $s = 100$ m en $t = 0{,}0056$ h.

e Bereken de tijd die een wielrenner nodig heeft om een afstand van 190 km af te leggen met een constante snelheid van 35 km h^{-1}.

27 Lichtsnelheid

De snelheid van het licht kun je vinden in Binas.

a Bereken hoelang licht erover doet om vanaf de zon de aarde te bereiken (de afstand van de zon tot de aarde kun je ook vinden in Binas). Geef je antwoord in seconden en uren.

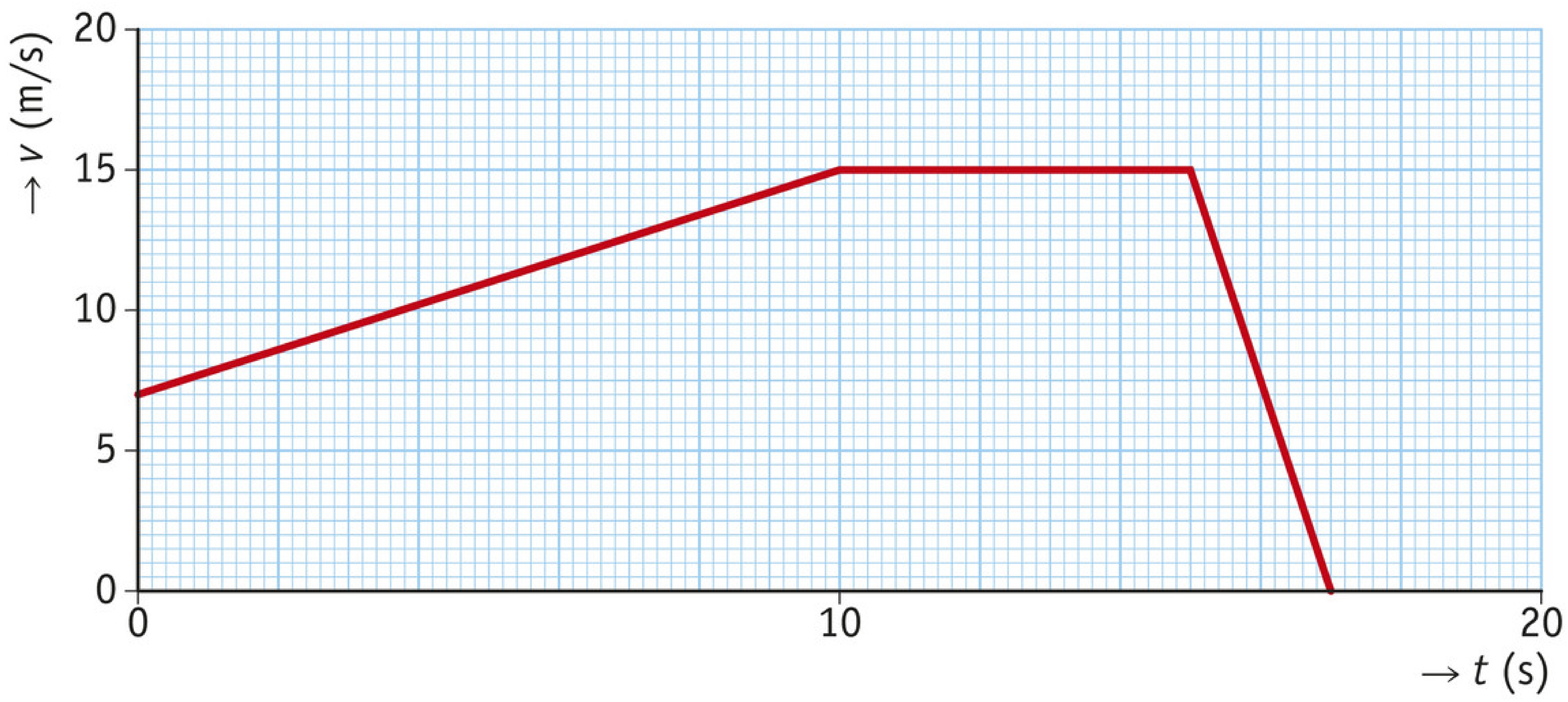
b Bereken hoeveel langer zonlicht erover doet om Mars te bereiken.

c Geef in twee schetsen weer hoe de aarde en Mars ten opzichte van de zon staan als de afstand tussen beide planeten maximaal is en als de afstand minimaal is.

d Bepaal de minimale en maximale afstand tussen de aarde en Mars.

28 Fietser

Bekijk het (v,t)-diagram van een fietser in figuur 8.



▲ **figuur 8** het (v,t)-diagram van een fietser

a Bepaal de afstand die is afgelegd tussen $t = 0$ s en $t = 10$ s.

b Wat voor soort beweging vindt plaats tussen $t = 10$ s en $t = 15$ s?

c Wat voor soort beweging vindt plaats tussen $t = 15$ s en $t = 17$ s?

d Bepaal de verplaatsing tussen $t = 15$ s en $t = 17$ s.

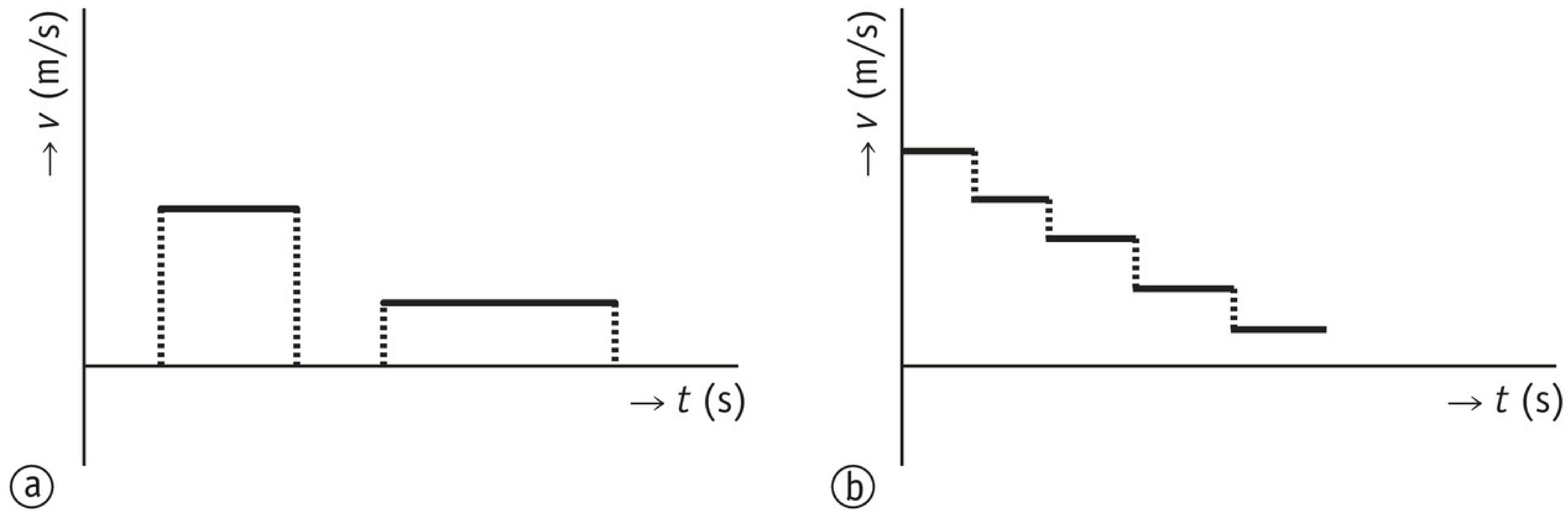
29 Bewegend voorwerp

Een bewegend voorwerp legt in 7,5 s een afstand af van 22,5 m. Na 15 s heeft het voorwerp een afstand van 43 m afgelegd.

a Beweegt dit voorwerp eenparig? Licht je antwoord toe.

b Welke afstand had het voorwerp bij de tweede tijdmeting moeten afleggen, opdat het een eenparige beweging zou zijn? Licht je antwoord toe.

+30 (s,t)-diagram en (v,t)-diagram
Schets van de (v,t)-diagrammen in figuur 9 het bijbehorende (s,t)-diagram.



▲ **figuur 9** twee (v,t)-diagrammen

31 Model van een eenparige beweging
Een wandelaar loopt met een constante snelheid van 1,4 m s^{-1}.

- **a** Teken het (s,t)-diagram van deze wandelaar van 0 s tot 2,0 s.
- **b** Neem tijdstappen van 0,25 s.
  Stel voor deze beweging een model op en schrijf ook de startwaarden en eventuele constanten op.
- **c** Reken de eerste drie rekenslagen van dit model na.
- **d** Teken het (s,t)-diagram van dit model.
- **e** Leg uit of het (s,t)-diagram bij een tijdstap van 0,50 s of een tijdstap van 0,25 s het werkelijke (s,t)-diagram het best benadert.
- **f** Wat kun je in een model doen om het werkelijke (s,t)-diagram zo goed mogelijk te benaderen?

4 Gemiddelde en momentane snelheid

In deze paragraaf leer je:
- wat de gemiddelde snelheid is;
- hoe je de gemiddelde snelheid kunt berekenen en bepalen uit een (x,t)-diagram;
- wat de momentane snelheid is;
- hoe je de momentane snelheid kunt bepalen uit een (x,t)-diagram.

De meeste bewegingen vinden niet plaats met constante snelheid. Je kunt dan niet spreken over dé snelheid. Maak dus onderscheid tussen de gemiddelde snelheid en de snelheid op een bepaald moment.

Gemiddelde snelheid

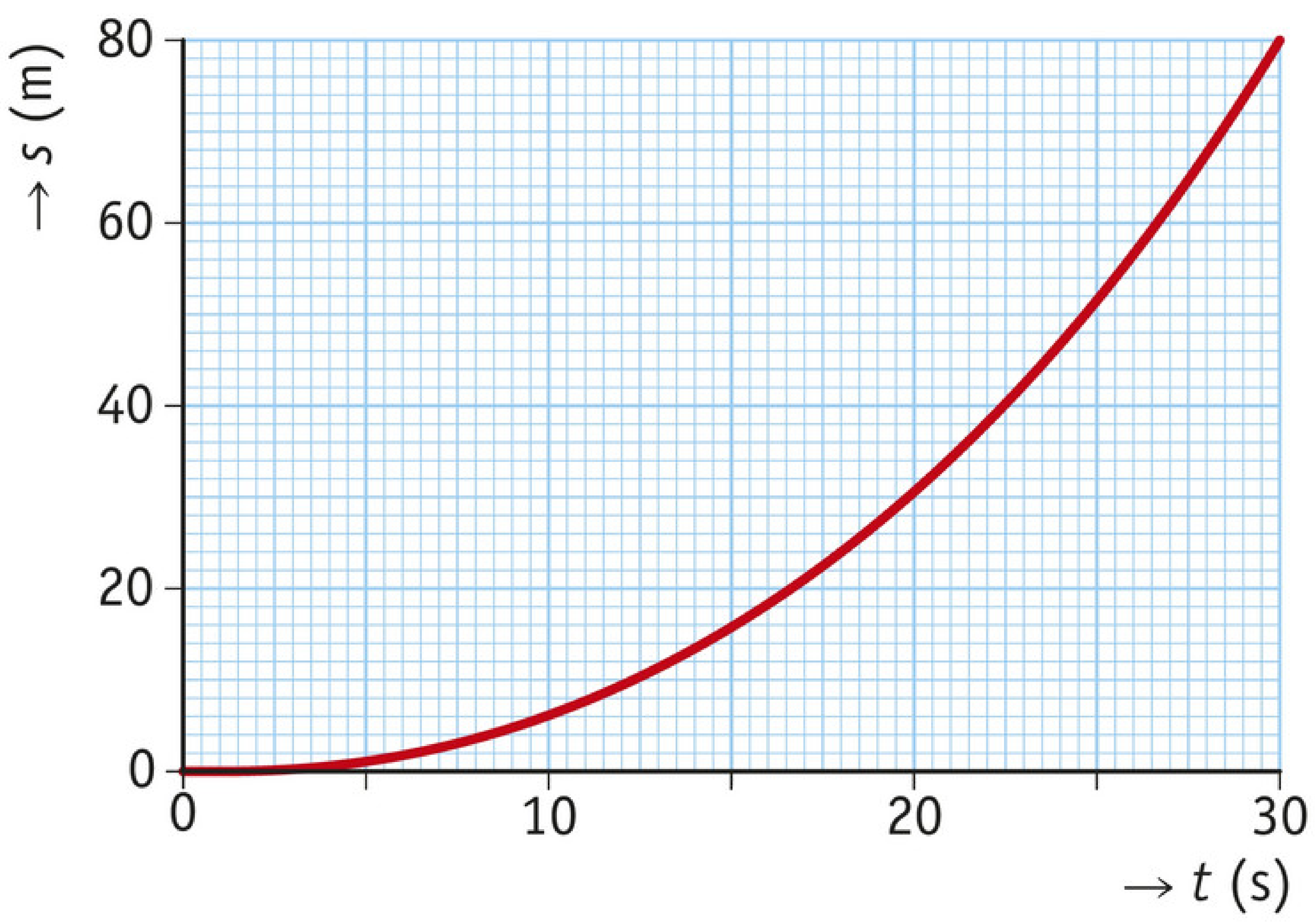
Als je naar school fietst, heb je geen constante snelheid. Soms ga je wat langzamer, dan weer wat sneller. Hetzelfde gebeurt met gymnastiek als je een rondje moet rennen: je snelheid verandert voortdurend. Deze bewegingen worden **niet-eenparige bewegingen** genoemd.

Je mag de formule $v = \frac{s}{t}$ bij dit soort bewegingen *niet* gebruiken, omdat er geen sprake is van een constante snelheid. Er kan nog wel over een **gemiddelde snelheid v_{gem}** worden gesproken. Stel je voor dat een schaatser meedoet aan de 5000 m. De schaatser begint fel en bereikt al na korte tijd een snelheid van 45 km/h. Na 3500 m is de schaatser echter behoorlijk moe en kan hij de hoge snelheid niet meer volhouden. Zijn snelheid valt terug tot 25 km/h. Hij schaatst de wedstrijd uit en finisht na 8 minuten en 27 seconden. In totaal heeft hij (8 × 60) + 27 seconden geschaatst. Dat is 507 seconden. De gemiddelde snelheid van de schaatser is

$$v_{gem} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{5000}{507} = 9{,}86 \text{ m s}^{-1}.$$

Als de schaatser deze snelheid vanaf $t = 0$ s had vastgehouden, dan zou hij ook 8 minuten en 27 seconden nodig hebben gehad om de afstand af te leggen. De gemiddelde snelheid is dus de constante snelheid waarbij een voorwerp in die tijdsduur dezelfde afstand zou hebben afgelegd.

Kijk naar het (s,t)-diagram van een niet-eenparige beweging in figuur 10.



▲ **figuur 10** het (s,t)-diagram van een niet-eenparige beweging

Je kunt nu de gemiddelde snelheid van verschillende perioden (ook wel tijdsintervallen genoemd) bepalen. Kijk bijvoorbeeld naar de periode $t = 0{,}0$ s tot $t = 20{,}0$ s. We noteren zo'n tijdsinterval ook wel als Δt [0,0 s; 20,0 s].
De gemiddelde snelheid is de afstand die in dat stuk is afgelegd, gedeeld door de tijdsduur:

$$v_{gem} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{30}{20{,}0} = 1{,}5 \text{ m s}^{-1}.$$

Kijk nu naar de periode $t = 20{,}0$ s tot $t = 30{,}0$ s. De gemiddelde snelheid is hier:

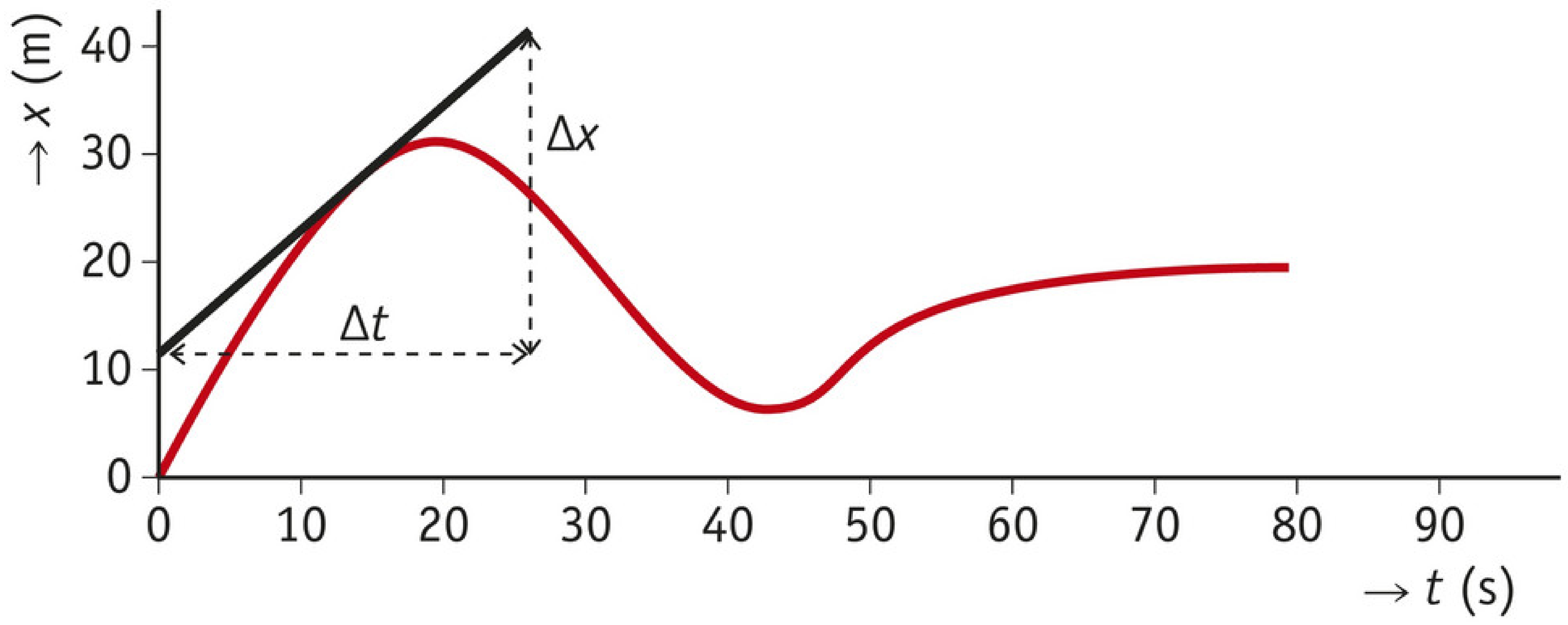
$v_{gem} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{50}{10{,}0} = 5{,}0 \text{ m s}^{-1}$. Je kunt zien dat de gemiddelde snelheid in het tweede tijdsinterval groter is. Dat is ook te zien in het (s,t)-diagram, omdat de grafiek daar steiler omhoog gaat (hoe steiler, hoe sneller). De gemiddelde snelheid over de gehele beweging is:

$$v_{gem} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{80}{30} = 2{,}7 \text{ m s}^{-1}.$$

Momentane snelheid

De gemiddelde snelheid bereken je altijd over een bepaalde periode. Maar als je tijdens het rennen even sprint, dan ga je natuurlijk veel sneller. De snelheid die je op een bepaald *moment* hebt, wordt de **momentane snelheid** v_t genoemd. Om de momentane snelheid te bepalen, moet je weten hoeveel afstand het voorwerp aflegt in een zeer korte tijdsduur. Je berekent dan in feite de gemiddelde snelheid over een zeer kleine periode.

Bekijk het (x,t)-diagram van een bromvlieg die door het huis vliegt (figuur 11).



▲ **figuur 11** het (x,t)-diagram van een bromvlieg

Stel dat je de snelheid op tijdstip $t = 15$ s wilt bepalen. Het eerste wat je dan moet doen, is de **raaklijn** in de grafiek tekenen op het tijdstip waarvan je de snelheid wilt weten. De raaklijn is een rechte lijn die even schuin loopt als de grafiek op dat punt zelf doet. De steilheid van deze raaklijn is de momentane snelheid.
Je tekent de raaklijn in dit geval op $t = 15$ s. Teken de raaklijn zo lang mogelijk, zodat je de momentane snelheid zo nauwkeurig mogelijk kunt bepalen. Bij het stuk lijn dat je hebt getekend, hoort een afstand Δx en een tijdsduur Δt (figuur 11). De momentane snelheid is nu:

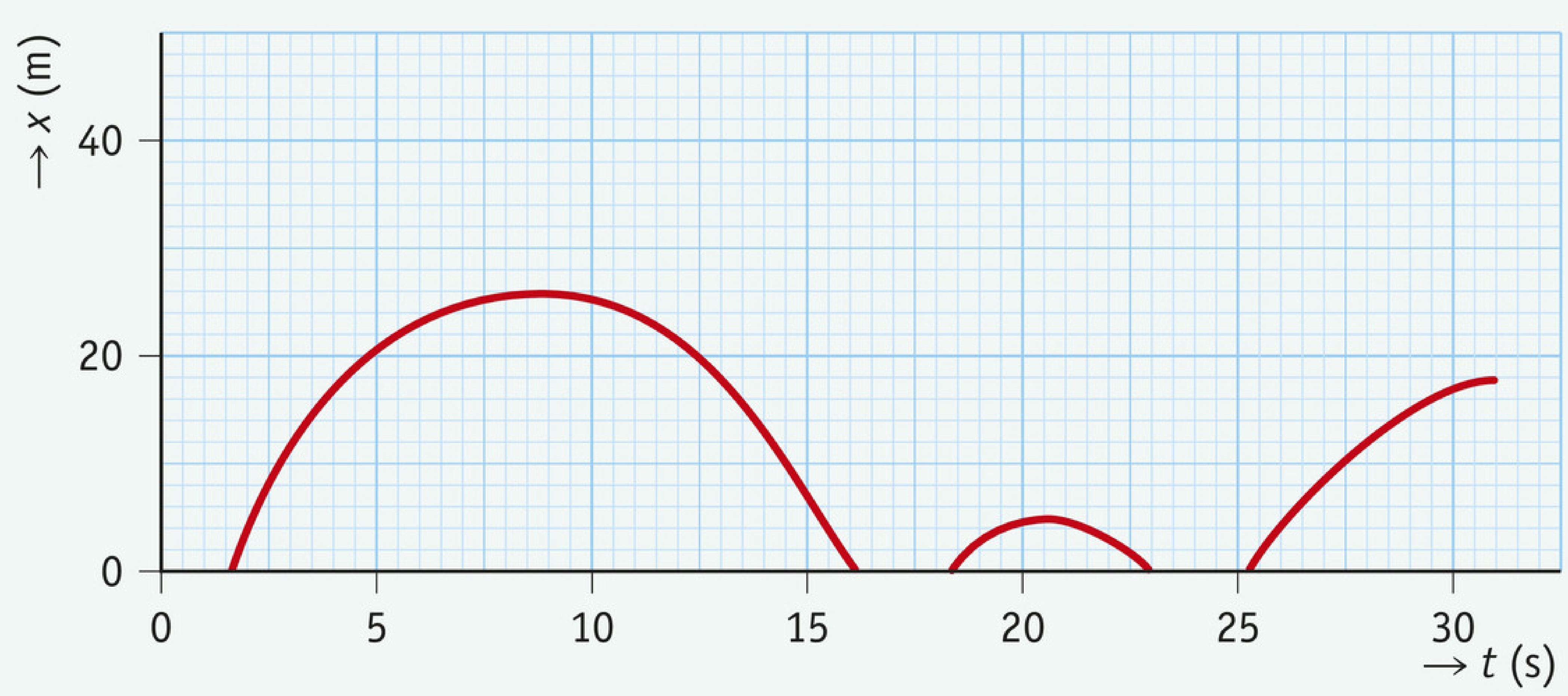
$$v = \left(\frac{\Delta x}{\Delta t}\right)_{\text{raaklijn}}$$

Hierin is:
- v de momentane snelheid in meter per seconde (m/s = m s^{-1});
- Δx de verplaatsing horende bij de raaklijn in meter (m);
- Δt de tijdsduur horende bij de raaklijn in seconde (s).

De momentane snelheid is dus de steilheid of helling van de raaklijn. De steilheid of helling van een raaklijn wordt in de wiskunde de **richtingscoëfficiënt** genoemd.

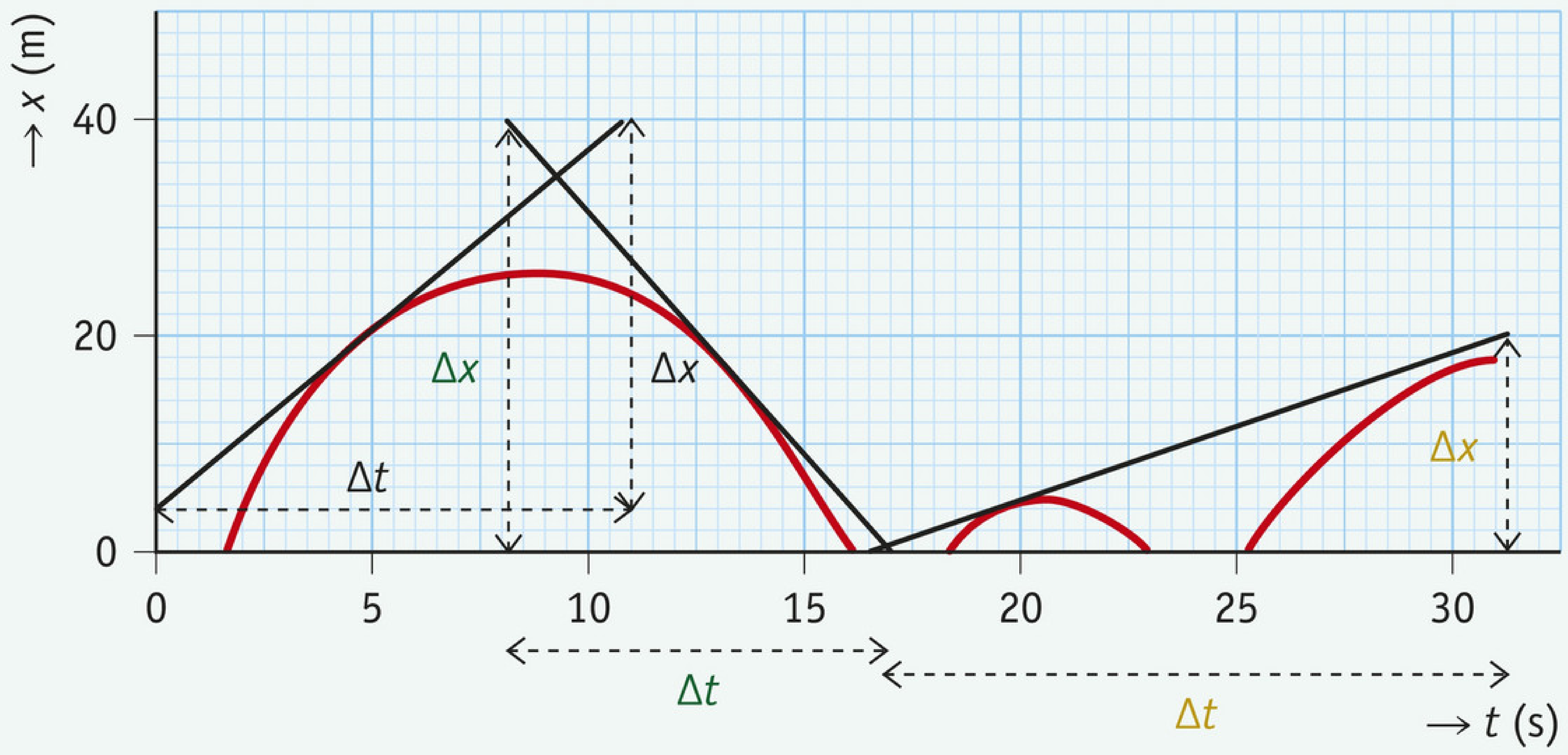
Voorbeeldopgave 9

Bekijk het (x,t)-diagram van een vogel in figuur 12.
Bepaal de snelheid op de tijdstippen $t = 5{,}0$ s, $t = 13$ s en $t = 20$ s.



◀ **figuur 12** het (x,t)-diagram van een vogel

Uitwerking
De snelheid op t = 5,0 s is de helling van de raaklijn op t = 5,0 s.
In figuur 13 zijn drie raaklijnen aan de grafiek getekend.



▲ **figuur 13** bepaling van momentane snelheden met het hellingsgetal

Lees af dat voor de getekende raaklijn in figuur 13 op t = 5,0 s geldt: $\Delta x = 40 - 4 = 36$ m
Voor Δt geldt dan: $\Delta t = 11$ s

$$v = \left(\frac{\Delta x}{\Delta t}\right)_{\text{raaklijn}} = \frac{36}{11} = 3{,}3 \text{ m s}^{-1}$$

Op dezelfde wijze bereken je ook de snelheden op t = 13 s en t = 20 s.
Voor de raaklijn op t = 13 s geldt:
$\Delta x = 0 - 40 = -40$ m
$\Delta t = 17 - 8 = 9$ s

$$v = \left(\frac{\Delta x}{\Delta t}\right)_{\text{raaklijn}} = \frac{-40}{9} = -4{,}4 \text{ m s}^{-1}$$

Het minteken geeft aan dat de snelheid negatief is, dus de vogel beweegt in tegengestelde richting.

Voor de raaklijn op t = 20 s geldt:
$\Delta x = 20 - 0 = 20$ m
$\Delta t = 31{,}3 - 16{,}5 = 14{,}8$ s

$$v = \left(\frac{\Delta x}{\Delta t}\right)_{\text{raaklijn}} = \frac{20}{14{,}8} = 1{,}4 \text{ m s}^{-1}$$

Ook in een (s,t)-diagram kun je de momentane snelheid bepalen. Dat gaat op dezelfde manier als in een (x,t)-diagram: de momentane snelheid is de steilheid van de raaklijn.

$$v = \left(\frac{\Delta s}{\Delta t}\right)_{\text{raaklijn}}$$

Onthoud!

- Er zijn drie soorten snelheden:
  - De constante snelheid v van een eenparige beweging. Gebruik de formule $v = \frac{s}{t}$
  - De gemiddelde snelheid v_{gem} die je voor alle soorten bewegingen kunt uitrekenen.
    Gebruik de formule $v_{gem} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$
  - De momentane snelheid v_t of $v(t)$. Dit is de snelheid die een voorwerp op een bepaald moment heeft. Teken de raaklijn op een tijdstip in de (x,t)- of (s,t)-grafiek. De steilheid hiervan is de momentane snelheid: $v = \left(\frac{\Delta x}{\Delta t}\right)_{raaklijn}$ en $v = \left(\frac{\Delta s}{\Delta t}\right)_{raaklijn}$

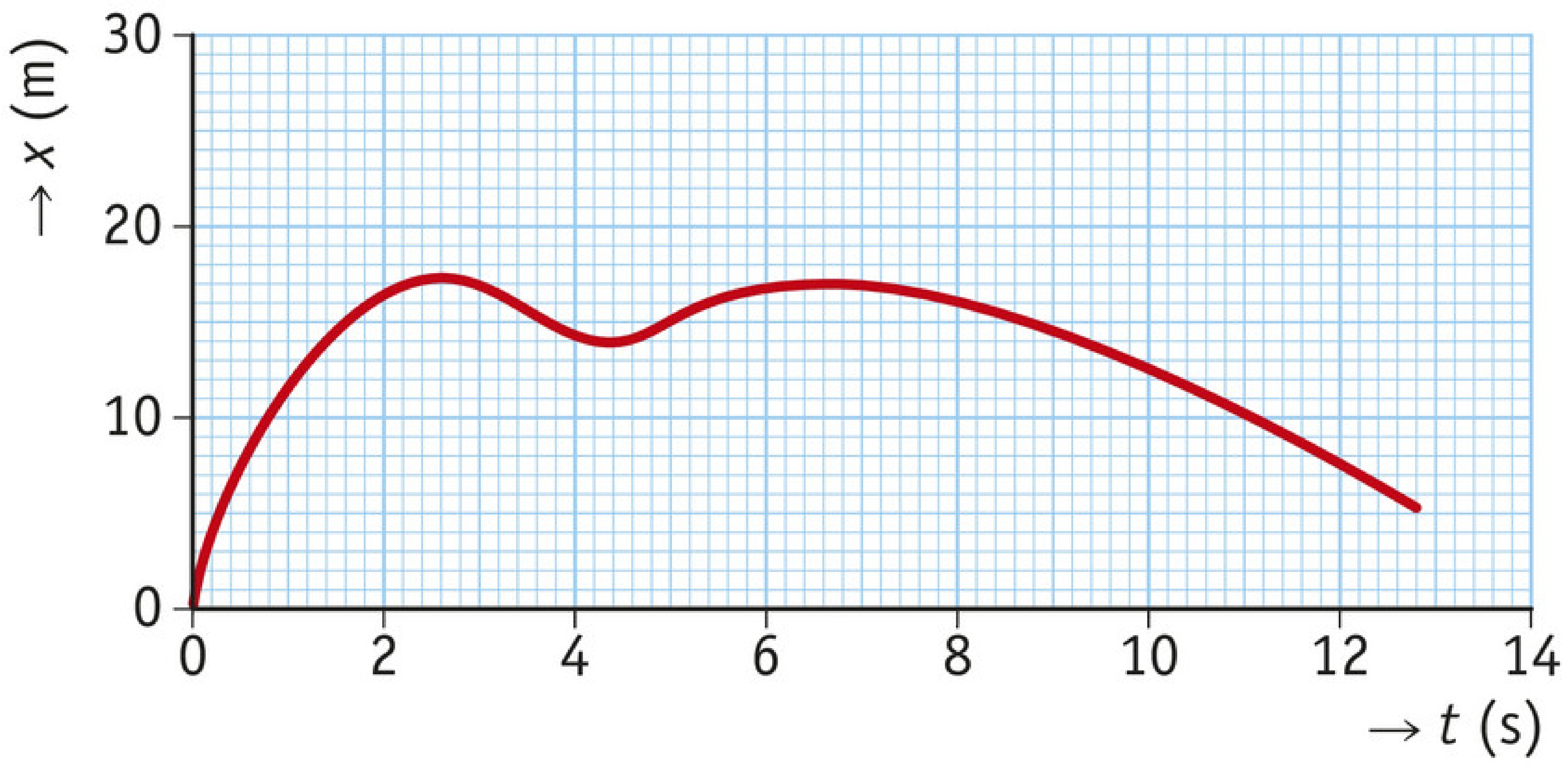
Opdrachten

32 Gemiddelde en momentane snelheid
Beantwoord de volgende vragen.
a Leg het verschil uit tussen gemiddelde snelheid en momentane snelheid.
b Hoe bepaal je de snelheid op een tijdstip uit het (x,t)-diagram?

33 Triatlon
Een deelnemer aan een halve triatlon legt 1,9 km zwemmen af in 0,80 uur, 90 km fietsen in 2,5 uur en 21 km hardlopen in 1,7 uur.
a Bereken de gemiddelde snelheid tijdens het zwemmen in meter per seconde (m s^{-1}).
b Bereken de gemiddelde snelheid tijdens het fietsen in m s^{-1}.
c Bereken de gemiddelde snelheid tijdens het hardlopen in m s^{-1}.
d Bereken de gemiddelde snelheid voor de hele triatlon in m s^{-1}.

34 Soorten snelheid
Leg uit welk ‘soort’ snelheid in de volgende voorbeelden wordt bedoeld: de constante, de gemiddelde of de momentane snelheid.
a Een tennisser serveert de bal met een snelheid van 230 km h^{-1}.
b De snelheid van het licht is 299 792,458 km s^{-1}.
c In de LHC-deeltjesversneller in CERN bereiken deeltjes een snelheid van 99,999 9964% van de lichtsnelheid.
d Met een snelheid van 100 km h^{-1} ben je na 10 uur in het noorden van Italië.
e De maximale snelheid van een slinger.

35 Momentane snelheid
Bekijk het (x,t)-diagram in figuur 14.



▲ **figuur 14** het (x,t)-diagram van een willekeurige beweging

Bepaal op de volgende tijdstippen de momentane snelheid.

a t = 2,0 s
b t = 4,0 s
c t = 8,0 s
d t = 11,0 s

36 Treinrit
Je rijdt van Utrecht naar Venlo. Je rijdt 1,0 h met een gemiddelde snelheid van 80 km/h, daarna 0,50 h 100 km/h en vervolgens nog 15 min 50 km/h.
Bereken je gemiddelde snelheid van Utrecht naar Venlo.

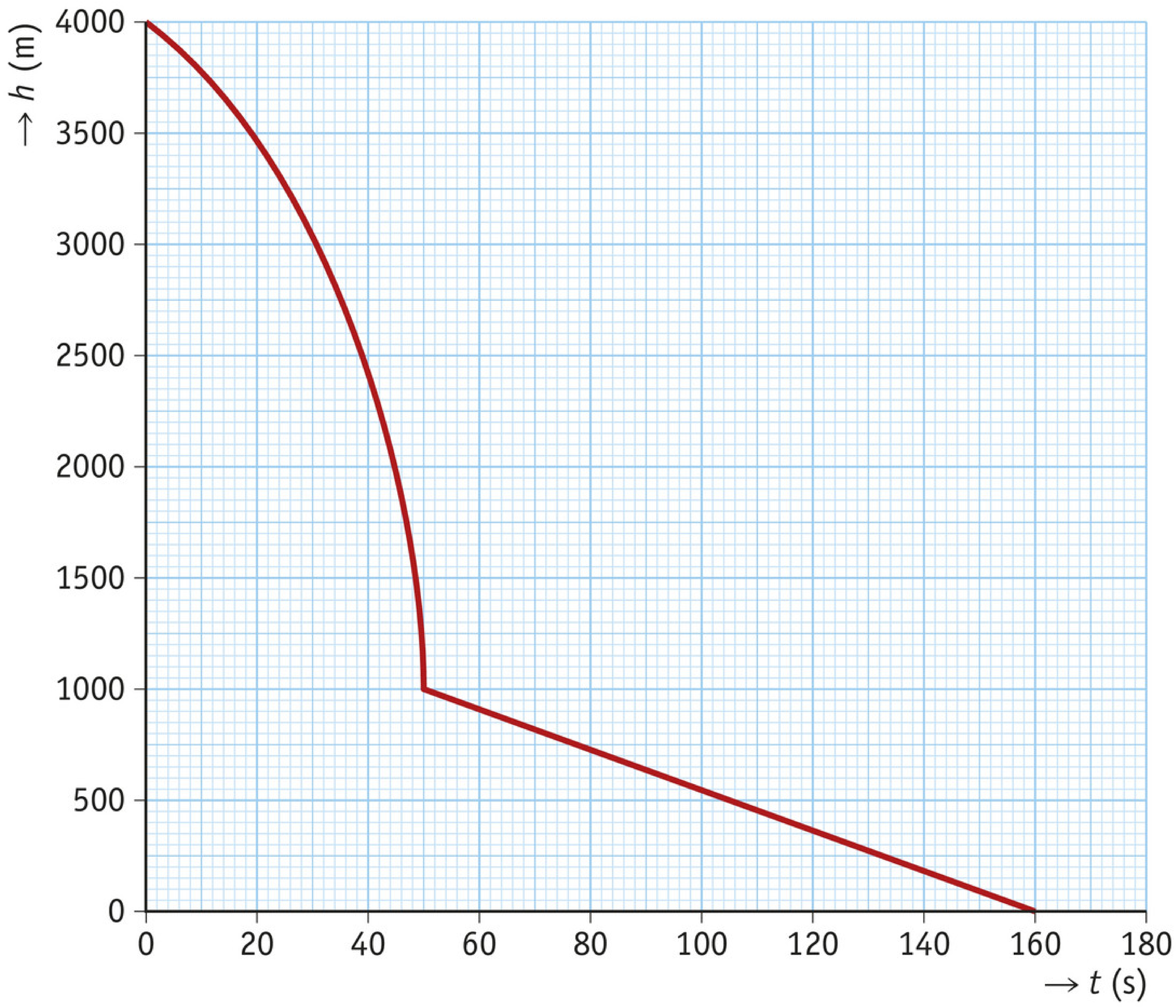
37 Gemiddelde snelheid
Bekijk het (x,t)-diagram in figuur 14.
Bepaal de gemiddelde snelheid in de volgende tijdsintervallen.

a tussen t = 0,0 s en t = 4,0 s
b tussen t = 4,0 s en t = 8,0 s
c tussen t = 8,0 s en t = 12 s
d tussen t = 0,0 s en t = 12 s

38 Lopen en rennen
Erik wandelt een halfuur lang met een gemiddelde snelheid van 4,2 km h^{-1}. Daarna rent hij gedurende 12 s met een gemiddelde snelheid van 12 km h^{-1}. Daarna wandelt hij weer een halfuur met een gemiddelde snelheid van 3,8 km h^{-1}.
Beredeneer, zonder daadwerkelijk te rekenen, dat de gemiddelde snelheid van Erik 4,0 km h^{-1} zal zijn.

39 Parachutesprong

Een parachutist springt op 4000 m hoogte uit een vliegtuig. In figuur 15 is de hoogte h van de parachutist uitgezet tegen de valtijd t.



▲ **figuur 15** het (h,t)-diagram van een parachutist

a Hoe zie je aan de grafiek dat de parachutist de laatste 110 s een eenparige beweging uitvoert?
b Bepaal de gemiddelde snelheid van de hele sprong.
c Bepaal de snelheid tijdens de eenparige beweging waarmee de parachutist de grond bereikt.
d Bepaal de snelheid op t = 20 s.

+40 Autocircuit

Op het circuit van Spa Francorchamps in België wordt een formule 1-race gehouden. Coureur A heeft een gemiddelde snelheid van 155,7 km h^{-1}. Coureur B heeft een gemiddelde snelheid van 145,2 km h^{-1}. Na 40 min haalt coureur A coureur B voor de eerste keer in. Bereken de lengte van één rondje.

+41 Snelheidscontroles

De politie voert regelmatig snelheidscontroles uit om te meten of automobilisten niet te snel rijden. De politie gebruikt daarbij voornamelijk twee methoden. De meest gebruikte methode is controle met een ‘flitser’: een fotocamera die langs de weg staat en een foto maakt van alle auto’s die op die plaats te snel rijden (dus een te grote momentane snelheid hebben). Een andere methode is de trajectcontrole. Hierbij wordt over een bepaalde afstand bekeken hoe snel iemand gemiddeld rijdt.
Jos is iemand die graag snel rijdt. Op t = 0 s begint een trajectmeting. Jos haalt een andere auto in en rijdt op dat moment 140 km/h. De inhaalmanoeuvre duurt 15 s. De trajectmeting wordt gedaan over een afstand van 1,5 km.
Met welke constante snelheid mag Jos de rest van het traject rijden opdat zijn gemiddelde snelheid niet boven de 120 km/h komt?

5 Versnelling

In deze paragraaf leer je:
- wat de versnelling is en hoe je die berekent;
- hoe je de (gemiddelde) versnelling en de versnelling op een bepaald moment kunt bepalen uit een (v,t)-diagram.

Bij bewegingen waarbij de snelheid groter wordt, geeft de grootheid versnelling aan hoe snel die snelheid oploopt. Bij een grote versnelling wordt de snelheid in korte tijd flink groter.
Een beweging waarbij de snelheid toeneemt, heet een **versnelde beweging**. De snelheid kan regelmatig of onregelmatig toenemen. Als de snelheid elke seconde *evenveel* toeneemt, spreek je van een **eenparig versnelde beweging**.

De grootheid versnelling

De grootheid **versnelling *a*** geeft aan hoe snel de snelheid verandert. Het symbool a komt van het Engelse *acceleration*. De versnelling is de snelheidstoename per seconde. Je kunt de versnelling berekenen door de snelheidstoename Δv te delen door de tijdsduur Δt:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

Hierin is:
- a de versnelling in meter per seconde kwadraat ($\text{m/s}^2 = \text{m s}^{-2}$);
- Δv de snelheidstoename in meter per seconde ($\text{m/s} = \text{m s}^{-1}$);
- Δt de tijdsduur waarin deze snelheidsverandering plaatsvindt in seconde (s).

Let erop dat je in de formule van de versnelling Δv invult in m s^{-1} en niet in km h^{-1}.

Je berekent de snelheidstoename Δv door de beginsnelheid (de snelheid vóór het versnellen) van de eindsnelheid (de snelheid ná het versnellen) af te trekken:

$$\Delta v = v_{\text{eind}} - v_{\text{begin}}$$

Je vindt de eenheid van versnelling met de formule voor de versnelling:

$$[a] = \frac{[\Delta v]}{[\Delta t]} = \frac{\text{m/s}}{\text{s}} = \frac{\frac{\text{m}}{\text{s}}}{\text{s}} = \frac{\text{m}}{\text{s} \cdot \text{s}} = \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = \text{m/s}^2 = \text{m s}^{-2}$$

Voorbeeldopgave 10

De snelheid van een auto neemt in 8,0 s toe van 60 km h^{-1} tot 100 km h^{-1}.
Bereken de versnelling.

Uitwerking
$\Delta t = 8{,}0\ \text{s}$
$\Delta v = v_{\text{eind}} - v_{\text{begin}} = 100 - 60 = 40\ \text{km/h} = 11\ \text{m s}^{-1}$

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{11}{8{,}0} = 1{,}4\ \text{m s}^{-2}$$

Hier is Δv uitgerekend in km h^{-1}. Deze waarde is vervolgens omgerekend naar m s^{-1} (delen door 3,6). Je kunt ook de beginsnelheid en de eindsnelheid omrekenen naar m s^{-1} en dan met deze waarden Δv uitrekenen.

Voorbeeldopgave 11

Een auto rijdt met 54 km h^{-1} en versnelt dan gedurende 10 s met 2,5 m s^{-2}.
Bereken de snelheid na het versnellen in km h^{-1}.

Uitwerking
a = 2,5 m s^{-2}
Δt = 10 s

Uit $a = \dfrac{\Delta v}{\Delta t}$ volgt: $\Delta v = a \cdot \Delta t = 2{,}5 \times 10 = 25$ m s^{-1}

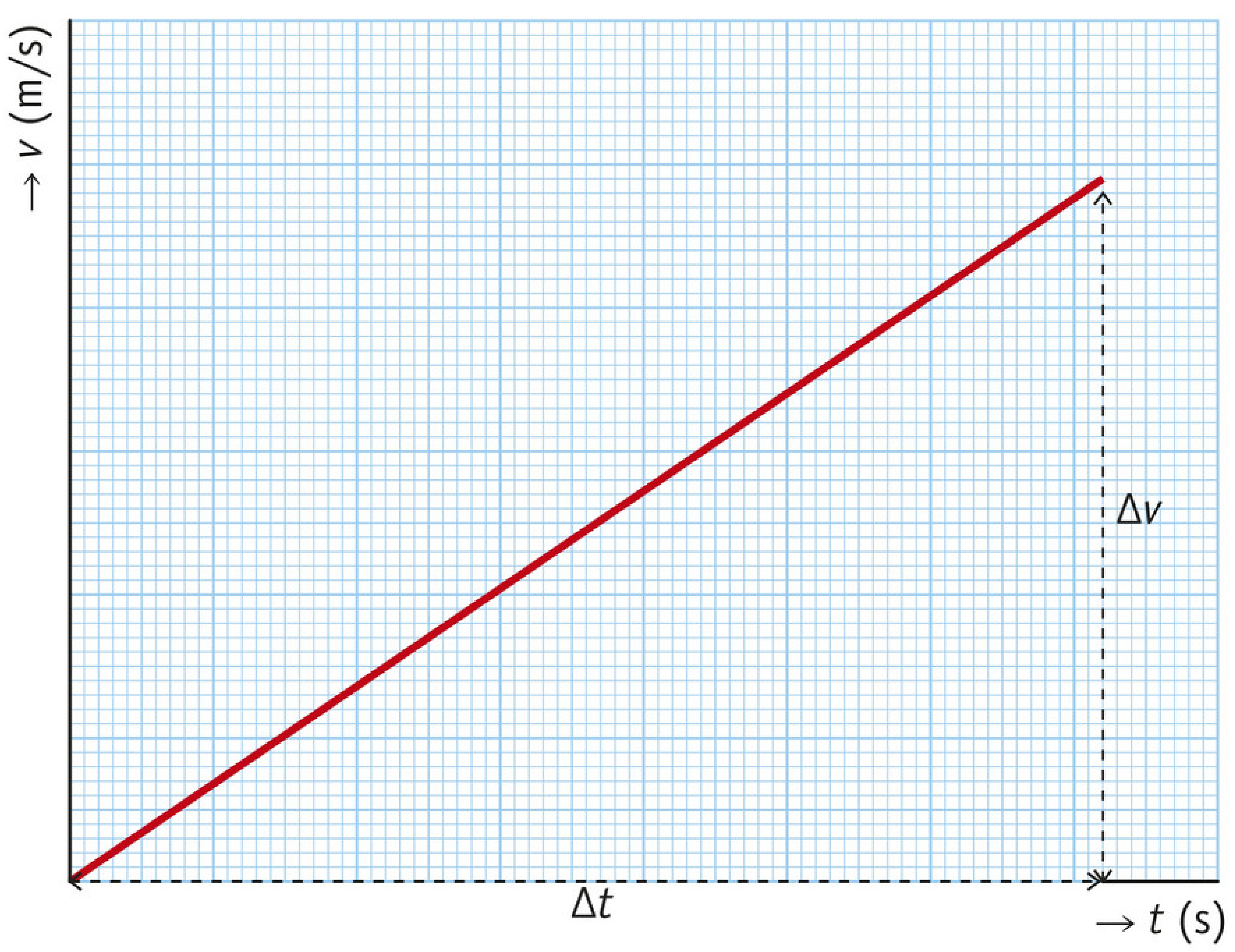
De snelheid neemt dus met 25 m s^{-1} toe.
De snelheid was 54 km h^{-1} = 15 m s^{-1}.
De snelheid na het versnellen is dus: 15 + 25 = 40 m s^{-1}.
Dit is 40 × 3,6 = 144 km h^{-1} = $1{,}4 \cdot 10^2$ km h^{-1}.

Je kunt de snelheid na het versnellen ook vinden door de formule $\Delta v = v_{eind} - v_{begin}$ in te vullen:
$25 = v_{eind} - 15$ waaruit volgt: $v_{eind} = 25 + 15 = 40$ m s^{-1}.
Let erop dat Δv de snelheids*toename* voorstelt en niet de eindsnelheid.

Nu je het begrip versnelling kent, kun je het begrip eenparig versnelde beweging ook op een andere manier uitleggen: een eenparig versnelde beweging is een beweging met een constante positieve versnelling.

Het (*v*,*t*)-diagram

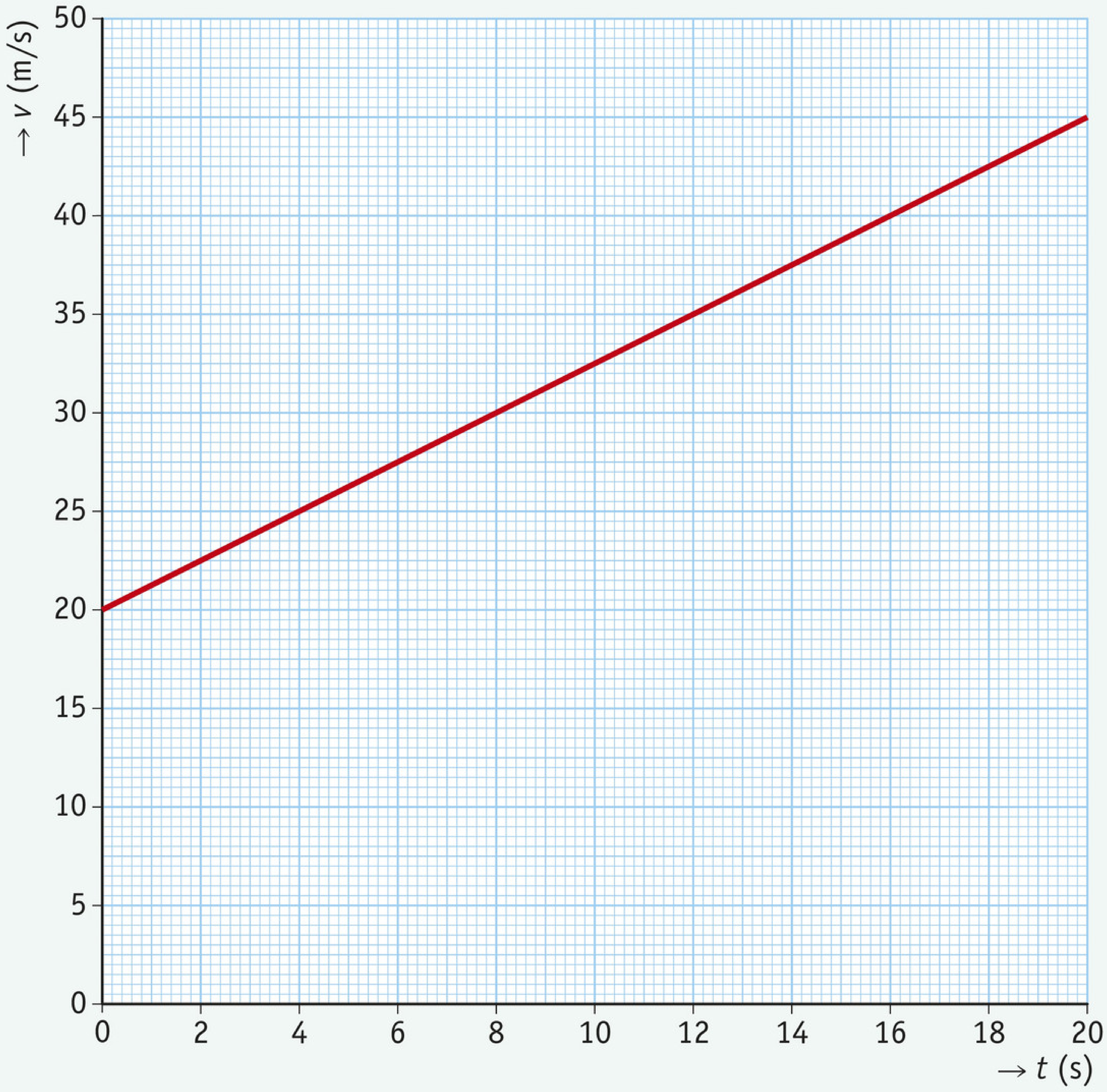
Het (v,t)-diagram van een eenparig versnelde beweging is een stijgende rechte lijn. Als deze lijn door de oorsprong gaat, is de beginsnelheid nul. Als de lijn niet door de oorsprong gaat, dan gaat het om een eenparig versnelde beweging met een beginsnelheid.
De versnelling is de steilheid van het (v,t)-diagram (figuur 16).



▲ **figuur 16** Het (v,t)-diagram van een eenparig versnelde beweging zonder beginsnelheid; $a = \dfrac{\Delta v}{\Delta t}$ is de steilheid van het (v,t)-diagram.

Voorbeeldopgave 12

Bepaal de versnelling van het voorwerp waarvan in figuur 17 het (v,t)-diagram is getekend.



▲ **figuur 17** het (v,t)-diagram van een eenparig versnelde beweging met beginsnelheid

Uitwerking

a = steilheid (v,t)-diagram $= \dfrac{45{,}0 - 20{,}0}{20{,}0} = \dfrac{25{,}0}{20{,}0} = 1{,}25 \text{ m s}^{-2}$

Je hoeft niet gebruik te maken van het feit dat de versnelling de steilheid van het (v,t)-diagram is. Je kunt hier ook Δv en Δt uit de grafiek bepalen en de formule voor de versnelling gebruiken, omdat de grafiek een rechte lijn is.

Als het (v,t)-diagram wel stijgt maar geen rechte lijn is, dan is de beweging wel versneld maar is de versnelling niet op elk tijdstip even groot. Er is dan dus geen sprake van een eenparig versnelde beweging. Je kunt dan de gemiddelde versnelling bepalen met: $a_{gem} = \dfrac{\Delta v}{\Delta t}$

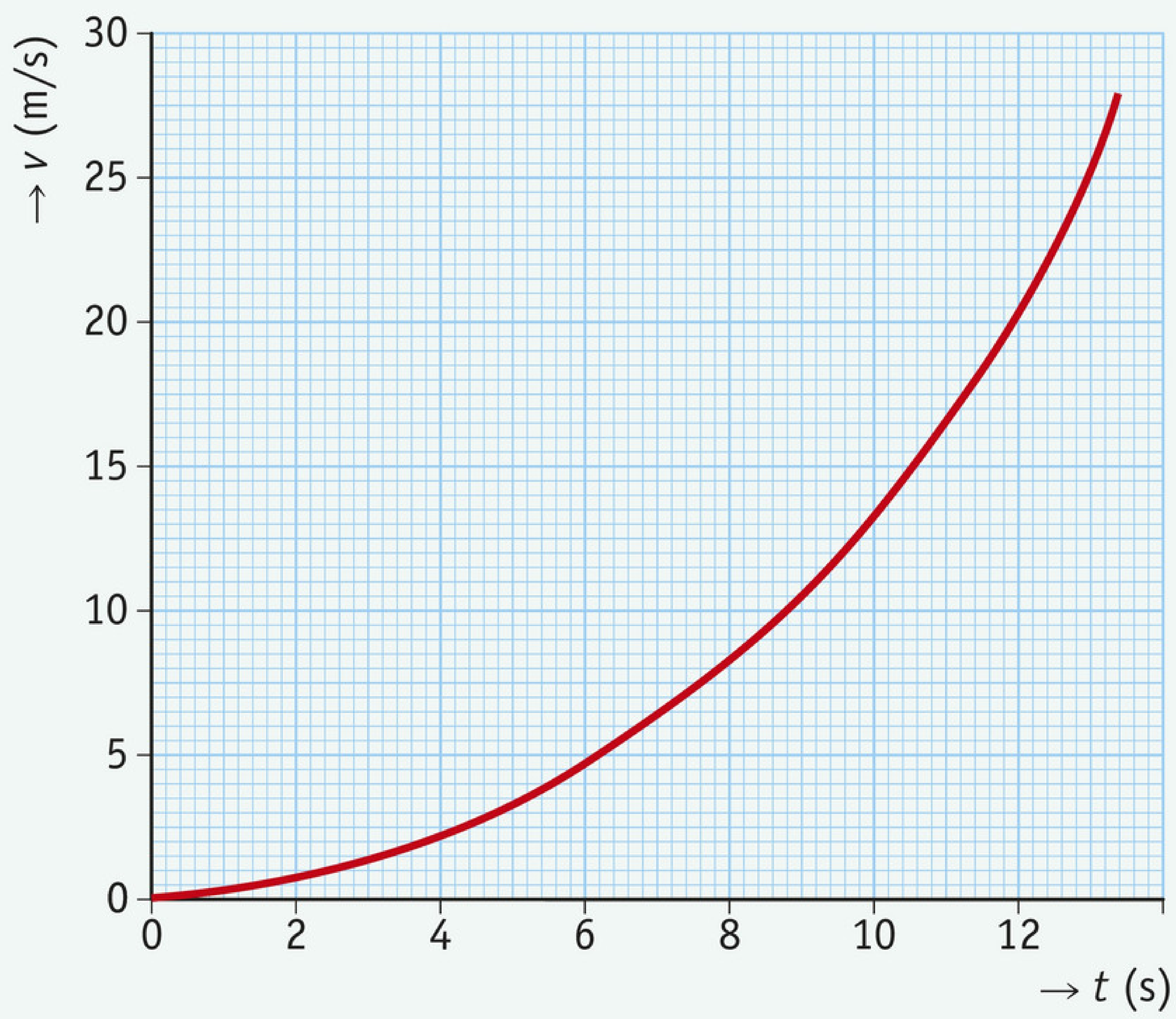
Je kunt ook de versnelling op een bepaald tijdstip bepalen door op dat tijdstip een raaklijn aan het (v,t)-diagram te tekenen en de steilheid van deze raaklijn te bepalen. Teken die raaklijn zo lang mogelijk. De versnelling op een tijdstip wordt ook wel de **momentane versnelling** genoemd. Voor deze momentane versnelling geldt:

$$a = \left(\frac{\Delta v}{\Delta t}\right)_{\text{raaklijn}}$$

Hierin is:
- a de momentane versnelling in meter per seconde kwadraat (m s^{-2});
- Δv de snelheidstoename horende bij de raaklijn in meter per seconde (m s^{-1});
- Δt de tijdsduur horende bij de raaklijn in seconde (s).

Voorbeeldopgave 13

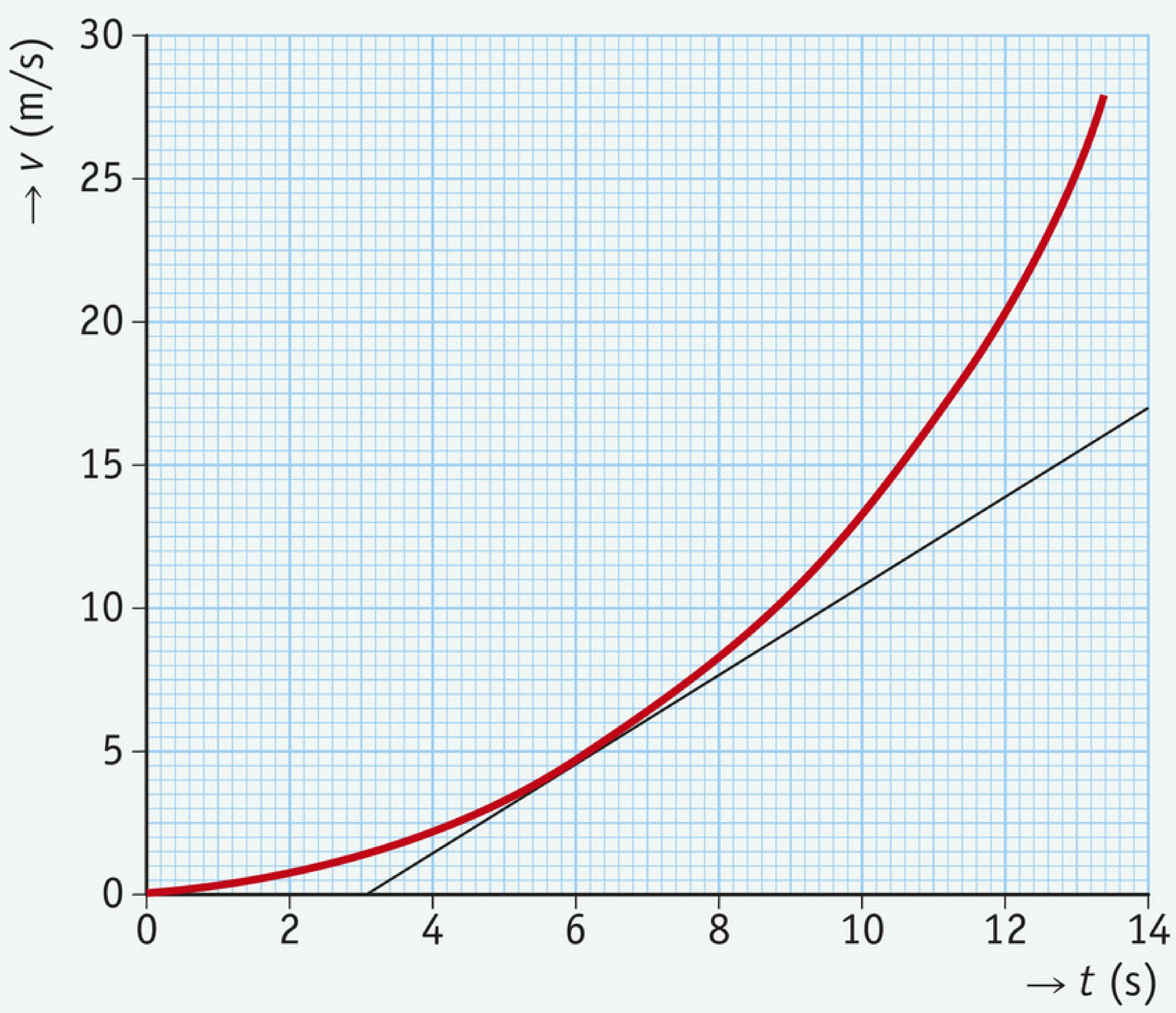
Van een bewegend voorwerp is in figuur 18 het (v,t)-diagram getekend.



▲ **figuur 18** het (v,t)-diagram van een versnelde beweging

a Bepaal de versnelling van dit voorwerp op $t = 6{,}0$ s.
b Bepaal de gemiddelde versnelling voor de hele beweging.

Uitwerking
a In figuur 19 is de raaklijn getekend aan het (v,t)-diagram op $t = 6{,}0$ s.



▲ **figuur 19** het bepalen van de versnelling op $t = 6{,}0$ s

De versnelling op dit tijdstip is de steilheid van deze raaklijn:

$$a = \left(\frac{\Delta v}{\Delta t}\right)_{\text{raaklijn}} = \frac{17{,}0 - 0}{14{,}0 - 3{,}0} = \frac{17{,}0}{11{,}0} = 1{,}55 \text{ m s}^{-2}$$

b Bepaal eerst Δv en Δt voor de hele grafiek.
$\Delta v = 28 - 0 = 28{,}0$ m s^{-1}
$\Delta t = 13{,}4 - 0{,}0 = 13{,}4$ s

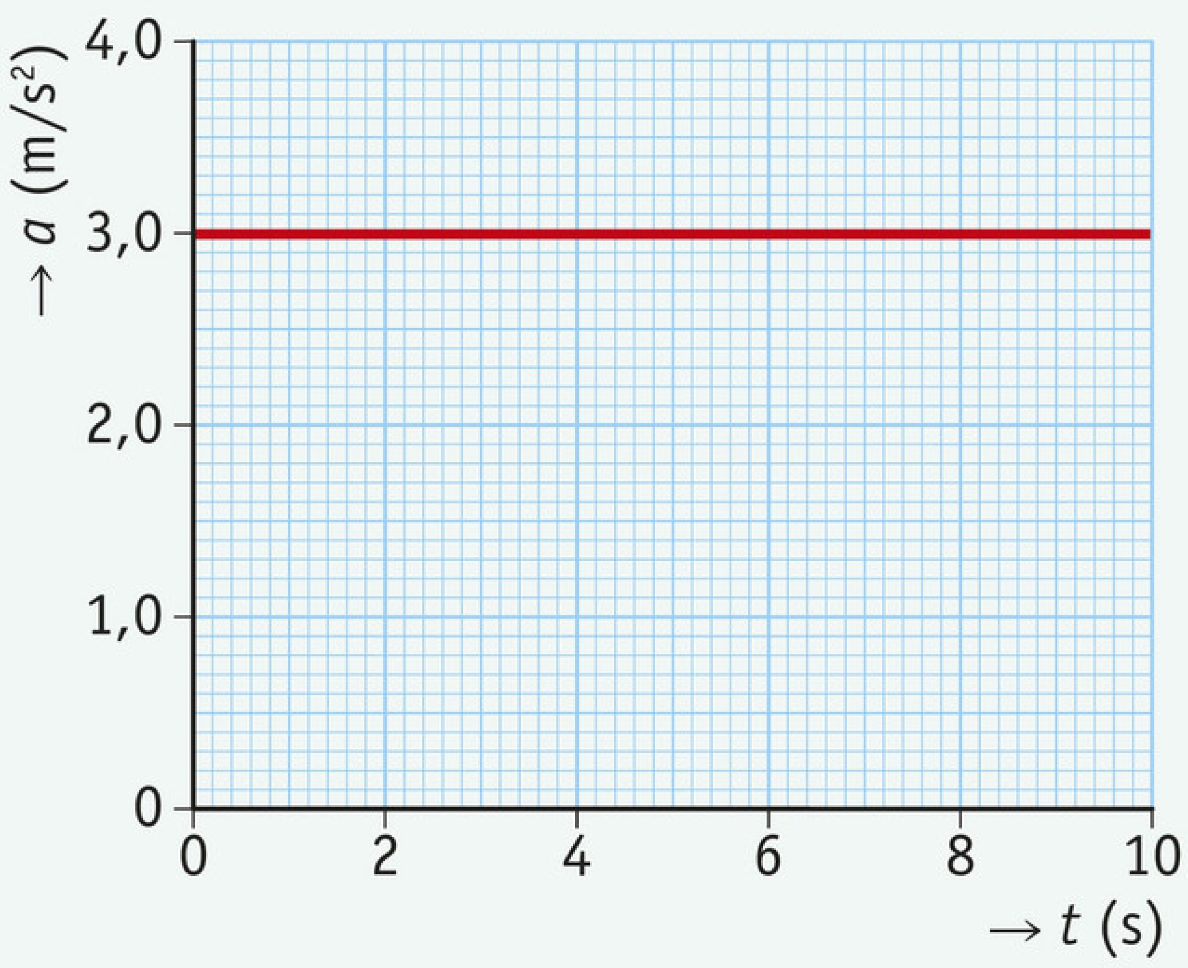
Dan geldt: $a_{gem} = \dfrac{\Delta v}{\Delta t} = \dfrac{28{,}0 - 0}{13{,}4} = 2{,}09$ m s^{-2}

Het (*a*,*t*)-diagram

Het (*a*,*t*)-diagram van een eenparig versnelde beweging is een horizontale rechte lijn. De versnelling is immers constant. Je kunt de snelheidstoename Δv uit het (*a*,*t*)-diagram halen. Deze snelheidstoename is de oppervlakte onder het (*a*,*t*)-diagram, immers $\Delta v = a \cdot \Delta t$.

Voorbeeldopgave 14

Bepaal de snelheidstoename van het voorwerp waarvan in figuur 20 het (*a*,*t*)-diagram is getekend.



▲ **figuur 20** het (*a*,*t*)-diagram van een versnelde beweging

Uitwerking
Δv = oppervlakte onder het (*a*,*t*)-diagram $= 3{,}0 \times 10 = 30$ m s^{-1}
De snelheid neemt dus met 30 m s^{-1} toe.

Je hoeft niet per se gebruik te maken van het feit dat Δv de oppervlakte onder het (*a*,*t*)-diagram is. Je kunt ook *a* en Δt uit de grafiek halen en dan de formule $\Delta v = a \cdot \Delta t$ gebruiken.

Onthoud!

- De (gemiddelde) versnelling is de snelheidstoename per seconde. Deze is uit te rekenen met de formule $a_{gem} = \dfrac{\Delta v}{\Delta t}$
- Bij een eenparig versnelde beweging is de snelheid constant en neemt de snelheid elke seconde evenveel toe. De versnelling kun je uitrekenen met de formule $a = \dfrac{\Delta v}{\Delta t}$
- De versnelling is de steilheid van het (*v*,*t*)-diagram en hieruit te bepalen met: $a = \left(\dfrac{\Delta v}{\Delta t}\right)_{raaklijn}$
- De snelheidstoename Δv is de oppervlakte onder het (*a*,*t*)-diagram.

Opdrachten

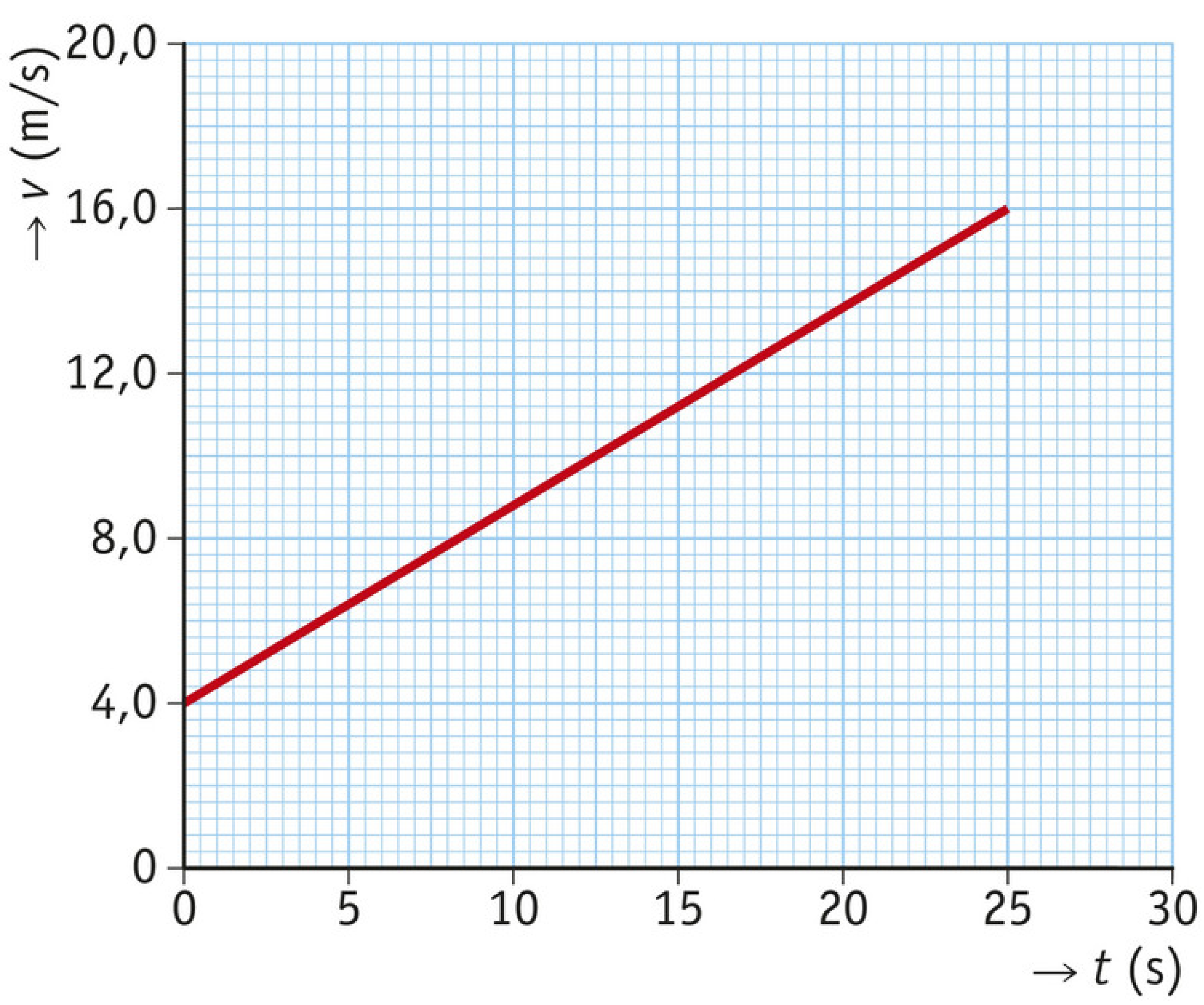
42 Versnelling
Beantwoord de volgende vragen.
- **a** Leg in je eigen woorden uit wat je onder de grootheid versnelling verstaat.
- **b** Met welke formule kun je de versnelling berekenen?
- **c** In welke eenheden moet je de grootheden in deze formule uitdrukken?
- **d** Leg in je eigen woorden uit wat een eenparig versnelde beweging is.

43 Diagrammen
Maak de volgende opdrachten.
- **a** Beschrijf hoe het (v,t)-diagram van een eenparig versnelde beweging zonder beginsnelheid eruitziet.
- **b** Beschrijf hoe het (v,t)-diagram van een eenparig versnelde beweging met beginsnelheid eruitziet.
- **c** Leg uit hoe je uit een (v,t)-diagram de versnelling op een tijdstip kunt bepalen.
- **d** Beschrijf hoe het (a,t)-diagram van een eenparig versnelde beweging eruitziet.
- **e** Leg uit hoe je de snelheidstoename uit een (a,t)-diagram kunt bepalen.

44 Auto en motor
Bereken de versnelling in de volgende gevallen.
- **a** een auto die vanuit stilstand eenparig versneld optrekt en na 6,0 s een snelheid heeft van 18 m s^{-1}
- **b** een motor die de bebouwde kom uit rijdt en daarna in 4,0 s tijd versnelt van 50 km h^{-1} tot 80 km h^{-1}
- **c** een parachutist die uit een vliegtuig valt en na 5,0 s een snelheid heeft van 49 m s^{-1}

45 Optrekkende auto
Een auto trekt eenparig versneld op met een versnelling van 3,0 m s^{-2}.
- **a** Bereken de snelheid van de auto na 5,0 s.
- **b** Teken het (v,t)-diagram van de auto van $t = 0$ tot $t = 5{,}0$ s.

46 (v,t)-diagram
In figuur 21 is het (v,t)-diagram getekend van een bewegend voorwerp.



▲ **figuur 21** het (v,t)-diagram van een bewegend voorwerp

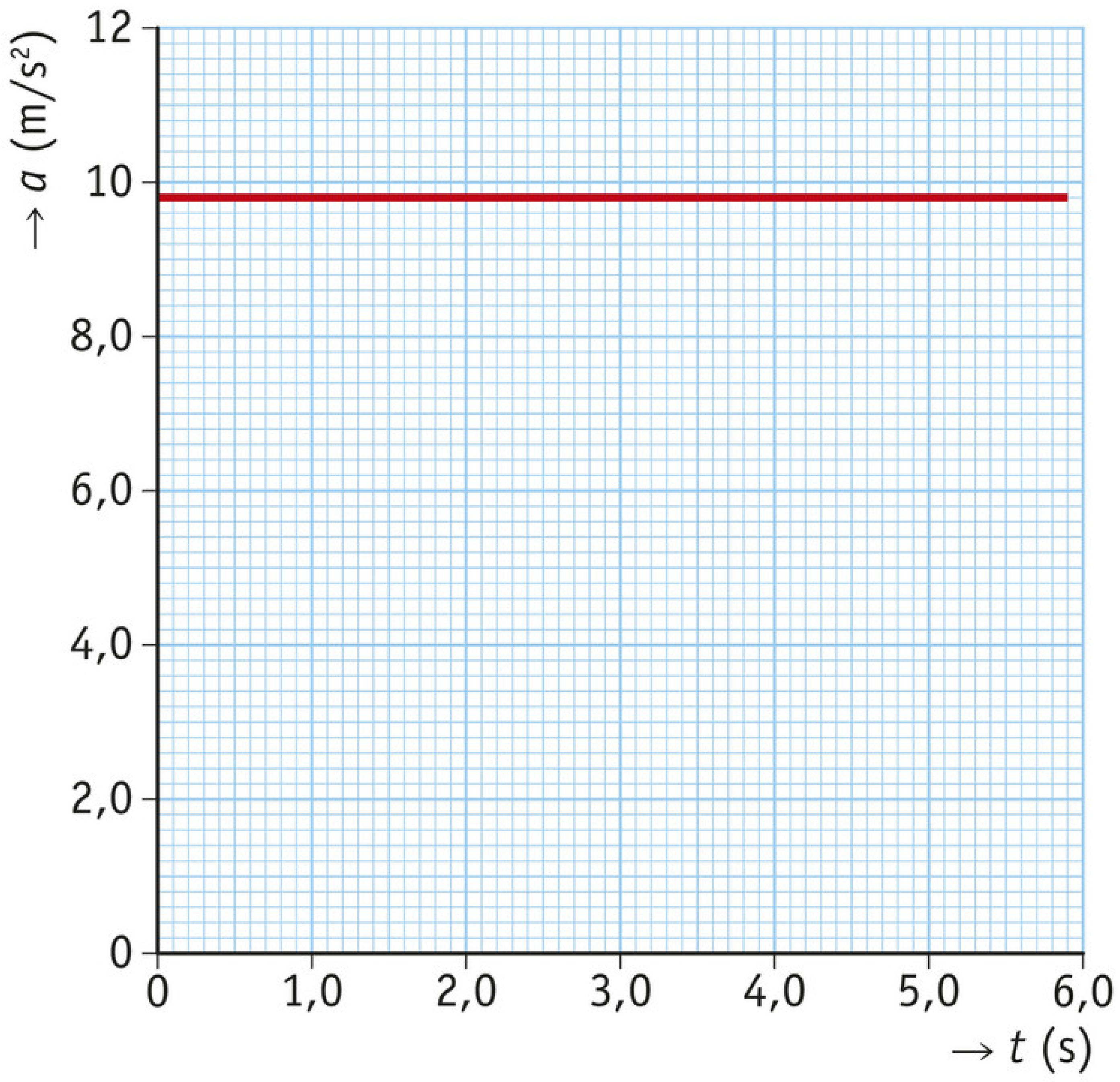
- **a** Bepaal de versnelling van het voorwerp.
- **b** Bepaal de snelheid van het voorwerp op $t = 0$ s en op $t = 20$ s.
- **c** Bepaal de afstand die het voorwerp heeft afgelegd tussen $t = 0$ s en $t = 25$ s.

47 Raket
Een raket versnelt met 26 m s^{-2}.
Bereken hoelang de raket nodig heeft om vanuit stilstand een snelheid te bereiken van 6,0 km s^{-1}.

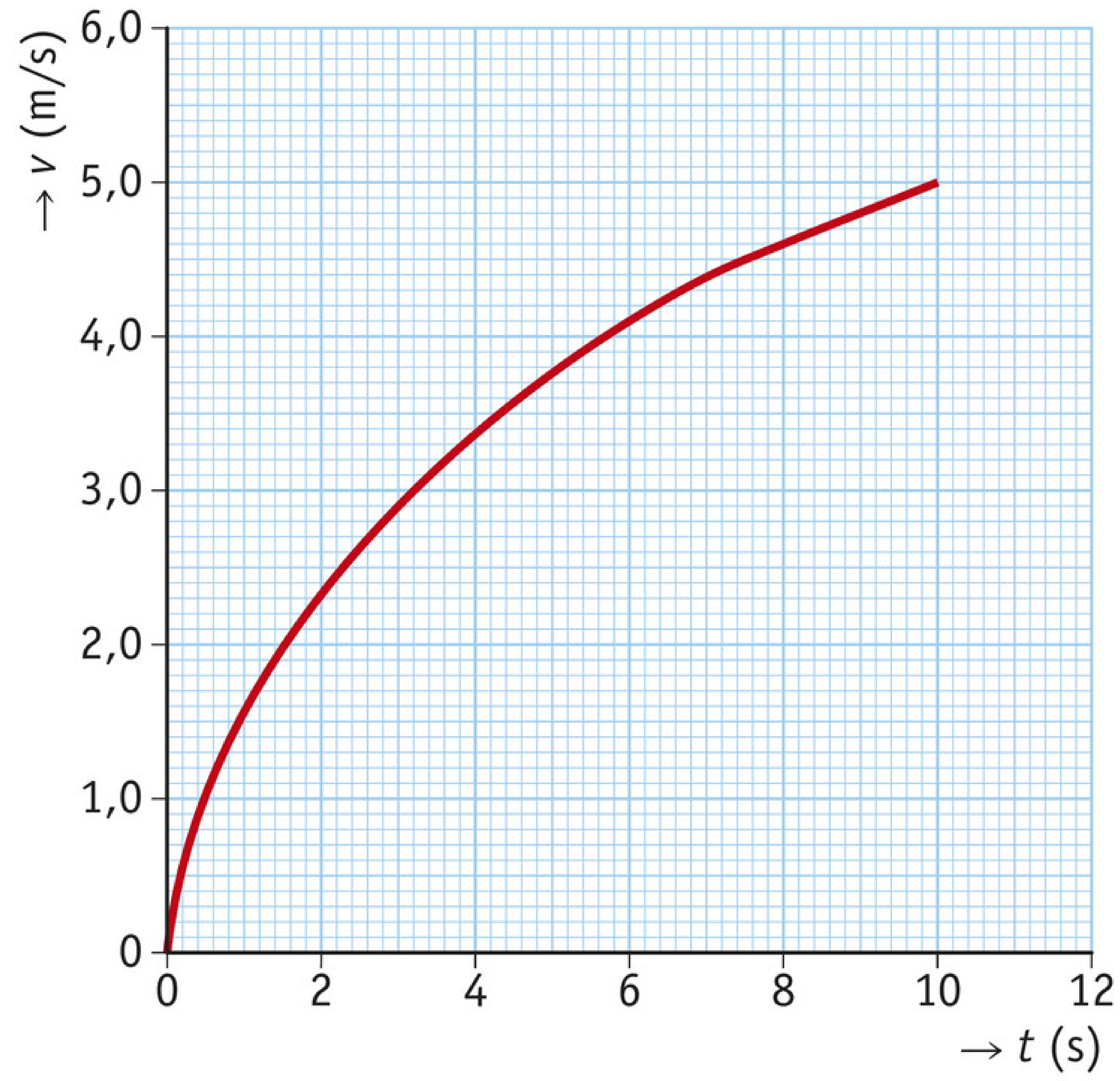
48 Vallende steen
In figuur 22 is het (a,t)-diagram van een vallende steen getekend.
- **a** Leg uit dat de beweging van de steen eenparig versneld is.
- **b** Bepaal de snelheid van de steen op t = 10 s als de steen op t = 0 s begon te vallen en dus nog geen snelheid had.
- **c** Bepaal de snelheid van de steen op t = 10 s als de steen op t = 0 s een snelheid van 5,0 m s^{-1} naar beneden had.

49 Raket
Een raket heeft geen grote versnelling tijdens het opstijgen.
Leg uit hoe men de eindsnelheid van de raket toch heel groot maakt. Doe dit aan de hand van de formule voor de versnelling.

+50 Bewegend voorwerp
In figuur 23 is het (v,t)-diagram van een bewegend voorwerp getekend.
- **a** Leg uit dat de beweging waarvan het (v,t)-diagram is getekend, geen eenparig versnelde beweging is.
- **b** Leg uit of de versnelling van de beweging steeds groter of steeds kleiner wordt.
- **c** Bepaal de gemiddelde versnelling.
- **d** Bepaal de versnelling op de tijdstippen t = 0,0 s, t = 4,0 s en t = 8,0 s.



▲ **figuur 22** het (a,t)-diagram van een vallende steen



▲ **figuur 23** het (v,t)-diagram van een bewegend voorwerp

6 Eenparig versnelde beweging

In deze paragraaf leer je:
- rekenen aan de eenparig versnelde beweging.

Een bijzondere versnelde beweging is een eenparig versnelde beweging. Bij een eenparig versnelde beweging kun je de snelheid en de afgelegde afstand na een bepaalde tijd berekenen.

Formules

Bij een eenparig versnelde beweging kun je de snelheid v_{eind} na het versnellen berekenen met de formule uit paragraaf 5: $a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$, waarbij $\Delta v = v_{eind} - v_{begin}$

Je kunt de afstand s die het voorwerp heeft afgelegd bij zo'n beweging uitrekenen als je de gemiddelde snelheid v_{gem} kent. Je gebruikt daarvoor de formule $s = v_{gem} \cdot t$
De gemiddelde snelheid kun je bij een eenparig versnelde beweging berekenen met:

$$v_{gem} = \frac{v_{begin} + v_{eind}}{2}$$

Hierin is:
- v_{gem} de gemiddelde snelheid in meter per seconde (m s^{-1});
- v_{begin} de beginsnelheid in meter per seconde (m s^{-1});
- v_{eind} de eindsnelheid in meter per seconde (m s^{-1}).

Voorbeeldopgave 15

Een auto trekt vanuit stilstand eenparig versneld op met een versnelling van 2,2 m s^{-2}.

a Bereken de snelheid van de auto na 6,0 s.

b Bereken de afstand die de auto na 6,0 s heeft afgelegd.

Uitwerking

a Uit $a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$ volgt: $\Delta v = a \cdot \Delta t$

Vul de bekende gegevens in: $\Delta v = 2{,}2 \times 6{,}0 = 13{,}2$ m s^{-1}.
$\Delta v = v_{eind} - v_{begin}$ invullen geeft: $13{,}2 = v_{eind} - 0$, waaruit volgt: $v_{eind} = 13$ m s^{-1}

b $v_{gem} = \frac{v_{begin} + v_{eind}}{2} = \frac{0 + 13}{2} = 6{,}6$ m s^{-1}

$s = v_{gem} \cdot t = 6{,}6 \times 6{,}0 = 40$ m

Het antwoord op opgave a is 13 m s^{-1}, want het antwoord moet in twee significante cijfers worden gegeven. Bij opgave b gebruik je dit getal weer, maar dan reken je wel met de niet-afgeronde waarde verder. Dat is de reden dat uit $\frac{13}{2}$ niet 6,5 maar 6,6 als antwoord komt.

Voorbeeldopgave 16

Een vliegtuig start vanuit stilstand en heeft na 1600 m over de startbaan gereden te hebben een snelheid van 50 m s^{-1}.
Bereken de versnelling.

Uitwerking

$$v_{gem} = \frac{v_{begin} + v_{eind}}{2} = \frac{0 + 50}{2} = 25 \text{ m s}^{-1}$$

$s = v_{gem} \cdot t$ invullen geeft: $1600 = 25 \cdot t$, waaruit volgt: $t = \frac{1600}{25} = 64$ s.

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_{eind} - v_{begin}}{\Delta t} = \frac{50 - 0}{64} = \frac{50}{64} = 0{,}78 \text{ m s}^{-2}$$

Opmerking: pas op dat je bij de laatste stap voor Δv neemt $v_{eind} - v_{begin}$ en niet $v_{gem} - v_{begin}$.

Voorbeeldopgave 17

Een auto rijdt met 80 km h^{-1} en trekt dan gedurende 5,0 s eenparig versneld op tot 120 km h^{-1}.
Bereken de versnelling en de afstand die de auto gedurende deze 5,0 s aflegt.

Uitwerking
$\Delta v = 120 - 80 = 40 \text{ km h}^{-1} = 11{,}1 \text{ m s}^{-1}$

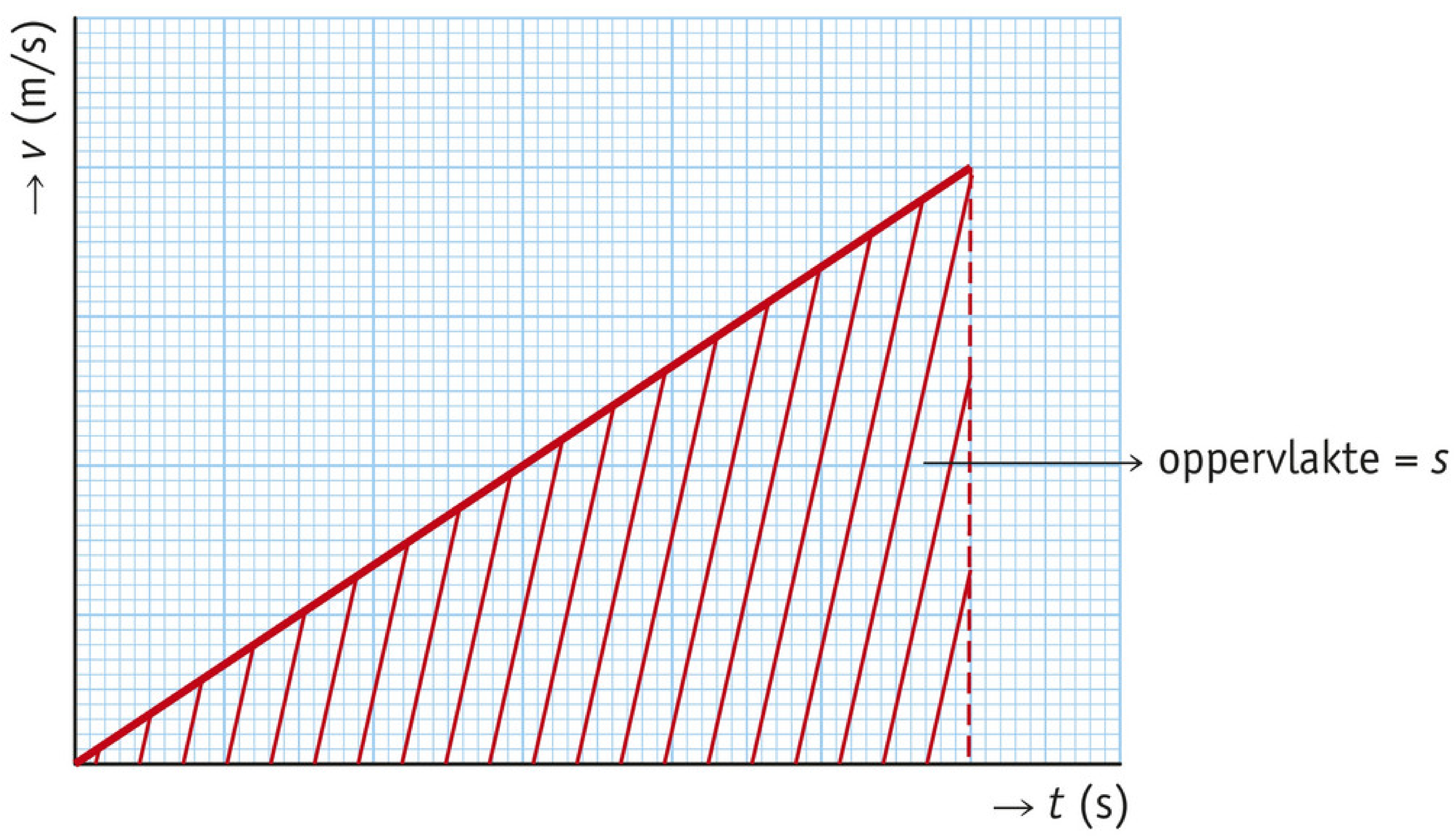
$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{11{,}1}{5{,}0} = 2{,}2 \text{ m s}^{-2}$$

$$v_{gem} = \frac{v_{begin} + v_{eind}}{2} = \frac{80 + 120}{2} = \frac{200}{2} = 100 \text{ km h}^{-1} = 27{,}8 \text{ m s}^{-1}$$

$s = v_{gem} \cdot t = 27{,}8 \times 5{,}0 = 1{,}4 \cdot 10^2$ m

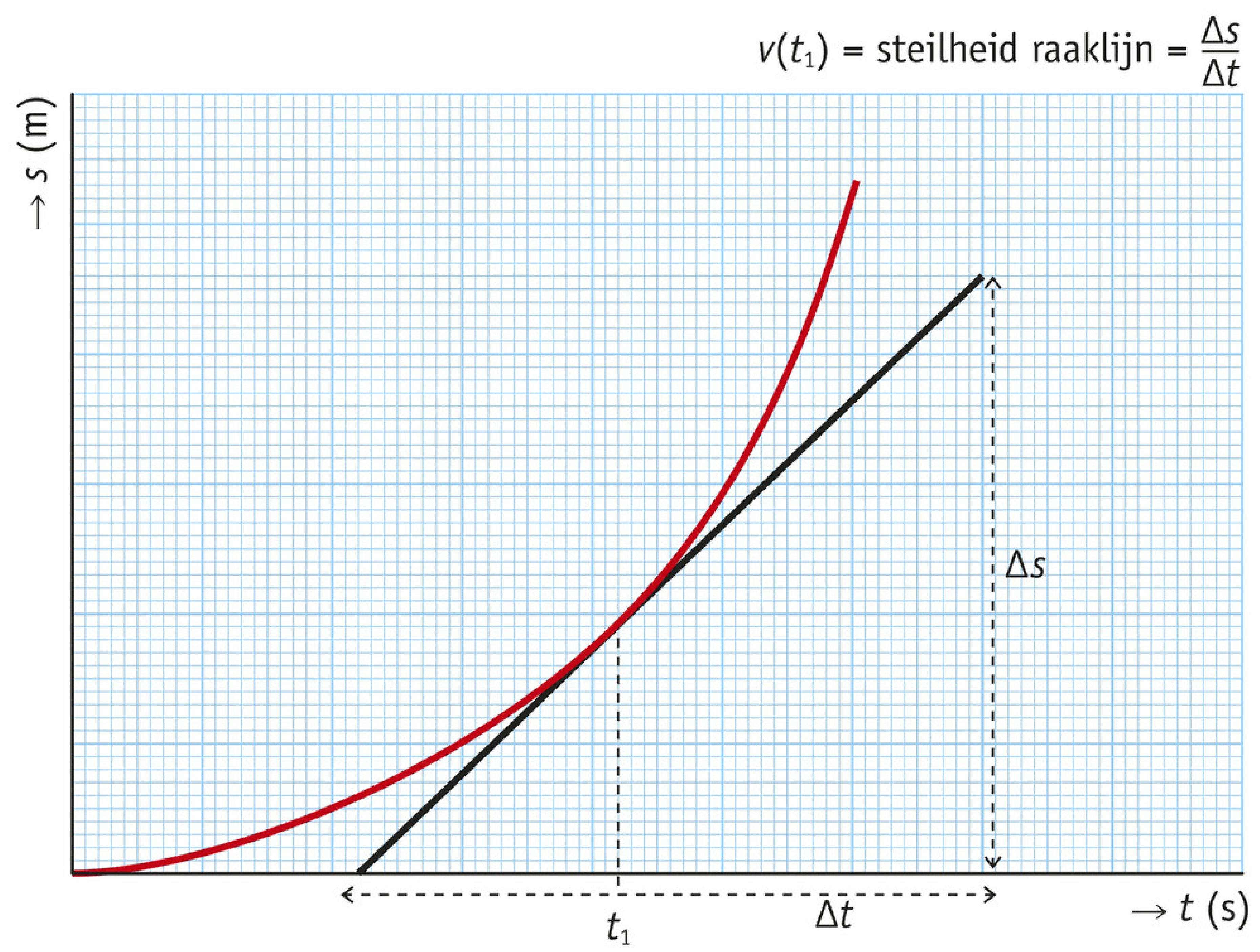
Diagrammen

De afgelegde afstand *s* bij een eenparig versnelde beweging kun je ook uit het (v,t)-diagram halen. Zoals in paragraaf 3 is uitgelegd, is de oppervlakte onder het (v,t)-diagram de afgelegde afstand *s* (figuur 24). Zoals in paragraaf 4 al is besproken, is de versnelling de steilheid van het (v,t)-diagram.



▲ **figuur 24** De oppervlakte onder het (v,t)-diagram is de afgelegde weg *s*.

De snelheid op elk tijdstip van de eenparig versnelde beweging kun je ook uit het (s,t)-diagram halen. Voor elk (s,t)-diagram geldt namelijk: de steilheid van de raaklijn is de snelheid op het desbetreffende tijdstip (figuur 25).



▲ **figuur 25** de bepaling van de snelheid op een tijdstip uit een (s,t)-diagram

Het (v,t)-diagram van een eenparig versnelde beweging is een stijgende rechte lijn. Het (s,t)-diagram heeft de vorm van een stuk dalparabool.

Voorbeeldopgave 18

In figuur 26 is het (v,t)-diagram van een bewegend voorwerp getekend.
Bepaal hieruit de afstand die wordt afgelegd van t = 0,0 s tot t = 10,0 s en de versnelling.



▲ **figuur 26** het (v,t)-diagram van een bewegend voorwerp

Uitwerking
s = oppervlakte onder het (v,t)-diagram = ½ × 10,0 × 12,0 = 60,0 m

$$a = \text{steilheid } (v,t)\text{-diagram} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{12,0}{10,0} = 1,20 \text{ m s}^{-2}$$

Onthoud!

- Voor een eenparig versnelde beweging gelden de volgende formules:
  – versnelling: $a = \dfrac{\Delta v}{\Delta t}$
  – afstand: $s = v_{gem} \cdot t$
  – gemiddelde snelheid: $v_{gem} = \dfrac{v_{begin} + v_{eind}}{2}$

Opdrachten

51 Gemiddelde snelheid
Bij een eenparig versnelde beweging kun je de gemiddelde snelheid en de afgelegde afstand na een bepaalde tijd berekenen.
a Met welke formule kun je de gemiddelde snelheid bij een eenparig versnelde beweging berekenen?
b Met welke formule kun je met de gemiddelde snelheid de afgelegde afstand bij een eenparig versnelde beweging berekenen?

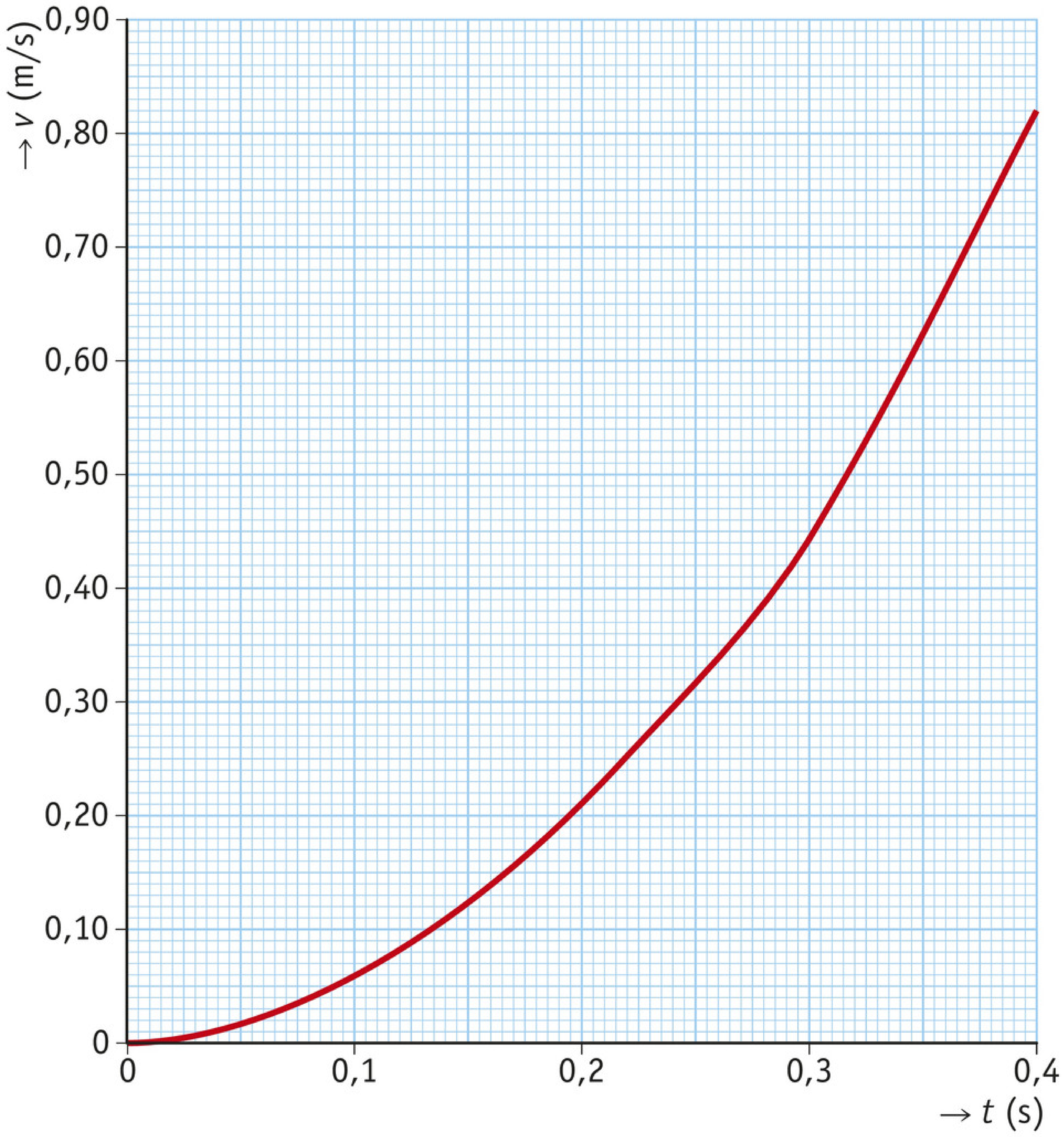
52 (v,t)-diagram [1]
Je kunt een aantal zaken opmaken uit het (v,t)-diagram.
a Leg uit hoe je uit het (v,t)-diagram de versnelling kunt bepalen.
b Leg uit hoe je uit het (v,t)-diagram de afgelegde afstand kunt bepalen.

53 Raket
Een raket heeft 3,0 min na de start een snelheid van 5,0 km s^{-1}. Ga ervan uit dat de beweging van de raket eenparig versneld is.
a Bereken de versnelling van de raket.
b Bereken welke afstand deze raket 3,0 min na de start heeft afgelegd.

54 Sprinter
Een sprinter loopt de honderd meter. Hij heeft na 6,2 s zijn topsnelheid bereikt: 10,8 m s^{-1}. De versnelling is in deze 6,2 s constant. Na 6,2 s loopt de sprinter met deze topsnelheid naar de finish.
a Bereken de versnelling van de sprinter in die eerste 6,2 s.
b Bereken de afstand die de sprinter in die eerste 6,2 s heeft afgelegd.
c Bereken de eindtijd van de sprinter.

55 Trein
Een trein vertrekt vanaf een station eenparig versneld met een versnelling van 0,80 m s^{-2}.
a Bereken de afstand die de trein na 4,0 s heeft afgelegd.
b Bereken de afstand die de trein na 5,0 s heeft afgelegd.
c Bereken de afstand die de trein in de zesde seconde heeft afgelegd.

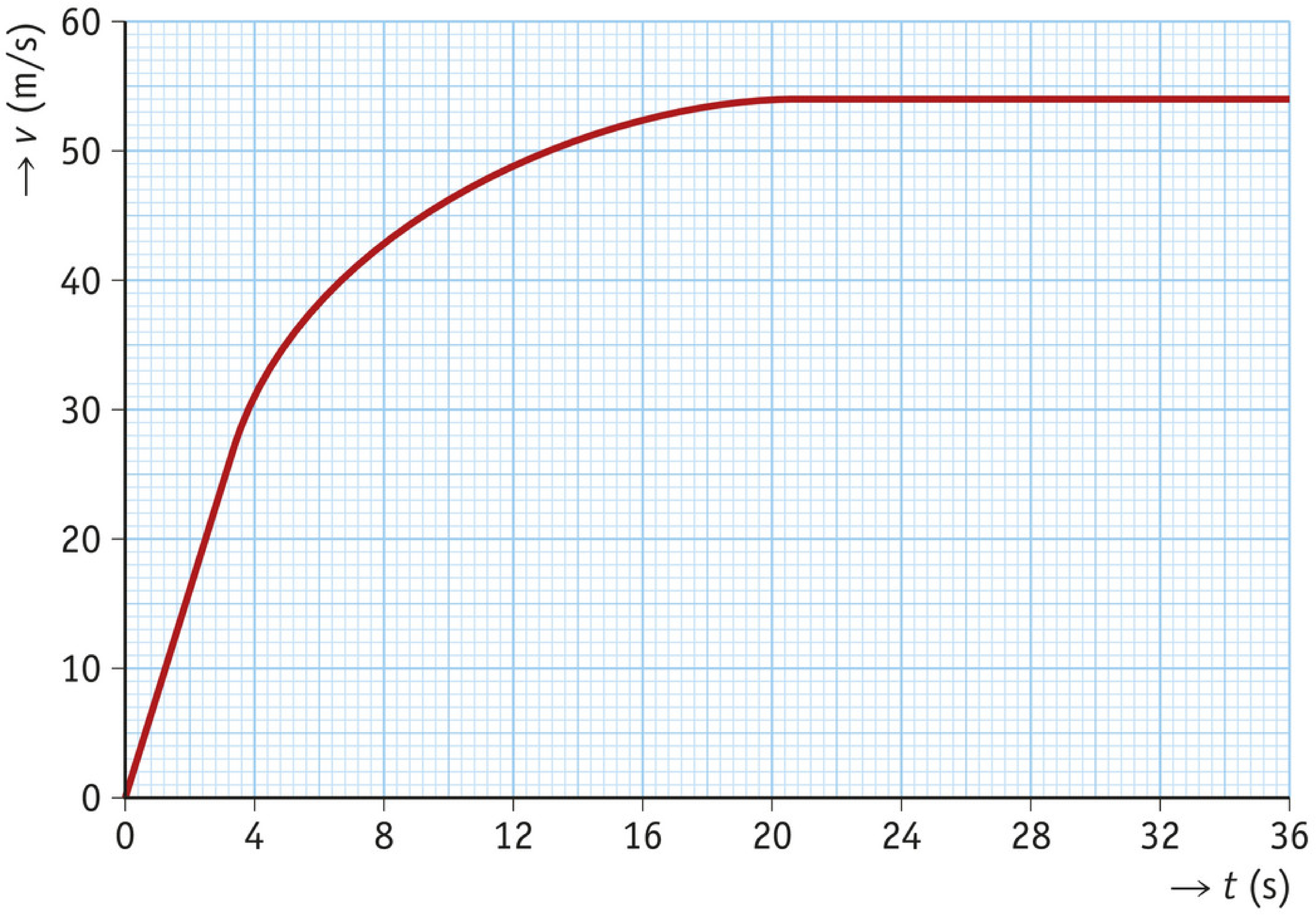
56 (v,t)-diagram [2]
De oppervlakte onder het (v,t)-diagram is de afstand die een bewegend voorwerp aflegt. Als dit (v,t)-diagram niet uit rechte lijnen bestaat, kun je de oppervlakte bepalen door ‘hokjes te tellen’. In figuur 27 is het (v,t)-diagram getekend van een bewegend voorwerp. Je gaat de verplaatsing bepalen tussen $t = 0$ s en $t = 0{,}4$ s.



▲ **figuur 27** het (v,t)-diagram van een bewegend voorwerp

a Schat het aantal grote hokjes onder de grafiek zo nauwkeurig mogelijk.
b Bepaal wat de oppervlakte van één groot hokje voorstelt.
c Bepaal de afstand die het voorwerp aflegt tussen $t = 0$ s en $t = 0{,}4$ s.
d Bepaal de gemiddelde versnelling van het voorwerp.

57 Parachutist
In figuur 28 is het (v,t)-diagram getekend van een deel van de sprong van een parachutist.



▲ **figuur 28** het (v,t)-diagram van een parachutist

a In de eerste vier seconden is de beweging vrijwel eenparig versneld.
Leg uit hoe dat uit de grafiek blijkt.

b Bepaal de versnelling in die eerste vier seconden.
c Bepaal de afstand die de parachutist in de eerste 34,0 s aflegt.
d Bepaal de gemiddelde snelheid van de parachutist.
e Leg uit of de parachutist na 34,0 s de grond heeft bereikt.

+58 Optrekkende auto
Een auto trekt vanuit stilstand gedurende 10 s op met een versnelling van 1,5 m s^{-2}.
Teken voor deze auto de volgende diagrammen. Schrijf ook de benodigde berekeningen op.
a het (a,t)-diagram
b het (v,t)-diagram
c het (s,t)-diagram

+59 Versnellende auto
Een auto rijdt met 10 m s^{-1}. Op t = 0 s trapt de bestuurder het gaspedaal dieper in waardoor de auto een versnelling krijgt van 1,6 m s^{-2}.
a Bereken de snelheid van de auto op t = 10 s.
b Bereken de afstand die de auto aflegt van t = 0 s tot t = 10 s.

60 Modelleren
Het model dat de afgelegde afstand berekent van een eenparig versnelde beweging vanuit stilstand, ziet er als volgt uit:

modelregels	startwaarden en constanten
t = t + dt dv = a*dt v = v + dv ds = v*dt s = s + ds	t = 0 dt = 1,0 a = 0,2 v = 0 s = 0

a Leg uit wat de computer bij deze vijf modelregels uitrekent.
b Reken de eerste drie rekenslagen van het model handmatig door.
c Schets het (s,t)-diagram dat de computer tekent van dit model.
d Verander het model zodanig dat het bewegende voorwerp niet vanuit stilstand begint, maar met een snelheid van 5,0 m s^{-1}.

7 Eenparig vertraagde beweging

In deze paragraaf leer je:
- rekenen aan de eenparige vertraagde beweging.

In de vorige twee paragrafen heb je gelezen over versnelling. In deze paragraaf komt de negatieve versnelling aan bod.

Rekenen aan eenparig vertraagde bewegingen

Een eenparig vertraagde beweging is een beweging waarbij de snelheid elke seconde evenveel afneemt. Ook bij een eenparig vertraagde beweging is er sprake van een versnelling. Deze versnelling is echter negatief.
De versnelling bereken je, net als bij de eenparig versnelde beweging, met de formule $a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$.
Ook in deze formule geldt: $\Delta v = v_{eind} - v_{begin}$, maar omdat de eindsnelheid kleiner is dan de beginsnelheid, is Δv negatief, waardoor ook a negatief is.

Als een bewegend voorwerp een versnelling van $-2{,}0\ m\ s^{-2}$ heeft, dan voert dit voorwerp een eenparig vertraagde beweging uit en wordt de snelheid elke seconde $2{,}0\ m\ s^{-1}$ kleiner. Je spreekt soms ook van een vertraging van $2{,}0\ m\ s^{-2}$ in plaats van over een versnelling van $-2{,}0\ m\ s^{-2}$. Zodra het woord **vertraging** wordt gebruikt, wordt het minteken dus weggelaten. Als je gaat rekenen, moet je bij een vertraagde beweging altijd de negatieve waarde van a gebruiken.

Voorbeeldopgave 19

Een auto remt in 5,0 s af van $72\ km\ h^{-1}$ tot $18\ km\ h^{-1}$.
Bereken de vertraging.

Uitwerking
$\Delta v = v_{eind} - v_{begin} = 18 - 72 = -54\ km\ h^{-1} = -15\ m\ s^{-1}$

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{-3{,}0}{5{,}0} = -3{,}0\ m\ s^{-2}$$

De versnelling bedraagt $-3{,}0\ m\ s^{-2}$ en dus is de vertraging van de auto $3{,}0\ m\ s^{-2}$.

Voorbeeldopgave 20

Een vliegtuig landt met $70\ m\ s^{-1}$ op de landingsbaan en remt daarna af met een vertraging van $5{,}0\ m\ s^{-2}$.
Bereken de snelheid van het vliegtuig na 8,0 s remmen.

Uitwerking
De vertraging is $5{,}0\ m\ s^{-2}$. De versnelling waarmee moet worden gerekend, is dus $-5{,}0\ m\ s^{-2}$.

Uit $a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$ volgt: $\Delta v = a \cdot \Delta t$

Invullen geeft: $\Delta v = -5{,}0 \times 8{,}0 = -40\ m\ s^{-1}$
$\Delta v = v_{eind} - v_{begin}$
Invullen geeft: $-40 = v_{eind} - 70$, waaruit volgt: $v_{eind} = -40 + 70 = 30\ m\ s^{-1}$

Ook bij een eenparig vertraagde beweging kun je de snelheid berekenen met de formules $\Delta v = a \cdot \Delta t$ en $\Delta v = v_{eind} - v_{begin}$. De verplaatsing kun je berekenen met $s = v_{gem} \cdot t$. Hierbij is de gemiddelde snelheid v_{gem} het gemiddelde van de begin- en eindsnelheid.

Ook bij een eenparig vertraagde beweging is de oppervlakte onder het (v,t)-diagram de afgelegde afstand s en de steilheid van het (v,t)-diagram de versnelling. De snelheid op een tijdstip is bij een eenparig vertraagde beweging weer te vinden als de steilheid van de raaklijn aan het (s,t)-of (x,t)-diagram: $v = \left(\frac{\Delta x}{\Delta t}\right)_{raaklijn}$ of $v = \left(\frac{\Delta s}{\Delta t}\right)_{raaklijn}$

Voorbeeldopgave 21

Een kogel raakt met 200 m s^{-1} een houten balk en dringt hier een stuk in door. Het hout remt de kogel af, waardoor deze een vertraging krijgt van $2{,}9 \cdot 10^5$ m s^{-2}.
Bereken hoeveel centimeter de kogel in het hout doordringt.

Uitwerking
$a = -2{,}9 \cdot 10^5$ m s^{-2}
$\Delta v = v_{eind} - v_{begin} = 0 - 200 = -200$ m s^{-1}

Uit $a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$ volgt: $\Delta t = \frac{\Delta v}{a} = \frac{-200}{-2{,}9 \cdot 10^5} = 6{,}9 \cdot 10^{-4}$ s

$v_{gem} = \frac{200 + 0}{2} = 100$ m s^{-1}

$s = v_{gem} \cdot t = 100 \times 6{,}9 \cdot 10^{-4} = 0{,}069$ m $= 6{,}9 \cdot 10^{-2}$ m
De kogel dringt dus 0,069 m = 6,9 cm in de houten balk door.

Onthoud!

- Een eenparig vertraagde beweging is een beweging waarbij de snelheid elke seconde evenveel afneemt. Hierbij gelden de formules $a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$ en $s = v_{gem} \cdot t$

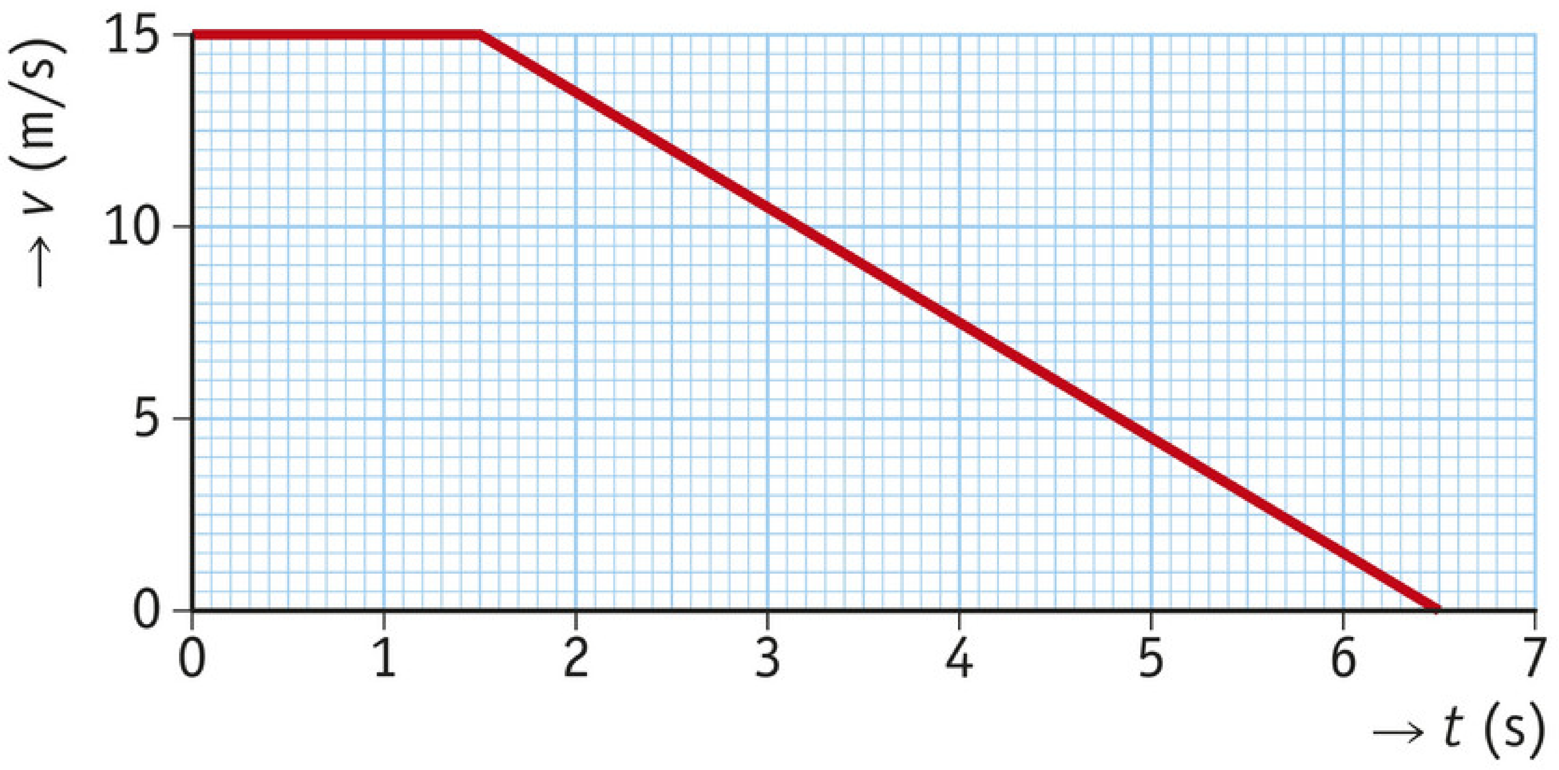
Opdrachten

61 Eenparig vertraagde beweging
Beantwoord de volgende vragen.
a Wat is een eenparig vertraagde beweging?
b Geef aan hoe je de versnelling bij een eenparig vertraagde beweging berekent.
c Leg het verschil uit tussen de versnelling en de vertraging bij een eenparig vertraagde beweging.
d Hoe bereken je de afgelegde afstand bij een eenparig vertraagde beweging?

62 Remmende auto
Een auto rijdt 100 km h^{-1}. Als de chauffeur zijn rem intrapt, heeft de auto een vertraging van 7,2 m s^{-2}.
Bereken de remweg.

63 Remweg
Geef drie factoren waarvan de remweg van een auto afhankelijk is.

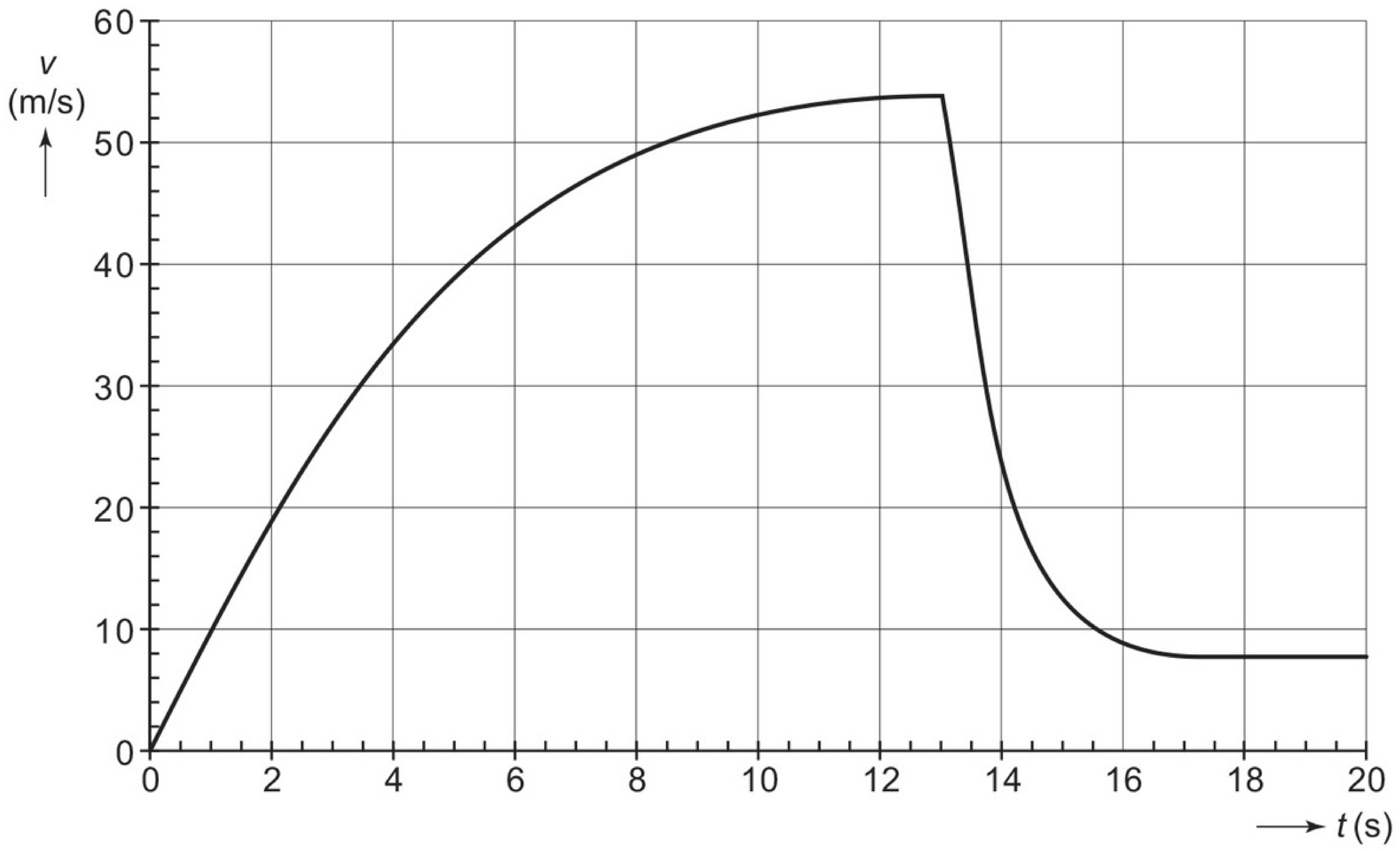
64 De rit van Michelle
Michelle rijdt met een snelheid van 15 m s^{-1} naar haar werk. Ze merkt dat ze haar rijbewijs is vergeten en dus remt ze. Haar reactietijd is 1,5 s. Het remmen duurt 5,0 s, waarna ze stilstaat. In figuur 29 is het (v,t)-diagram van de beweging van Michelle getekend.



▲ **figuur 29** het (v,t)-diagram van de beweging van Michelle

a Leg uit of de grafiek klopt met de gegevens uit de tekst.
b Bepaal met behulp van de figuur hoe ver Michelle nog rijdt vanaf het moment dat ze merkt dat ze haar rijbewijs is vergeten, tot het moment waarop ze stilstaat.
c Bepaal de vertraging tijdens het remmen.

65 Parachutesprong van een rots
In figuur 30 is de snelheid als functie van de tijd weergegeven voor een parachutist die van een hoge rots afspringt.



▲ **figuur 30** het (v,t)-diagram van een parachutist die van een rots afspringt

a Op welk tijdstip trekt de parachutist zijn parachute open?
b In welke periode is de beweging van de parachutist eenparig vertraagd?
c Bepaal de vertraging in deze periode.
d Bepaal de versnelling op t = 0,0 s.
e Bepaal de afstand waarover de parachutist naar beneden gevallen is tot het moment dat hij zijn parachute opentrekt.

bron: examen natuurkunde 1,2 vwo 2005-II

8 Vrije val

In deze paragraaf leer je:
- wat een vrije val is;
- rekenen aan een vrije val.

Een vrije val is een eenparig versnelde beweging, waarbij de zwaartekracht de versnelling veroorzaakt.

▶ **EXPERIMENT 3** Vrije val

Wet van de vallende lichamen

De meeste mensen ervaren dat zware voorwerpen sneller vallen dan lichte voorwerpen. Een blad van een boom valt lang niet zo snel naar beneden als een (zwaardere) tak. Voorwerpen vallen naar beneden door de aantrekkingskracht van de aarde: de zwaartekracht. Tijdens de val van voorwerpen heeft ook de luchtwrijving invloed op de val. Deze luchtwrijvingskracht heeft weinig invloed op zware voorwerpen, maar een grote invloed op de val van lichte voorwerpen.
Als de luchtwrijving wordt uitgeschakeld, vallen alle voorwerpen even snel, onafhankelijk van hun massa. Dit ontdekte Galileo Galilei in 1638. Hij noemde dit de **wet van de vallende lichamen**.

In 1969 liet Neil Armstrong, de eerste mens op de maan, deze wet duidelijk zien. Hij liet tegelijkertijd van dezelfde hoogte een hamer en een veertje vallen. Ze raakten gelijktijdig de maanbodem en waren dus even snel naar beneden gevallen.
Op aarde kun je de luchtwrijving uitschakelen door een valbuis te nemen en deze met een vacuümpomp vacuüm te zuigen. Meestal worden in zo'n buis experimenten gedaan met een veertje en een kogeltje. Als de buis vacuüm is, vallen ze allebei even snel. Als er wel lucht in de buis zit, valt het kogeltje in een rechte lijn omlaag, terwijl het veertje langzaam omlaag dwarrelt (figuur 31).


▲ **figuur 31** een veertje en een kogeltje in een valbuis

De valbeweging van een voorwerp als gevolg van de zwaartekracht zonder luchtwrijving, wordt een **vrije val** genoemd. Als je een voorwerp uit je handen laat vallen, is dat dus eigenlijk geen vrije val. Doordat de invloed van de luchtwrijving op zwaardere voorwerpen klein is, wordt de val van voorwerpen vaak toch als vrije val beschouwd. Alleen als het voorwerp minder zwaar is, bijvoorbeeld een veertje of een stukje papier, is dat niet toegestaan.

Valversnelling

De vrije val is een eenparig versnelde beweging zonder beginsnelheid, waarbij de versnelling steeds 9,81 m s^{-2} is. Deze versnelling geef je niet aan met het symbool a, maar met het symbool g. Dus: g = 9,81 m s^{-2}. g wordt de **valversnelling** genoemd. De letter g komt van het woord **gravitatieversnelling**. Het getal 9,81 is met behulp van experimenten vastgesteld.

Eigenlijk is g niet overal op aarde even groot. Door de afplatting van de aarde is de zwaartekracht aan de polen iets groter dan die aan de evenaar. Daarom geldt aan de polen g = 9,83 m s^{-2}; aan de evenaar geldt g = 9,78 m s^{-2}. In Nederland heeft g de waarde 9,81 m s^{-2}.
Ook op andere planeten kunnen voorwerpen een vrije val maken, maar daar is de valversnelling niet 9,81 m s^{-2}. De waarde van g op andere planeten is vermeld in Binas tabel 31.
g wordt in Binas niet ‘valversnelling’ maar ‘gravitatieversnelling aan het oppervlak’ genoemd.

Voor de vrije val gelden dezelfde formules als voor een eenparig versnelde beweging. Alleen gebruik je in plaats van het symbool a het symbool g.
Voor een vrije val gelden daarom twee formules:

$$g = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

Hierin is:
- g de valversnelling in meter per seconde kwadraat (m s^{-2});
- Δv de snelheidsverandering in meter per seconde (m s^{-1});
- Δt de tijdsduur waarin de snelheidsverandering plaatsvindt in seconde (s).

$$s = v_{gem} \cdot t$$

Hierin is:
- s de afstand in meter (m);
- v_{gem} de gemiddelde snelheid in meter per seconde (m s^{-1});
- t de tijdsduur in seconde (s).

Ook hier is v_{gem} weer te berekenen met $v_{gem} = \dfrac{v_{begin} + v_{eind}}{2}$

Bij een vrije val is v_{begin} altijd gelijk aan 0 m s^{-1}.

Voorbeeldopgave 22

De eerste 10,0 s van een parachutesprong mogen als vrije val worden beschouwd.

a Bereken de snelheid van de parachutist na 10,0 s.
b Bereken hoeveel meter de parachutist in deze 10,0 s is gevallen.

Uitwerking

a Uit $g = \dfrac{\Delta v}{\Delta t}$ volgt: $\Delta v = g \cdot \Delta t = 9{,}81 \times 10{,}0 = 98{,}1$ m s^{-1}.

$\Delta v = v_{eind} - v_{begin}$
Invullen geeft: $98{,}1 = v_{eind} - 0$, waaruit volgt: $v_{eind} = 98{,}1$ m s^{-1}
Dit is de snelheid van de parachutist na 10,0 s.

b $v_{gem} = \dfrac{v_{begin} + v_{eind}}{2} = \dfrac{0 + 98{,}1}{2} = 49{,}05$ m s^{-1}

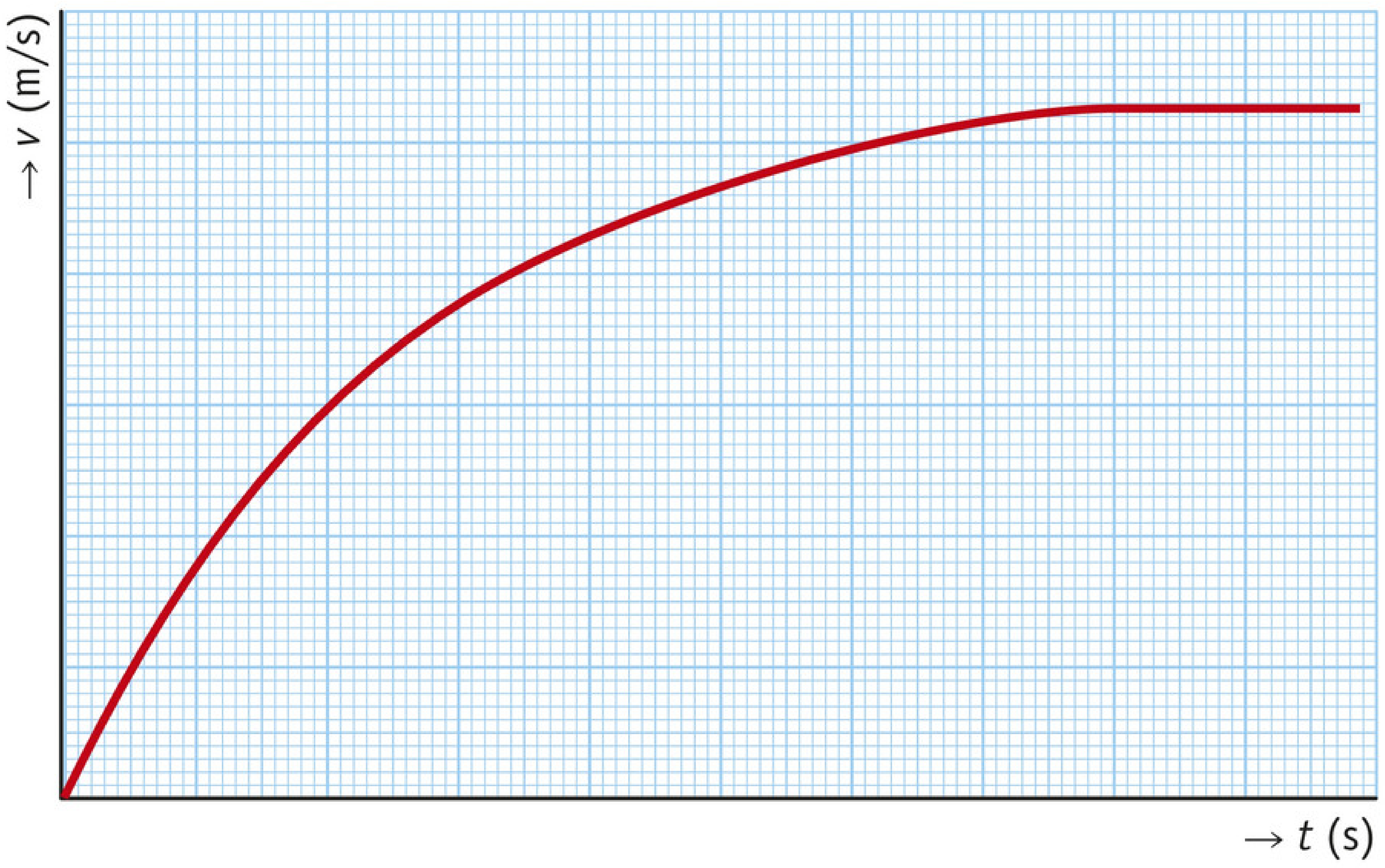
$s = v_{gem} \cdot t = 49{,}05 \times 10{,}0 = 491$ m
De parachutist is dus 491 m gevallen.

Ook bij een vrije val zijn versnelling en afstand weer te bepalen uit het (v,t)-diagram. De versnelling is de steilheid van het (v,t)-diagram: $a = \left(\dfrac{\Delta v}{\Delta t}\right)_{raaklijn}$. De afstand is de oppervlakte onder dit (v,t)-diagram. De snelheid op een tijdstip is weer te vinden als de steilheid van de raaklijn aan het (s,t)- of (x,t)-diagram: $v = \left(\dfrac{\Delta x}{\Delta t}\right)_{raaklijn}$ of $v = \left(\dfrac{\Delta s}{\Delta t}\right)_{raaklijn}$

Valbeweging met wrijving

Als voorwerpen tijdens een val een luchtwrijvingskracht ondervinden, wordt deze kracht groter naarmate de snelheid van het voorwerp toeneemt. De luchtwrijvingskracht wordt veroorzaakt doordat luchtmoleculen tegen het vallende voorwerp botsen en de beweging daardoor tegenwerken. Hoe groter de snelheid, hoe meer luchtmoleculen er elke seconde tegen het voorwerp botsen, dus des te groter is de luchtwrijvingskracht.

Doordat de snelheid van een vallend voorwerp toeneemt, neemt de luchtwrijvingskracht tijdens de val ook toe. Daardoor wordt de versnelling steeds kleiner. Dat betekent dat de snelheid wel blijft toenemen, maar steeds langzamer toeneemt. Op het moment dat de luchtwrijvingskracht even groot wordt als de zwaartekracht, verandert de snelheid niet meer en is de versnelling dus nul geworden (figuur 32).



◀ **figuur 32** het (v,t)-diagram van een val met luchtwrijving

Een valbeweging met wrijving is geen vrije val. Hiervoor gelden de formules voor de vrije val dus niet. Luchtwrijving wordt ook wel luchtweerstand genoemd.

Onthoud!

- Een vrije val is een valbeweging als gevolg van de zwaartekracht zonder dat daarbij luchtwrijving optreedt.
- Bij een vrije val gelden de formules $g = \dfrac{\Delta v}{\Delta t}$ en $s = v_{gem} \cdot t$
- Bij een valbeweging met luchtwrijving wordt de versnelling steeds kleiner en neemt de snelheid steeds langzamer toe. De snelheid wordt constant als de wrijvingskracht even groot is geworden als de zwaartekracht.

Opdrachten

66 Vrije val

Maak de volgende opdrachten.

a Leg uit wat een vrije val is.
b Welke twee formules kun je toepassen bij een vrije val?
c Wat gebeurt er met de snelheid van een vallend voorwerp als er luchtwrijving optreedt?

67 Rolina's parachutesprong

Een parachutist landt met een snelheid van 8,0 m s^{-1} op de grond. Rolina maakt binnenkort haar eerste parachutesprong. Ze wil deze situatie nabootsen om te ervaren hoe hard ze op de grond zal landen. Daarvoor klimt ze op een ladder.
Van welke hoogte moet ze van de ladder springen om ook met 8,0 m s^{-1} op de grond te landen? Verwaarloos de luchtwrijving.

68 Andere planeet

Een onbemand ruimtevaartuig landt op een planeet. Voor de landing, als het ruimtevaartuig 10 m boven de oppervlakte van de planeet hangt, valt er een voorwerp uit het ruimtevaartuig dat na 2,3 s de grond raakt.

a Bereken de valversnelling op deze planeet.
b Op welke planeet vindt dit plaats?

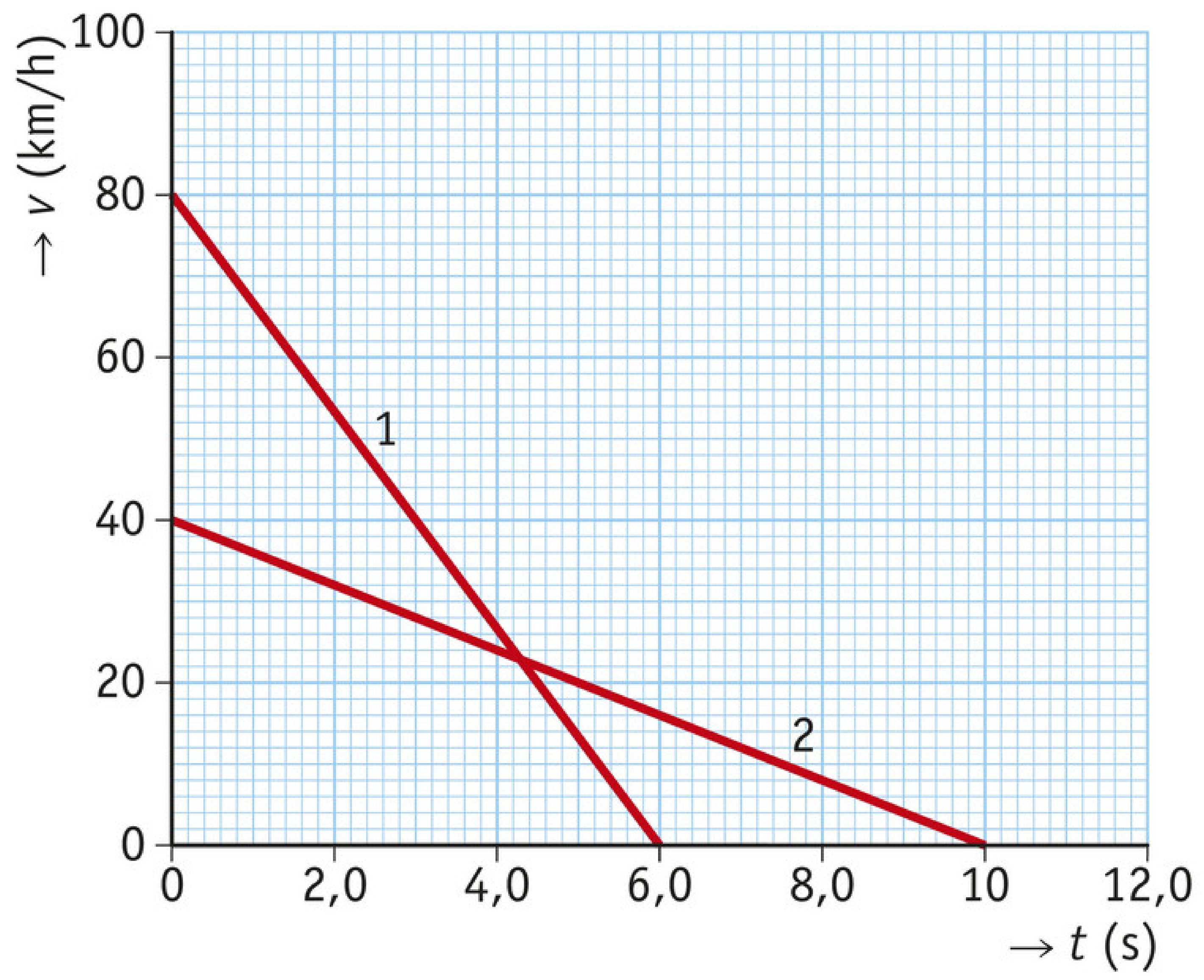
69 Vrije val van een kogel

Een kogel wordt op 30 m hoogte boven de grond losgelaten. Na 2,47 s bereikt de kogel de grond. Verwaarloos de luchtwrijving.

a Met welke snelheid bereikt de kogel de grond?
b Teken het (v,t)-diagram van de kogel.
c Bereken de afstand die de kogel heeft afgelegd op de volgende tijdstippen: $t = 0{,}50$ s, $t = 1{,}00$ s, $t = 1{,}50$ s en $t = 2{,}00$ s.
d Teken het (s,t)-diag enram van de kogel.
e Teken het (h,t)-diagram van de kogel.

+70 (v,t)-diagram van twee remmende auto's

In figuur 33 is het (v,t)-diagram getekend van twee remmende auto's.



▲ **figuur 33** de (v,t)-diagrammen van twee remmende auto's

a Bepaal de vertraging van auto 1 en 2.
b Bepaal de remweg van beide auto's.
c Teken het (v,t)-diagram van een derde auto die met 120 km h^{-1} rijdt en vervolgens vertraagt met 6,0 m s^{-2}.
d Bereken de remweg van de derde auto.

+71 Vallende eieren

Je laat een ei van 1,0 cm hoogte in een eierdopje vallen. Daarna laat je een ander ei van 2,0 cm hoogte in een eierdopje vallen.

Beredeneer of het tweede ei met een twee keer zo grote snelheid neerkomt, met een minder dan twee keer zo grote snelheid of met een meer dan twee keer zo grote snelheid. Verwaarloos de luchtwrijving.

72 Modelleren

Bekijk het model van een vrije val. Het model berekent de hoogte *h* van een voorwerp dat een vrije val uitvoert.

modelregels	startwaarden en constanten
t = t + dt dv = g*dt v = v + dv dy = v*dt y = y + dy h = h – y als h < 0 dan stop eindals	t = 0 dt = 1,0 g = 9,81 v = 0 y = 0 h = 1,0E3

De laatste regel geeft aan wanneer de computer moet stoppen met rekenen. Als deze regel er niet zou staan, rekent de computer gewoon door als *h* nul is geworden. Dan lijkt het of het vallend voorwerp versneld de grond inzakt. In de laatste regel van de startwaarden en constanten zie je hoe je de wetenschappelijke notatie invoert in het model. $h = 1{,}0\text{E}3$ betekent $h = 1{,}0 \cdot 10^3$.

a In dit model staan de grootheden *y* en *h*.
Leg uit wat met deze grootheden wordt bedoeld.
b Wat stelt *h* voor bij startwaarden en constanten?
c Hoe zie je aan het model dat dit een vrije val is?
d Reken de eerste drie rekenslagen van het model handmatig door.
e Iemand verandert de laatste regel van het model in: als $h = 0$ dan stop eindals.
Leg uit dat dit niet goed is.
f Wat moet je aan het model veranderen om luchtwrijving toe te voegen?

Eindopdracht

73 Felix Baumgartner

De Oostenrijkse skydiver Felix Baumgartner is bekend vanwege de extreme stunts die hij uitvoerde. Op 14 oktober bereikte hij een nieuw record. Hij sprong van 39,045 km hoogte uit een ballon naar beneden. Na 4 min en 19 s ging zijn parachute open. Hij bereikte een topsnelheid van 1357 km h^{-1}, wat overeenkomt met mach 1,25 ofwel 1,25 keer de geluidssnelheid. Na 10 min bereikte hij veilig de grond. Overigens duurde de vlucht omhoog met de heliumballon 2,5 uur. Deze bolvormige ballon was gevuld met 850 miljoen liter helium. Baumgartner zat in een capsule onder de ballon. Deze capsule beschermde hem tegen kou, de lage luchtdruk en zorgde voor de benodigde zuurstof.

a Schrijf de topsnelheid op in de wetenschappelijke notatie.
b Hoe groot is het aantal significante cijfers in de tijdsduur van de vlucht omhoog?
c Bepaal de meetonzekerheid in de hoogte en de topsnelheid.
d Reken het volume van de heliumballon om in m^3.
e Zoek in Binas een formule op voor het volume van een bol en bereken hiermee de straal van de ballon.
f Bereken de gemiddelde snelheid tijdens het stijgen van de ballon in m s^{-1}.
g Bereken de gemiddelde snelheid van de sprong.
h Bereken de geluidssnelheid in m s^{-1}.
i Bereken op welke hoogte de parachute openging als de luchtwrijving tot dit moment te verwaarlozen zou zijn. Leg uit dat dit niet mogelijk is.

9 Practicum

EXPERIMENT 1 Reactietijd (begripspracticum)

Inleiding
Bij het uitvoeren van metingen probeer je zo nauwkeurig mogelijke meetresultaten te krijgen. Behalve de meetapparatuur speelt daarbij ook de meetmethode een belangrijke rol. Bij handmatige metingen van snelheden is de reactietijd een van de factoren die een rol spelen.

Onderzoeksvraag
In hoeverre beïnvloedt de reactietijd de nauwkeurigheid van het meetresultaat?

Benodigdheden
stopwatch (2×); liniaal

Uitvoering
Je werkt bij dit experiment in tweetallen.

Methode 1
- Neem allebei een stopwatch.
- Leerling 1 start op een willekeurig tijdstip de stopwatch.
- Leerling 2 start bij het zien van die actie zijn stopwatch.
- Een van de leerlingen zet daarna tegelijkertijd beide stopwatches stil. Het verschil in de af te lezen tijden is de reactietijd van leerling 2.
- Herhaal deze metingen een paar keer en bepaal de (gemiddelde) reactietijd van leerling 2.
- Herhaal alle metingen om de reactietijd van leerling 1 te bepalen.

Methode 2
- Leerling 2 houdt een liniaal aan de bovenkant vast (bij de grootste aangegeven schaalwaarde).
- Leerling 1 houdt duim en wijsvinger, los van de liniaal (circa 1 cm ruimte), bij de '0'-waarde van de schaalverdeling.
- Leerling 2 laat de liniaal op een willekeurig moment los.
- Leerling 1 grijpt dan zo snel mogelijk de liniaal vast.
- Lees de afstand (s) af waarover de liniaal in de reactietijd is gevallen.
- Bereken de reactietijd met de formule $t = \sqrt{\frac{s}{5}}$
- Herhaal deze metingen een paar keer om de (gemiddelde) reactietijd van leerling 1 te bepalen.
- Herhaal de meetserie om de reactietijd van leerling 2 te achterhalen.

Verwerking

1 Noteer jullie gemiddelde reactietijd op een overzichtstabel op het schoolbord.
2 Neem de hele overzichtstabel over en maak een histogram (grafiek) van de reactietijden van alle leerlingen van de groep.

Conclusie
3 Beantwoord de onderzoeksvraag.

EXPERIMENT 2 Dichtheid (onderzoekspracticum)

Inleiding
De dichtheid van een stof is een materiaaleigenschap. Je kunt de dichtheid van een voorwerp berekenen als je de massa en het volume van het voorwerp kent. Je berekent de dichtheid met de formule $\rho = \frac{m}{V}$

Je kunt de dichtheid van een stof op verschillende manieren bepalen. Als je de dichtheid van een stof kent, is met behulp van Binas tabel 8 tot en met 12 af te leiden van welke stof het voorwerp is gemaakt.

Onderzoeksvraag
Welke methode is het meest nauwkeurig als je de dichtheid van een stof wilt vaststellen?

Benodigdheden
4 voorwerpen (2 blokjes, 2 cilindertjes) van verschillende materialen; veerunster; digitale weegschaal; liniaal; maatcilinder

Uitvoering
Om de dichtheid van een stof te bepalen, moet je de massa en het volume opmeten.

- Bepaal de dichtheden van de vier voorwerpen met behulp van de veerunster en de maatcilinder.
- Bepaal de dichtheden van de vier voorwerpen met behulp van de digitale weegschaal en de liniaal.

Verwerking

1. Verwerk je meetresultaten in een duidelijke tabel.
2. Zoek in Binas op van welke materialen de voorwerpen zijn gemaakt.
3. Leg uit bij welke meetmethode de meetonzekerheid het grootst was.
4. Noem twee aanpassingen van meetmethode of gebruikte meetapparatuur waarmee je de meetresultaten kunt verbeteren.

Conclusie

5. Beantwoord de onderzoeksvraag.

EXPERIMENT 3 Vrije val (apparatuurpracticum)

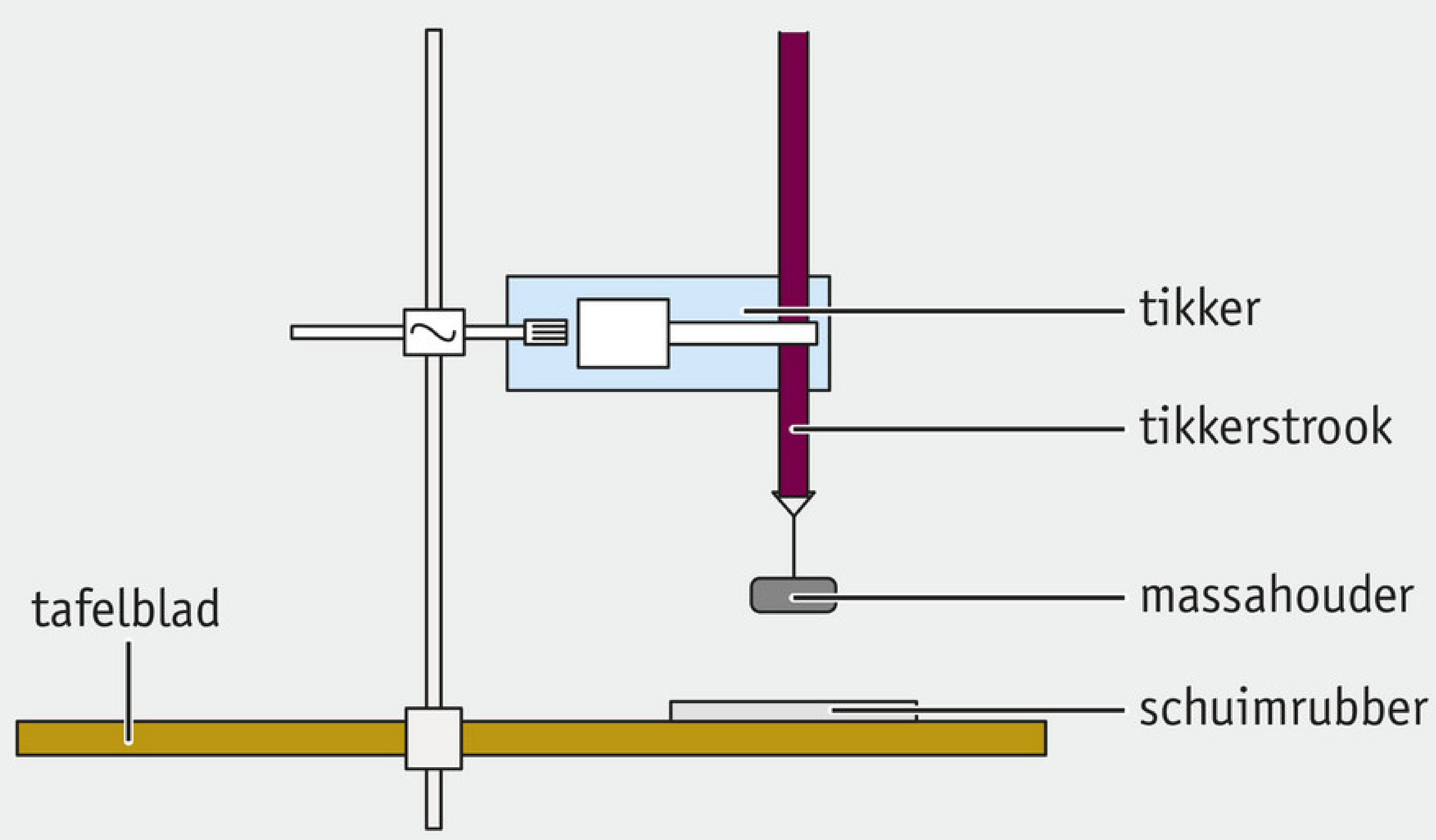
Inleiding
Een voorwerp dat zonder luchtwrijving valt, voert een vrije val uit. Dat is een eenparig versnelde beweging met een versnelling g = 9,81 m s^{-2}. Als er wel wrijving optreedt, is de versnelling kleiner dan 9,81 m s^{-2} en is er geen sprake van een vrije val.

Onderzoeksvraag
Is de val van een gewichtje van 100 g een vrije val?

Benodigdheden
tijdtikker; spanningsbron; snoertjes; 1,0 m tikkerstrook; 1 gewichtje van 100 g; plakband; statiefmateriaal

Uitvoering
Je gebruikt bij dit experiment een tijdtikker. Dat is een apparaat dat regelmatig stippen zet op een stookje papier. De meeste tijdtikkers zetten 50 stippen per seconde. Tussen het zetten van twee stippen verstrijkt dan 0,020 s.

- Bevestig de tijdtikker aan een statief en zet het statief op de rand van de tafel. Je kunt het statief ook aan de tafel vastmaken zoals in figuur 34.
- Neem een stuk tikkerstrook van ongeveer 1,0 m lengte. Plak het gewichtje aan het uiteinde van de strook.
- Zet de tijdtikker aan en laat de strook door de tijdtikker vallen.



▲ **figuur 34** de opstelling van experiment 3

Verwerking

1 Markeer op de strook de stippen 1, 4, 7, 10, 13, enzovoort zoals in figuur 35.
2 Meet de afstand s_1 van stip 1 tot stip 4.
3 Meet de afstanden s_2 van stip 4 tot stip 7, s_3 van stip 7 tot stip 10, enzovoort. Vul in tabel 5 de resultaten in de linkerkolom in.
4 Bereken de tijdsduur Δt die verloopt bij de afstand s_1.
5 Leg uit waarom de tijdsduur Δt bij elke volgende afstand s even groot is.
6 Bereken de gemiddelde snelheid van het gewichtje bij het afleggen van alle afstanden. Vul de resultaten in de middelste kolom van tabel 5 in. Maak de tabel zo lang als nodig.
7 Bij opdracht 6 heb je gemiddelde snelheden berekend. Vul in de rechterkolom van tabel 5 de tijdstippen t in waarop het vallende gewichtje deze snelheid daadwerkelijk had.
8 Teken het (v,t)-diagram.
9 Bepaal uit het (v,t)-diagram de versnelling van het vallende gewichtje.

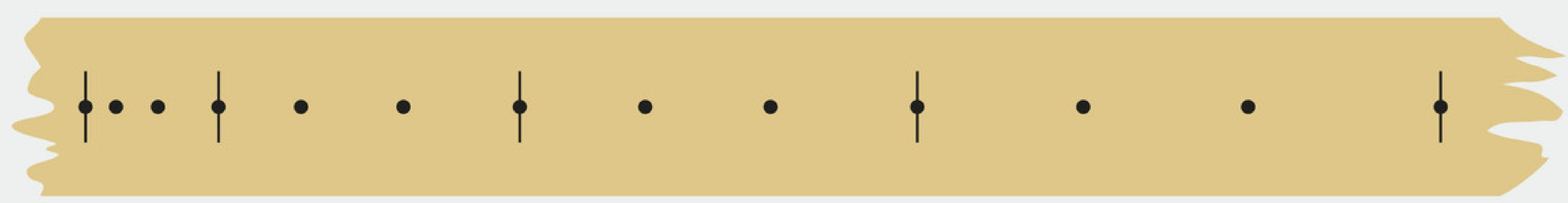
Conclusie

10 Beantwoord de onderzoeksvraag.

▼ **tabel 5** de gegevens van experiment 3 geordend

s (m)	v_{gem} (m s^{-1})	t (s)

▼ **figuur 35** markeringen op de tijdtikkerstrook



Je docent beslist of je de volgende experimenten uitvoert volgens de instructies of dat je de uitgebreide omschrijving krijgt.

EXPERIMENT 4 Signaalsnelheid van bluetooth (onderzoekspracticum)

Inleiding
Signalen voor smartphones hebben een grote snelheid. In dit experiment ga je die snelheid bepalen.

Onderzoeksvraag
Is de signaalsnelheid afhankelijk van het type smartphone en de afstand tussen de smartphones?

EXPERIMENT 5 Meten met een ultrasone snelheidsmeter en Coach (apparatuur-demoproef)

Inleiding
Met een ultrasone afstandsmeter bepaal je de afstand tussen een voorwerp en de sensor. De ultrasone afstandsmeter zendt een onhoorbaar geluidssignaal uit dat weerkaatst wordt door een voorwerp. De meter meet de tijd waarin het signaal heen en terug beweegt. Omdat de snelheid waarmee het signaal reist bekend is, kun je de afstand tot het voorwerp berekenen. De ultrasone afstandsmeter wordt aangesloten op een meetpaneel dat verbonden is met een computer.

Op de computer is het programma Coach geïnstalleerd waarmee je de gemeten waarde van de sensor kunt uitlezen. Met Coach kun je een (v,t)-diagram en een (s,t)-diagram maken van een voorwerp dat zich verplaatst.

Onderzoeksvraag
Welk (v,t)-diagram hoort bij welk (s,t)-diagram?

EXPERIMENT 6 Snelheidsmeting met een camcorder (onderzoekspracticum)

Inleiding
Het meten van snelheden bij experimenten kan met rolmeter en stopwatch. Als je snelheden van voertuigen wilt meten, zijn deze meetinstrumenten echter niet bruikbaar. Je zou, zoals ook de politie dat doet, gebruik kunnen maken van een radarsysteem. Maar ook met een eenvoudige camcorder kun je de snelheid bepalen.

Onderzoeksvraag
Hoe groot is de snelheid van passerend verkeer?

ONDERZOEK Karretje op hellend vlak

Regelmatig wordt je in deze lesmethode gevraagd een *open onderzoek* uit te voeren, waarin niet staat beschreven hoe je zoiets aanpakt. Hier zie je een uitgewerkt voorbeeld van zo'n open onderzoek.

Inleiding
Als je een karretje op een hellend vlak zet, rijdt dat karretje eenparig versneld naar beneden.

Onderzoeksvraag
Hangt de versnelling van dat karretje af van de massa van dat karretje? Zo ja, hoe?

Aanpak
1 Je begint met het opstellen van een hypothese. Dat is een voorlopig antwoord dat je bedenkt zonder een experiment te hebben gedaan. Zo kan de hypothese in dit geval bijvoorbeeld zijn: *Hoe groter de massa van het karretje, des te groter de versnelling.*
2 Je gaat vervolgens de invloed van de massa van het karretje op de versnelling van dat karretje onderzoeken. Allereerst moet je dus de massa van het karretje kunnen variëren. Dat doe je door gewichtjes op het karretje te bevestigen. Meet de massa van het karretje zonder gewichtjes erop en bepaal de massa van de gewichtjes.
3 Je kunt de versnelling van het karretje niet rechtstreeks meten. Je moet dus iets anders meten waarmee je de versnelling kunt berekenen. Je kunt met een meetlint de afstand meten die het karretje aflegt en met een stopwatch de tijdsduur die het karretje hiervoor nodig heeft.
4 Nu moet je bedenken hoe je met deze afstand s en tijdsduur t de versnelling a kunt uitrekenen. Reken eerst de gemiddelde snelheid uit met:

$$v_{gem} = \frac{s}{t}$$

Bereken dan de eindsnelheid (onder aan de helling) met de formule $v_{gem} = \frac{v_{begin} + v_{eind}}{2}$

waarbij je weet dat de beginsnelheid van het karretje (boven aan de helling) nul is.
Dan kun je tot slot de versnelling berekenen met de formule $a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$

5 Voer nu de metingen uit waarbij je de massa van het karretje varieert. Voer bij elke massa verschillende metingen uit. Bereken per massa de gemiddelde tijd.
6 Bereken met de bij 3 en 4 beschreven methode de versnellingen.
7 Maak een tabel met daarin de massa en de versnelling. Eventueel kun je een grafiek tekenen.
8 Nu kun je de onderzoeksvraag beantwoorden.
9 Maak een verslag van het experiment. Bedenk dat je de resultaten op verschillende manieren kunt presenteren: poster, podcast, video, enzovoort. Houd je aan de voorwaarden die voor elke presentatievorm gelden.

Conclusie
Beantwoord de onderzoeksvraag.



HOOFDSTUK 2

Elektriciteit

Zonnecellen, batterijen en het lichtnet zijn voorbeelden van elektrische spanningsbronnen. Met de elektrische energie van een spanningsbron kun je een stroom laten lopen om een elektromotor te laten draaien. Om dat voor elkaar te krijgen, moet je de spanningsbron en de elektromotor opnemen in een elektrische schakeling. Bij elektriciteit moet je je steeds bewust zijn van de risico's: een te grote stroomsterkte door je lichaam kan fataal zijn.

Praktijk

Theorie

Maatschappij

Praktijk

Elektriciteit in het lichaam

Elke dag maak je gebruik van elektriciteit. Denk maar aan de koelkast en de lampen in huis en niet te vergeten je telefoon. Deze elektriciteit is kunstmatig, omdat deze door de mens wordt opgewekt. Maar in de natuur komt ook elektriciteit voor. Denk bijvoorbeeld aan bliksem, maar ook aan de sidderaal, een zoetwatervis die in Zuid-Amerika voorkomt en die stroomstoten kan afgeven. En misschien verrassend: elektriciteit komt ook in het menselijk lichaam voor.



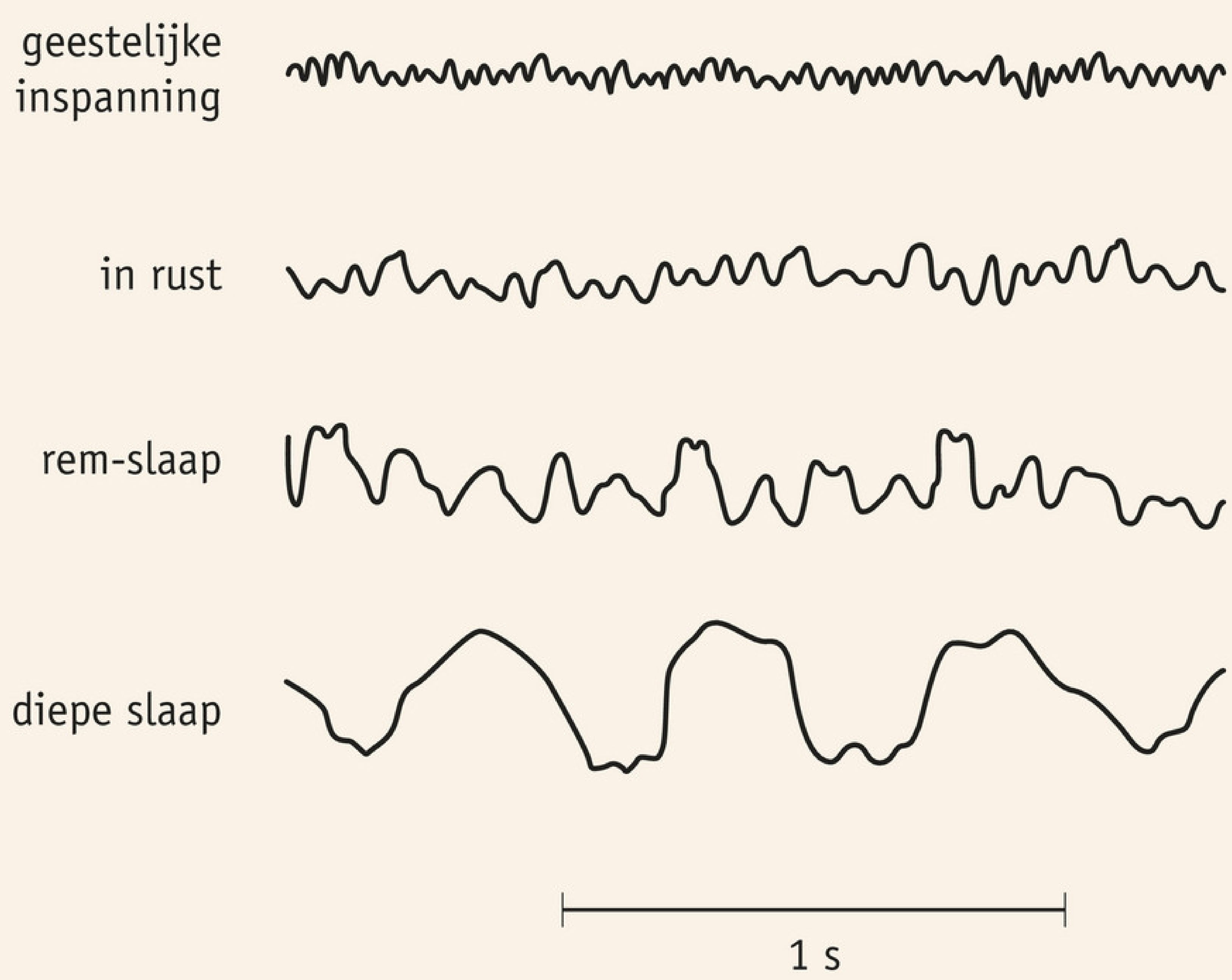
Elektriciteit in de hersenen

In de hersenen lopen minieme elektrische stroompjes. Artsen kunnen de werking van de hersenen dan ook onderzoeken door op het hoofd elektroden te bevestigen die de hersenactiviteit meten. Meestal zitten die elektroden in een soort muts die op het hoofd van de patiënt wordt geplaatst (figuur 1). De spanningen die zo gemeten worden zijn heel klein, in de orde van grootte van 100 μV. De grafiek die op basis van de metingen wordt gemaakt, heet eeg, ofwel elektro-encefalogram (*encefalo* betekent hersenen). Met een eeg kunnen ziekten worden opgespoord die iets te maken hebben met het functioneren van de hersenen, zoals epilepsie (figuur 2).

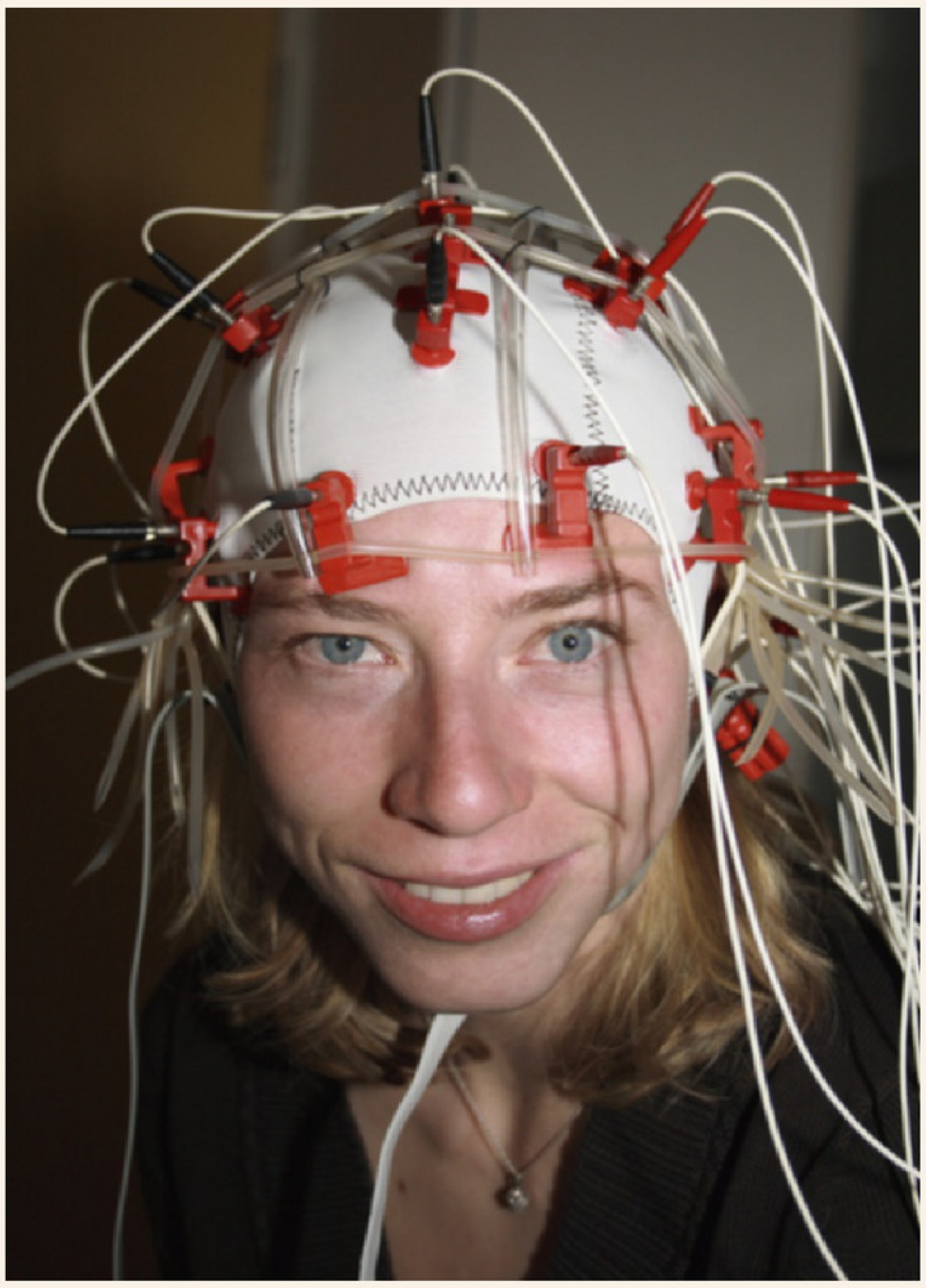
Elektriciteit in het hart

Het menselijk hart klopt normaal gesproken ongeveer 70 keer per minuut. Elke keer wordt bloed in de slagaders en aders door het lichaam gepompt. Het pompen van het hart is in feite het samenknijpen van alle hartcellen tegelijkertijd. De zogeheten sinusknoop, een groep cellen in de rechterboezem van het hart, produceert een elektrische spanning. Deze spanning verplaatst zich door het hele hart en zet de hartcellen aan om zich samen te trekken. Als alle cellen dit tegelijk doen, werkt het hart als een krachtige pomp. Bij een hartstilstand trekken de spiercellen zich niet meer *tegelijkertijd* samen, maar willekeurig. Daardoor pompt het hart niet meer. Door aan het hart met een defibrillator een spanningsstoot toe te dienen, gaan alle cellen zich weer tegelijk samentrekken en functioneert het hart weer. Je vindt tegenwoordig op steeds meer plaatsen defibrillatoren, zelfs op scholen.

Hoe groter de stroom, des te gevaarlijker het is.



▲ **figuur 2** een eeg



▲ **figuur 1** een eeg maken



▲ **figuur 3** een aed

Een moderne defibrillator vertelt je stap voor stap wat je moet doen. Een defibrillator heet ook wel een aed: automatische externe defibrillator (figuur 3).

Elektrocutie

Als er een stroom door je lichaam loopt die daar niet thuishoort, wordt dat elektrocutie genoemd. Er kan dan van alles met je gebeuren. Een heel kleine stroom veroorzaakt een kriebelend gevoel. Vroeger waren er op middelbare scholen ‘folterkastjes’ aanwezig waarmee je zo’n kleine stroom door je lichaam kon laten lopen. Zo’n kleine stroom uit een folterkastje doet geen pijn en is niet gevaarlijk. Grotere stromen die door je lichaam lopen, kunnen wel gevaarlijk zijn. Hoe gevaarlijk hangt van een aantal factoren af: de grootte van de stroom, hoelang deze stroom door je lichaam loopt en door welke organen de stroom loopt. Hoe groter de stroom, des te gevaarlijker het is. De grootte van de stroom die door je lichaam loopt, hangt af van de spanning die over je lichaam staat en van de weerstand van het lichaam.

Hoe vochtiger je huid, des te kleiner de weerstand.
Als er een stroom door je lichaam loopt, gaan de spieren zich samentrekken. In het ernstigste geval trekken ook je hartspier en de spieren die zijn betrokken bij de ademhaling zich samen. Dan ontstaat een levensgevaarlijke situatie. Verder produceert de stroom warmte in het lichaam. Hierdoor kunnen brandwonden ontstaan. In tabel 1 kun je zien wat er met je lichaam gebeurt als er een stroom doorheen loopt.

▼ **tabel 1** effecten van elektrische stroom op het menselijk lichaam

stroomsterkte	verschijnsel
2 mA	kriebeling in de hand
40 mA	spieren verkrampen in hand en onderarm
90 mA	ademhalingsstilstand
300 mA	verlies van bewustzijn
1 A	hartstilstand waarbij slachtoffer overlijdt

TENS

Elektriciteit en magnetisme worden ook gebruikt om pijn te bestrijden. Zo worden met behulp van TENS (transcutane elektrische neurostimulatie) zenuwen geprikkeld met elektrische stroom die door de huid gaat, zie tabel 1. Elektriciteit om pijn te bestrijden wordt al van vlak na de jaartelling toegepast. Pijnlijke plekken zouden behandeld kunnen worden door er een levende sidderrog tegenaante houden. Tegen het einde van de achttiende eeuw hadden onder meer Alessandro Volta en Joseph Priestley de effecten van elektriciteit op mensen en dieren beschreven. Het moderne TENS wordt zelfs door zorgverzekeraars vergoed. Wetenschappelijk bewijs dat de methode daadwerkelijk helpt bij pijnbestrijding is echter flinterdun.

▼ **tabel 2** toepassingen van TENS in de medische literatuur

neurologische pijnen:	chirurgie:
neuropathie, plexuslaesies, reflexdystrofie, migraine, (cluster) hoofdpijn, trigeminusneuralgie of faciale pijn, (post)herpetische neuralgie, fantoompijn	bij acuut trauma, (acute) post-operatieve pijn
spierpijn:	**urologie:**
algemeen, nek-/schouder-/lagerugpijn	urologische stoornissen, pijn in het kleine bekken, incontinentie
oncologie:	**orthopedie:**
palliatieve pijn, botmetastasen	(osteo)artritis
psychiatrie:	**reumatologie:**
Golfoorlogsyndroom	revalidatie bij reumatoïde artritis
gynaecologie:	**tandartsgeneeskunde:**
gynaecologische pijn / neoplasmata, pijn tijdens de bevalling, pijn na sectio	tijdens tandheelkundige ingrepen
cardiologie:	**overige:**
angina pectoris	algemene chronische pijnen, weefseldoorbloedingsstoornissen, chronische pancreatitis, brandwonden

naar: Stichting Skepsis

Opdrachten

Bestudeer eerst de theorie van dit hoofdstuk voordat je de volgende opdrachten uitvoert.

1 Onder spanning
Door een defect staat het metalen omhulsel van een wasmachine onder een spanning van 230 V. Stel dat je dit omhulsel aanraakt.

- **a** Bereken de stroomsterkte die door je lichaam gaat als je kurkdroog bent en een weerstand hebt van 32 kΩ.
- **b** Leg uit of de stroomsterkte die je bij opdracht a hebt berekend gevaarlijk is.
- **c** Bereken de stroomsterkte die door je lichaam gaat als je kletsnat bent, waardoor je een weerstand hebt van 500 Ω.
- **d** Is de stroomsterkte die je bij opdracht c hebt berekend gevaarlijk?
- **e** Op welke manier kun je voorkomen dat een te grote stroomsterkte door je lichaam gaat? Licht je antwoord toe.

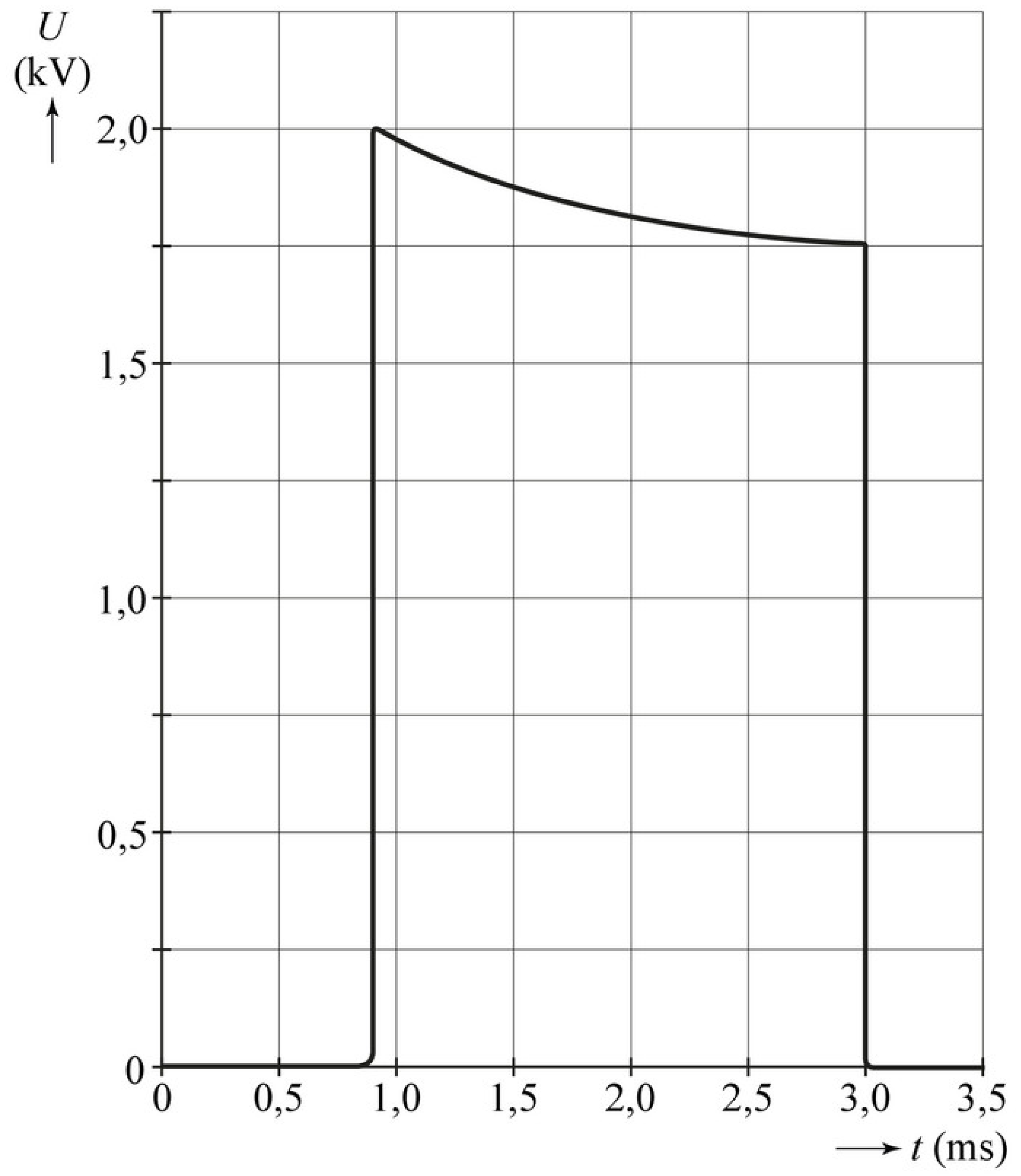
2 Elektrische vissen
In de natuur komen vissen voor die stroomstoten gebruiken om een prooi te verlammen. Een voorbeeld van zo'n vis is de sidderaal.
Op internet staat over de sidderaal de volgende zin: 'Een sidderaal verdooft zijn prooi met een stroomstoot van enkele honderden volts.'
Wat is er natuurkundig gezien niet juist aan deze uitspraak?



▲ **figuur 4** de elektroden van de defibrillator

3 Defibrillator
Een defibrillator wordt gebruikt om het hart van mensen met een acute hartstilstand te reactiveren.
De borstkas van de patiënt wordt ontbloot, waarna elektrisch geleidende gel op de huid wordt gesmeerd. Nadat de elektroden (figuur 4) op de gel zijn geplaatst, dient men een korte sterke spanningspuls toe. Door het hart van de patiënt loopt dan gedurende korte tijd een grote stroom.
In figuur 5 staat het verloop van de spanning als functie van de tijd weergegeven.
Dankzij de gel is de weerstand tussen de elektroden slechts 25 Ω. Neem aan dat deze weerstand tijdens de duur van de puls constant is.

- **a** Bepaal de grootste stroomsterkte tijdens de puls tussen de elektroden.
- **b** In noodsituaties gebruikt men de defibrillator soms zonder eerst gel aan te brengen. De weerstand tussen de elektroden is dan veel groter. Leg uit wat het gevolg hiervan is voor het vermogen van de puls.
  bron: examen vwo 2009-II



▲ **figuur 5** de (U,t)-grafiek van de spanningspuls van een defibrillator

1 Lading

In deze paragraaf leer je:
- het begrip 'vrij elektron' kennen;
- dat ladingen elektrische krachten op elkaar uitoefenen;
- de begrippen 'geleider' en 'isolator' begrijpen.

Er zijn twee typen lading: positieve en negatieve lading. Voorwerpen met hetzelfde type lading stoten elkaar af en voorwerpen met een verschillend type lading trekken elkaar aan.

Elektronen

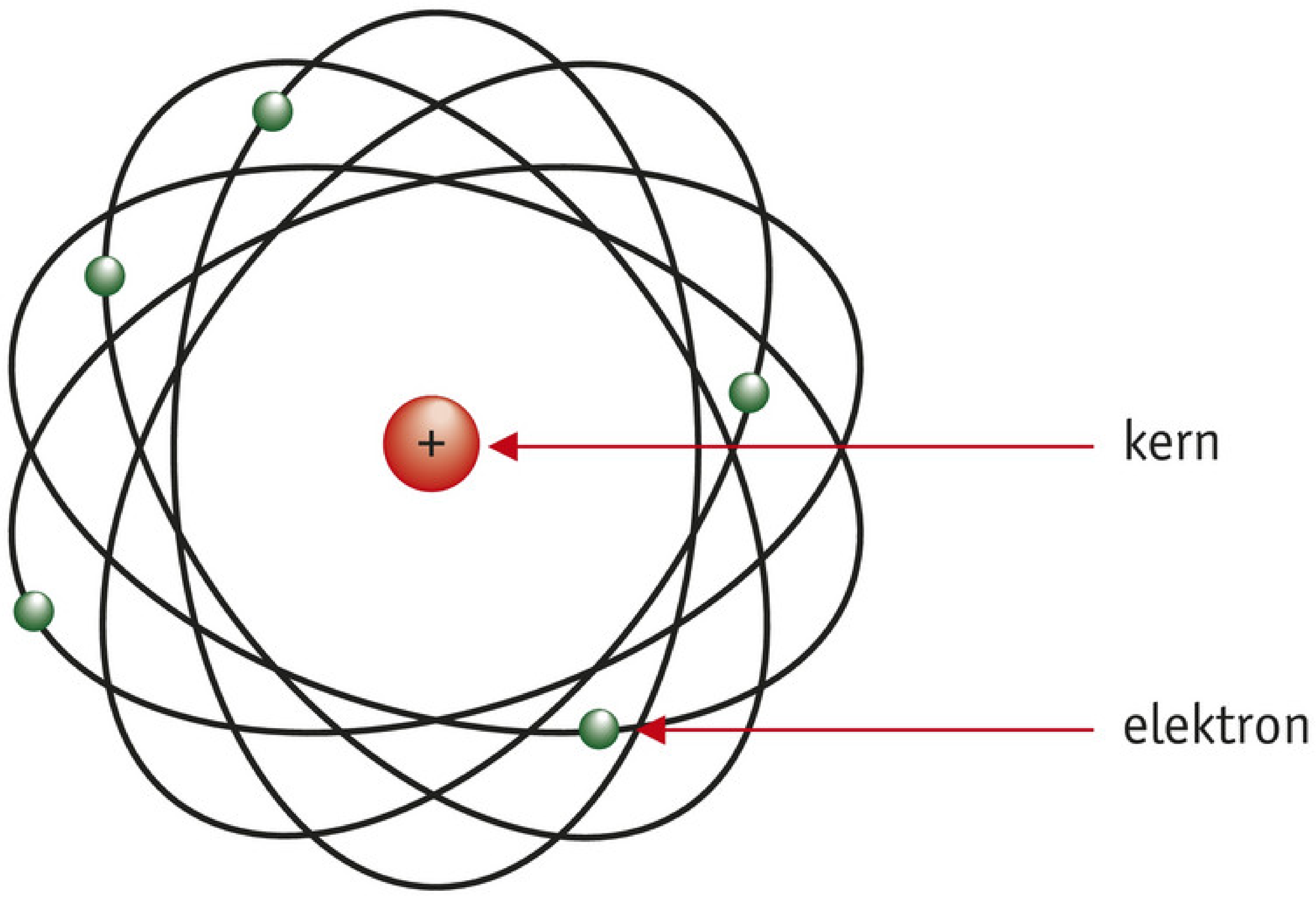
Je herinnert je misschien proefjes waarbij je met behulp van een doek een neutrale pvc-buis statisch kon laden. De verklaring hiervoor is dat een neutraal voorwerp wél lading bezit, namelijk evenveel positieve als negatieve lading. Door het wrijven wordt de lading gescheiden. Daardoor krijgt de pvc-buis negatieve lading en blijft het doekje met een even grote overmaat positieve lading achter.
De negatieve lading die naar de buis is overgesprongen, bestaat uit kleine deeltjes: **elektronen**. Deze elektronen bezitten elk de allerkleinste hoeveelheid lading die in de natuur kan voorkomen: de **elementaire lading** e.
Als een groot aantal elektronen van het doekje naar de buis springt, wordt de buis negatief geladen. Door het toenemend aantal elektronen op de buis wordt de onderlinge afstotende elektrische kracht steeds groter. Hierdoor kunnen volgende elektronen steeds moeilijker op de buis komen en stopt uiteindelijk het opladen.
Een neutraal voorwerp wordt positief geladen als elektronen het voorwerp verlaten. Er bestaan geen vergelijkbare kleine en beweeglijke positieve deeltjes.

Atoommodel

De verklaring voor het scheiden van de lading is te vinden bij de allerkleinste deeltjes waaruit een element bestaat: het atoom. Een atoom is zó klein dat je het niet kunt zien. Om de eigenschappen van een atoom te verklaren, kun je gebruikmaken van een atoommodel (figuur 2).

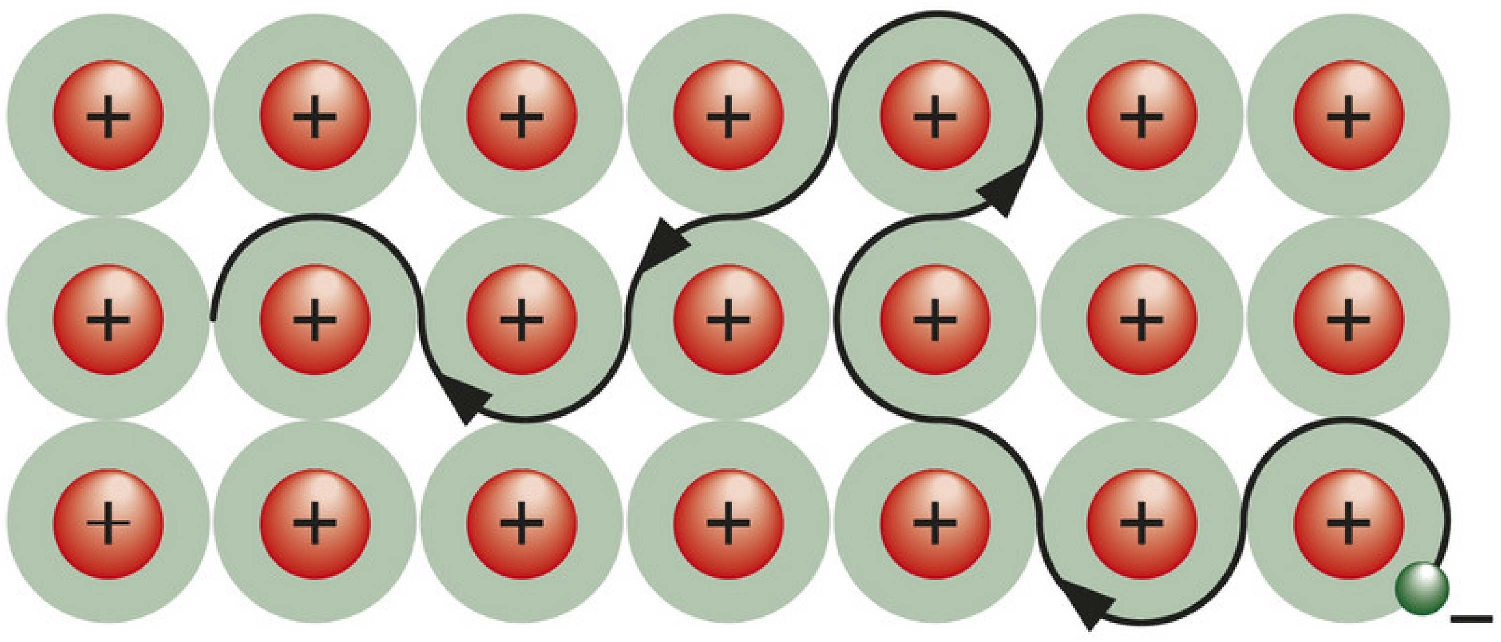


▲ **figuur 1** De haren van dit meisje zijn elektrisch geladen.



▲ **figuur 2** een atoommodel

In het atoommodel is te zien dat een atoom bijna helemaal leeg is. Alleen de kern en een aantal kleine deeltjes, de elektronen die om de kern heen bewegen, hebben massa. Het atoom zelf is elektrisch neutraal, maar zowel de kern als de elektronen zijn elektrisch geladen. Elektronen zijn negatief geladen, de kern is positief. De elektronen compenseren de elektrische lading van de kern. Doordat elektronen en kern tegengesteld geladen zijn, worden de elektronen in het atoom vastgehouden.
In een vaste stof zijn de atomen regelmatig gerangschikt en trillen daar op hun plaats. In een metaal verlaten de buitenste elektronen soms hun atoom en gaan door de vaste stof zwerven. Het atoom dat zonder buitenste elektron achterblijft, is positief geladen. Je noemt het atoom nu een (positief) **ion**. Soms komt zo'n **vrij elektron** in de buitenste baan van een ander atoom terecht, waardoor dat atoom juist een elektron 'te veel' krijgt (figuur 3). Dan is dat atoom negatief geladen en is het een negatief ion. Een losgeslagen elektron kan soms zelfs uit het rooster ontsnappen en de stof verlaten. Metalen met veel vrije elektronen heten **geleiders**.



▲ **figuur 3** de beweging van een vrij elektron in een metaalrooster

Als lading zich in een stof niet kan verplaatsen, wordt die stof een **isolator** genoemd. Bij een isolator kunnen de buitenste elektronen niet overstappen doordat ze krachtig aan hun atoom zijn gebonden, of doordat de atomen in die stof zich te ver van elkaar bevinden.

De grootheid lading

Het symbool van de elektrische grootheid lading is Q. De **lading Q** wordt uitgedrukt in de eenheid **coulomb** (C). De lading van een elektron is zeer klein: $-1{,}60 \cdot 10^{-19}$ C. In Binas tabel 7A vind je deze natuurconstante terug als elementair ladingsquantum e.

Voorbeeldopgave 1

Een ballon wordt opgewreven met een doekje en krijgt een lading van –2,0 mC.
Bereken het aantal elektronen dat bij het wrijven op de ballon is aangebracht.

Uitwerking
Je weet dat de lading van een elektron $-1{,}60 \cdot 10^{-19}$ C is (Binas tabel 7A).
De lading van de ballon is $-2{,}0 \cdot 10^{-3}$ C.
Het aantal aangebrachte elektronen is: $\dfrac{-2{,}0 \cdot 10^{-3}}{-1{,}60 \cdot 10^{-19}} = 1{,}3 \cdot 10^{16}$

Onthoud!

- Er zijn twee soorten lading: positieve en negatieve lading.
- Gelijknamige ladingen stoten elkaar af, ongelijknamige ladingen trekken elkaar aan.
- In metalen kunnen sommige elektronen tussen de atomen door 'vrij' bewegen.
- Elektronen bezitten een elementaire lading: $e = -1{,}60 \cdot 10^{-19}$ C.

Opdrachten

1 Lading
Beantwoord de volgende vragen.
a Leg uit waarom elektronen, hoewel ze elkaar afstoten, toch bij elkaar in een atoom blijven.
b Wat is het verschil tussen een atoom en een ion?
c Bestaan er ongeladen voorwerpen? Licht je antwoord toe.

2 Glas opwrijven
Voorwerpen van verschillende materialen kunnen worden geladen als ze langs elkaar worden gewreven. Door met een zijden doek over een glazen plaat te wrijven, krijgt de plaat een positieve lading van 40 mC.
a Welke deeltjes zijn overgesprongen tijdens het wrijven?
b Bereken het aantal deeltjes dat is overgesprongen.

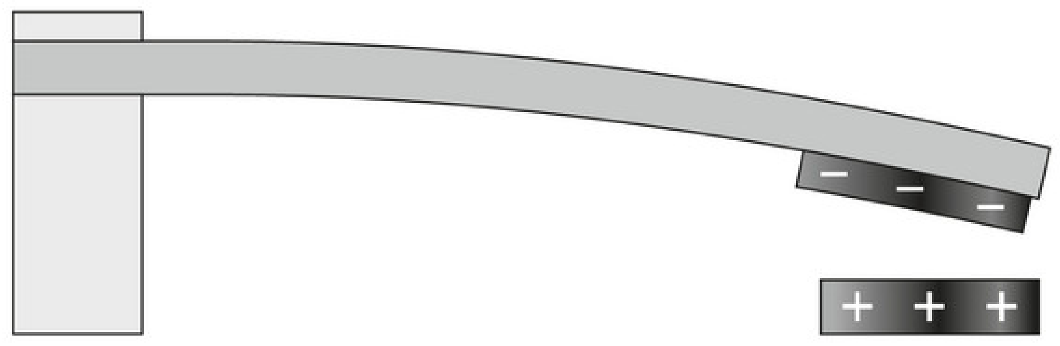
3 Elektroscoop
Een elektroscoop is een instrument waarmee je kunt aantonen dat een voorwerp geladen is. Het bestaat uit een metalen staaf, geïsoleerd opgehangen in een doorzichtig kastje (figuur 4). Aan de staaf is in het kastje een scharnierend strookje metaal bevestigd.



▲ **figuur 4** een geladen elektroscoop

a Leg uit waarom de elektroscoop een uitslag vertoont als je lading op de metalen staaf aanbrengt.
b Leg uit of je aan de elektroscoop in figuur 4 kunt zien of deze positief of negatief geladen is.

4 Geladen plaatjes
Een kunststofstrip is aan één kant ingeklemd. Op de strip zit een metalen plaatje dat negatief geladen is. Tegenover dit plaatje wordt een positief geladen plaatje geplaatst. De plaatjes trekken elkaar aan waardoor de strip buigt (figuur 5).



▲ **figuur 5** een gebogen strip

Leg uit waarom de strip terugschiet als de plaatjes elkaar raken.
naar: examen 2011-I

5 Haren overeind
Het meisje in figuur 1 houdt haar handen op een geladen vandegraaffgenerator. Er stromen elektronen van deze generator naar het meisje.
Leg uit waarom haar haren zo ver mogelijk uit elkaar gaan staan.

6 IJzeratoom
Het atoomnummer geeft aan hoeveel elementaire ladingen zich in de kern bevinden.
a Zoek in Binas tabel 99 het atoomnummer van ijzer op.

Het atoom bevat zowel positieve ladingen (in de kern) als negatieve ladingen (de elektronen).
b Bereken de lading van de kern van een ijzeratoom.
c Hoeveel elektronen bewegen er om de kern?
d Hoe groot is de lading van het ijzerion als twee buitenste elektronen uit het atoom zijn ontsnapt?

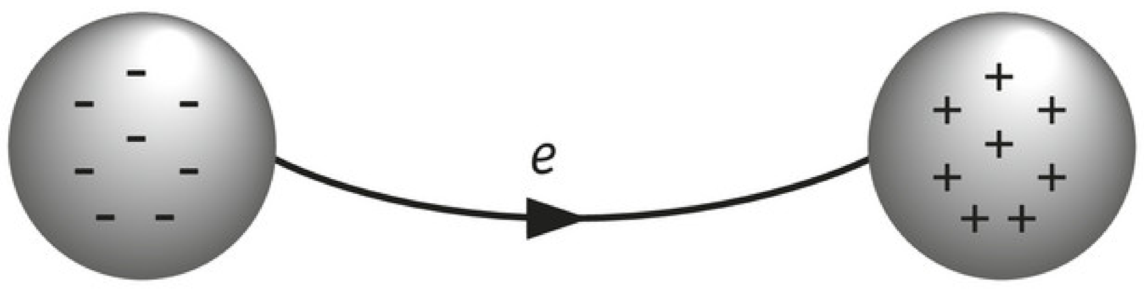
2 Stroom en spanning

In deze paragraaf leer je:
- het verschijnsel elektrische stroom uitleggen;
- de definitie van stroomsterkte kennen;
- hoe je een stroom- en spanningsmeter moet aansluiten.

Elektrische apparaten die zijn aangesloten op het elektriciteitsnet in Nederland, werken op een spanning van 230 volt. Zodra je een apparaat aanzet, bijvoorbeeld een waterkoker, gaat er een stroom door het apparaat lopen. Er bestaat een verband tussen spanning en stroomsterkte.

Richting van de stroom

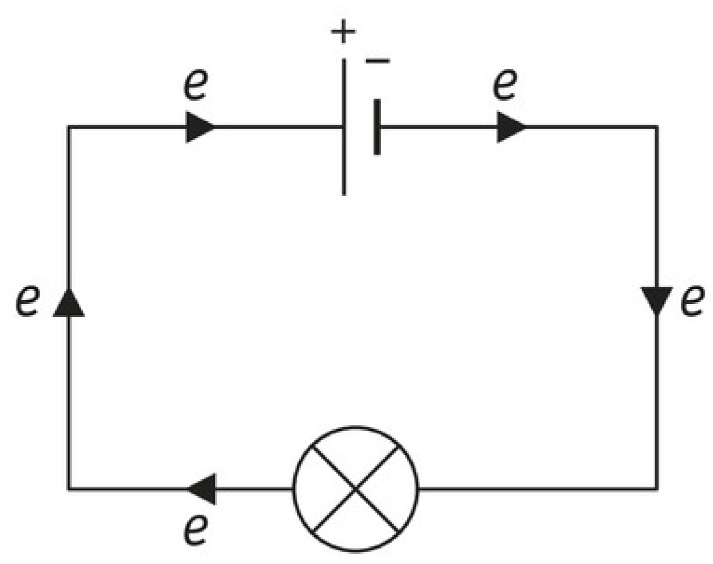
Als je een positief geladen bol via een metaaldraad verbindt met een negatief geladen bol, stromen er elektronen van de negatief geladen bol naar de positief geladen bol (figuur 6). Als beide bollen van tevoren even sterk geladen waren, stopt deze **elektronenstroom** als beide bollen neutraal zijn.



▲ **figuur 6** elektronenstroom van de negatief geladen bol naar de positief geladen bol

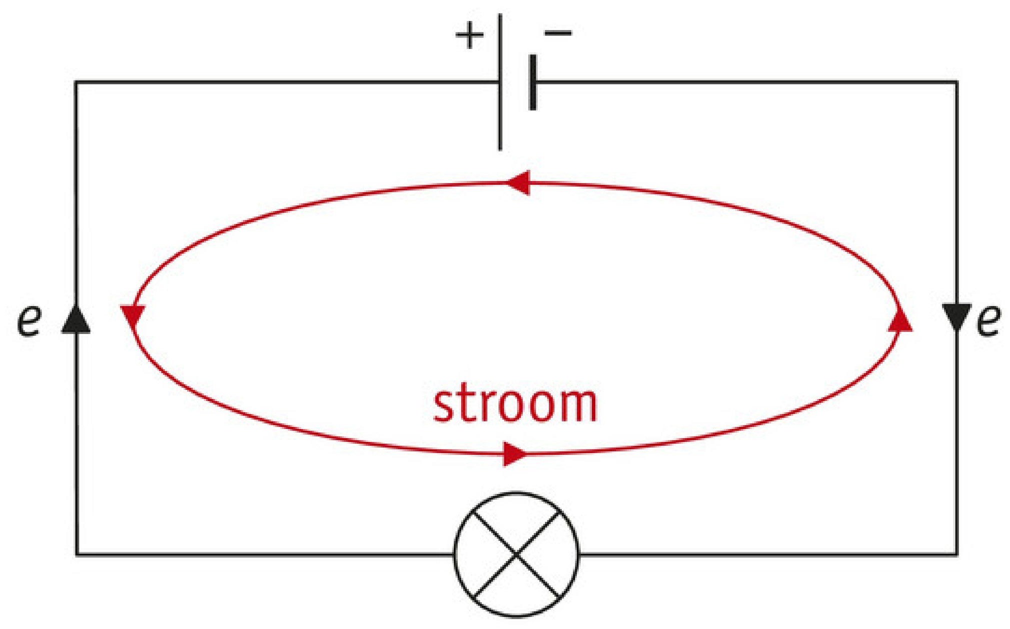
Als er een elektronenstroom loopt, is er sprake van een elektrische stroom. Elektrische stroom is eigenlijk niets anders dan lading die zich verplaatst.

In figuur 7 zie je een schakelschema van een spanningsbron waarop een lampje is aangesloten. Hier gebeurt hetzelfde als bij de bollen in figuur 6: er stromen elektronen van de minpool van de spanningsbron, via de draad, naar het lampje en dan via de tweede draad naar de pluspool. Het symbool van de spanningsbron bestaat uit twee verticale streepjes. De **minpool** is het korte dikke streepje en de **pluspool** het lange streepje.



▲ **figuur 7** elektronenstroom in een elektrische schakeling

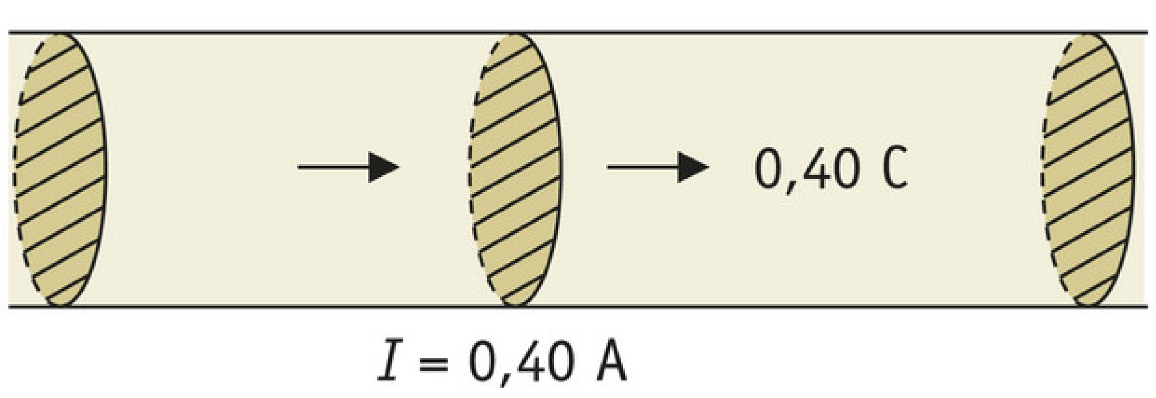
Men heeft lange tijd gedacht dat de deeltjes die zich verplaatsen, positief geladen zijn. Dat zou betekenen dat ze van de pluspool naar de minpool bewegen. De richting waarin de positieve lading zich zou bewegen, heeft men de **richting van de elektrische stroom** genoemd. Dat is niet meer veranderd toen men erachter kwam dat niet de positief maar juist de negatief geladen deeltjes zich verplaatsen. Vandaar de vreemde situatie dat je spreekt van een elektrische stroom die van de pluspool, via de aangesloten lampen en apparatuur, naar de minpool gaat, terwijl in werkelijkheid juist negatief geladen elektronen van de minpool naar de pluspool bewegen (figuur 8).



▲ **figuur 8** elektronenstroom (zwarte pijlen) en elektrische stroom (rode pijlen)

Grootte van de stroom

De grootte van de stroom, de **stroomsterkte *I***, is de hoeveelheid lading die per seconde door een dwarsdoorsnede van een draad stroomt. In figuur 9 is een draad getekend waarvan de dwarsdoorsnede is gearceerd. Als 0,40 C lading deze dwarsdoorsnede passeert in 1,0 s, is de stroomsterkte 0,40 C s^{-1}.



▲ **figuur 9** stroom door een draad

Je kunt dit met een formule uitrekenen:

$$I = \frac{Q}{t}$$

Hierin is:
- I de stroomsterkte in coulomb per seconde ($C\ s^{-1}$); deze eenheid wordt ampère (A) genoemd;
- Q de lading die passeert in coulomb (C);
- t de tijdsduur waarin die lading passeert in seconde (s).

In de formule wordt Q altijd positief ingevuld.

Voorbeeldopgave 2

Tijdens een onweersbui slaat de bliksem in op een bliksemafleider. Daardoor loopt er gedurende 0,035 s een lading van 6,0 kC door de bliksemafleider.
Bereken de stroomsterkte in de bliksemafleider.

Uitwerking
Gegevens:
$t = 0{,}035$ s
$Q = 6{,}0$ kC $= 6{,}0 \cdot 10^3$ C

Formule: $I = \frac{Q}{t}$

$$I = \frac{Q}{t} = \frac{6{,}0 \cdot 10^3}{0{,}035} = 1{,}7 \cdot 10^5 \text{ A}$$

Voorbeeldopgave 3

Er loopt 3,0 min lang een stroom van 20 mA door een draad.
Bereken hoeveel elektronen in die tijd een dwarsdoorsnede van de draad zijn gepasseerd.

Uitwerking
Gegevens:
$t = 3{,}0$ min $= 3{,}0 \times 60 = 180$ s
$I = 20$ mA $= 20 \cdot 10^{-3}$ A

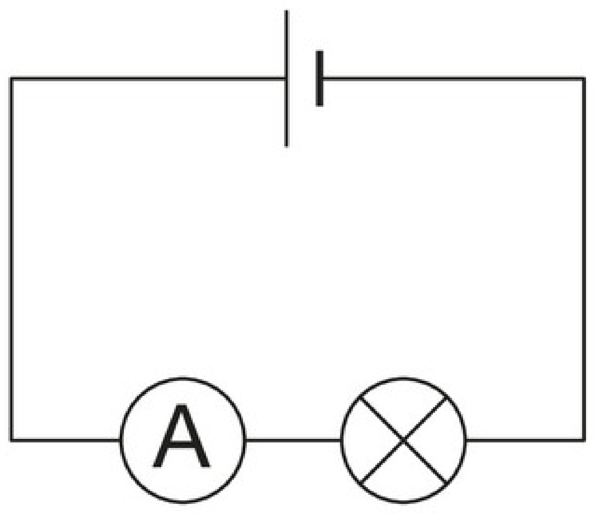
Formule: $I = \frac{Q}{t} \rightarrow Q = I \cdot t$

$Q = I \cdot t = 20 \cdot 10^{-3} \times 180 = 3{,}6$ C
De grootte van de lading van een elektron is $1{,}60 \cdot 10^{-19}$ C (Binas tabel 7A).

In die tijd zijn er dus $\frac{3{,}6}{1{,}60 \cdot 10^{-19}} = 2{,}3 \cdot 10^{19}$ elektronen een dwarsdoorsnede van de draad gepasseerd.

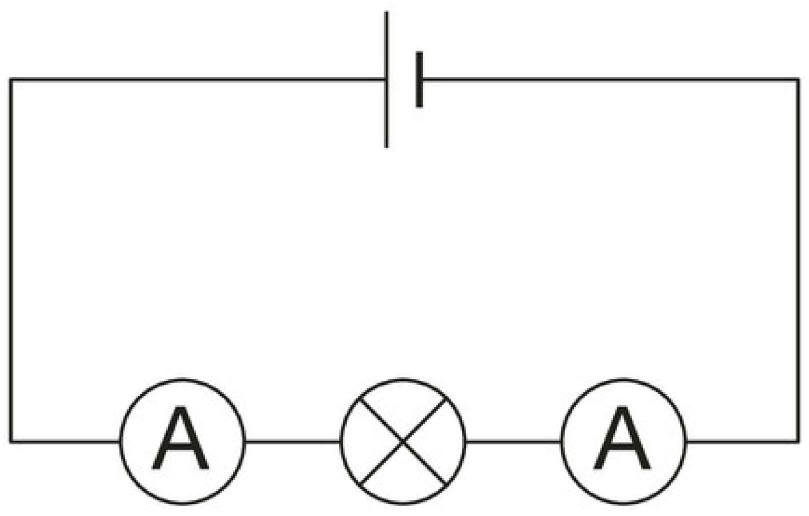
Stroomsterkte meten

De stroomsterkte wordt gemeten met een **stroommeter** die ook wel **ampèremeter** wordt genoemd. Als je de stroomsterkte door een lampje wilt meten, moet de stroom ook door de stroommeter lopen. Je moet de stroommeter dus **in serie** zetten met het lampje (figuur 10).



▲ **figuur 10** Zo meet je de stroomsterkte in de schakeling.

Het maakt daarbij niet uit of de stroommeter voor of na het lampje zit. De twee stroommeters in figuur 11 meten exact dezelfde stroomsterkte. Een lampje verbruikt namelijk geen stroom. Dat houdt in dat er geen elektronen in het lampje achterblijven. In het lampje wordt wel energie omgezet.



▲ **figuur 11** De stroomsterkte is voor en na het lampje even groot.

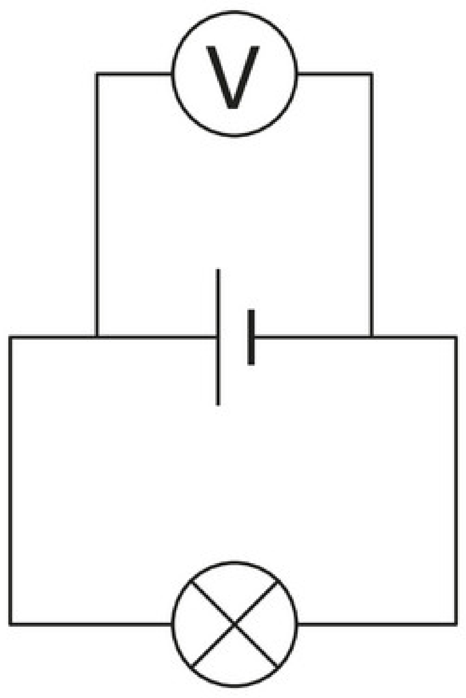
Er kan in een schakeling pas een stroom lopen als er aan de volgende voorwaarden is voldaan:
- In de schakeling moet een spanningsbron zijn opgenomen. Dat kan een batterij, accu, dynamo, zonnecel of stopcontact zijn.
- De stroomkring moet gesloten zijn. Er mag dus geen 'gat' in de stroomkring zitten.
- De stroomkring moet zijn opgebouwd uit geleidende materialen.

Spanning

Een stroom loopt niet vanzelf door de draden en de aangesloten apparatuur. De elektronen worden rondgepompt door de spanningsbron. Je mag de spanning van een spanningsbron opvatten als de druk waarmee de stroom wordt rondgepompt. Als je in een stroomkring een spanningsbron met een hogere spanning aansluit, wordt de stroomsterkte groter. Officieel is de spanning van een spanningsbron de hoeveelheid energie die één coulomb lading meekrijgt. Deze energie wordt in de schakeling afgegeven aan de lampjes of de andere aangesloten apparatuur. De grootheid **spanning** wordt aangegeven met het symbool U. De eenheid van spanning is **volt**, symbool V.

Spanning meten

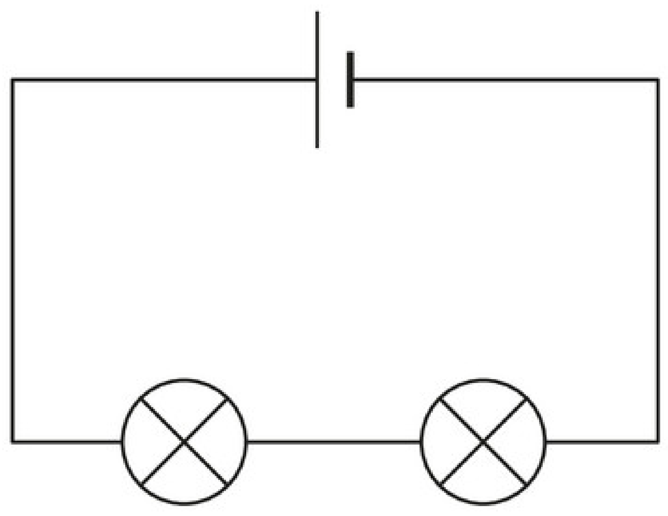
De spanning wordt gemeten met een **spanningsmeter** die ook wel **voltmeter** wordt genoemd. Als je de spanning van een spanningsbron wilt meten, moet je de spanningsmeter **parallel** schakelen aan deze spanningsbron. Zo kan de spanningsmeter het verschil van de energie voor en na het lampje bepalen. De spanningsmeter staat dus niet *in* de stroomkring (figuur 12).



▶ **figuur 12** Zo meet je de spanning van een spanningsbron.

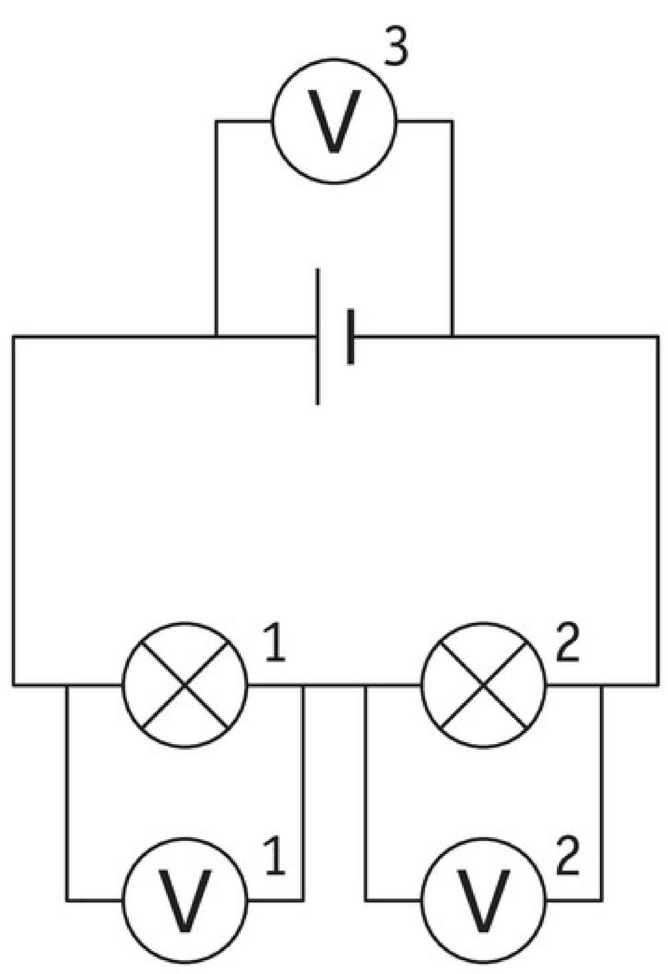
Spanning over een lampje

Stel dat je de schakeling van figuur 13 hebt gemaakt. Daarin zijn twee precies dezelfde lampjes in serie geschakeld. De spanningsbron geeft een spanning af van 6,0 V. Dat betekent dat deze spanningsbron 6,0 J energie per coulomb meegeeft aan de stroom. Deze stroom geeft in allebei de lampjes elk 3,0 J energie per coulomb af. Dat betekent dat de spanning over elk lampje 3,0 V is. Je kunt dus niet alleen de spanning van een spanningsbron meten, maar ook de spanning over een lampje.



▲ **figuur 13** twee lampjes in serie

In figuur 14 zie je dat in de schakeling van figuur 13 drie spanningsmeters zijn opgenomen. Spanningsmeter 1 meet de spanning U_1 over lampje 1. Spanningsmeter 2 meet de spanning U_2 over lampje 2. Spanningsmeter 3 meet de spanning U_{tot} van de spanningsbron. Dat geeft: U_{tot} = 6,0 V, U_1 = 3,0 V en U_2 = 3,0 V.



▲ **figuur 14** spanningen meten bij twee in serie staande lampjes

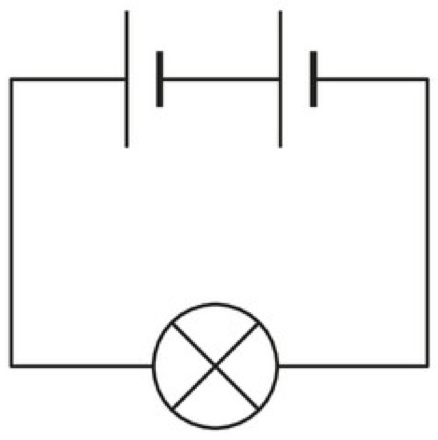
Een spanningsmeter laat vrijwel geen stroom door. Als je dus een spanningsmeter parallel aan een lampje schakelt, verandert de stroomsterkte door dat lampje niet. Je zegt dan dat er *spanning staat over* een lampje en dat er *stroom loopt door* een lampje.
Tegenwoordig worden bijna geen stroommeters of spanningsmeters meer verkocht. Er zijn namelijk meters die zowel stroomsterkte als spanning kunnen meten. Zo'n **multimeter** kan zelfs nog meer meten (figuur 15). Op de multimeter zit een knop waarmee je kunt instellen wat je wilt meten.



▲ **figuur 15** een multimeter

Spanningsbronnen schakelen

In een zaklamp stop je twee batterijen op de juiste wijze achter elkaar. Elke batterij heeft een spanning van 1,5 V. Daardoor is de totale spanning over het lampje van de zaklamp 2 × 1,5 = 3,0 V. Je hebt nu twee spanningsbronnen in serie geschakeld. In figuur 16 kun je zien hoe je dat schematisch tekent.



▲ **figuur 16** twee batterijen in serie

Onthoud!

- De elektrische stroom loopt van de pluspool naar de minpool van de spanningsbron. In werkelijkheid bewegen er juist elektronen van de min- naar de pluspool.
- De stroomsterkte is de hoeveelheid lading die per seconde door een dwarsdoorsnede van een draad stroomt. De stroomsterkte kun je uitrekenen met de formule $I = \frac{Q}{t}$
- De stroomsterkte wordt uitgedrukt in ampère (A).
- De stroomsterkte I in een draad wordt gemeten met een stroommeter die in serie met de draad is geschakeld.
- De spanning U van een spanningsbron geeft de hoeveelheid energie aan die één coulomb lading meekrijgt. De spanning wordt uitgedrukt in volt (V).
- De spanning wordt gemeten met een spanningsmeter die parallel wordt geschakeld aan het deel van de schakeling waarover je de spanning wilt meten.

Opdrachten

7 Stroomsterkte
Beantwoord de volgende vragen.
a Leg in eigen woorden uit wat stroomsterkte is.
b Met welke formule bereken je de stroomsterkte?
c In welke eenheden moeten de grootheden in die formule worden uitgedrukt?

8 Omrekenen
Neem over en reken om.
a 20 mA = … A
b 50 kV = … V
c 140 µA = … A
d 230 V = … kV
e 0,15 A = … mA

9 Foute uitspraken
Verbeter de volgende uitspraken.
a De wasmachine staat onder stroom.
b Er gaat 12 volt door het lampje.
c Pas op, want je kunt een stroomstoot van 230 V krijgen.

10 Stromende lading

Om te onderzoeken of over een stopcontact spanning staat, gebruikt Ank een spanningzoeker. Door haar duim tegen de achterkant van de spanningzoeker te drukken, loopt er een stroom van 0,095 mA door haar heen.

a Bereken hoeveel lading in 1,0 min door Ank stroomt.
b Bereken hoeveel elektronen er in 1,0 min door Ank stromen.

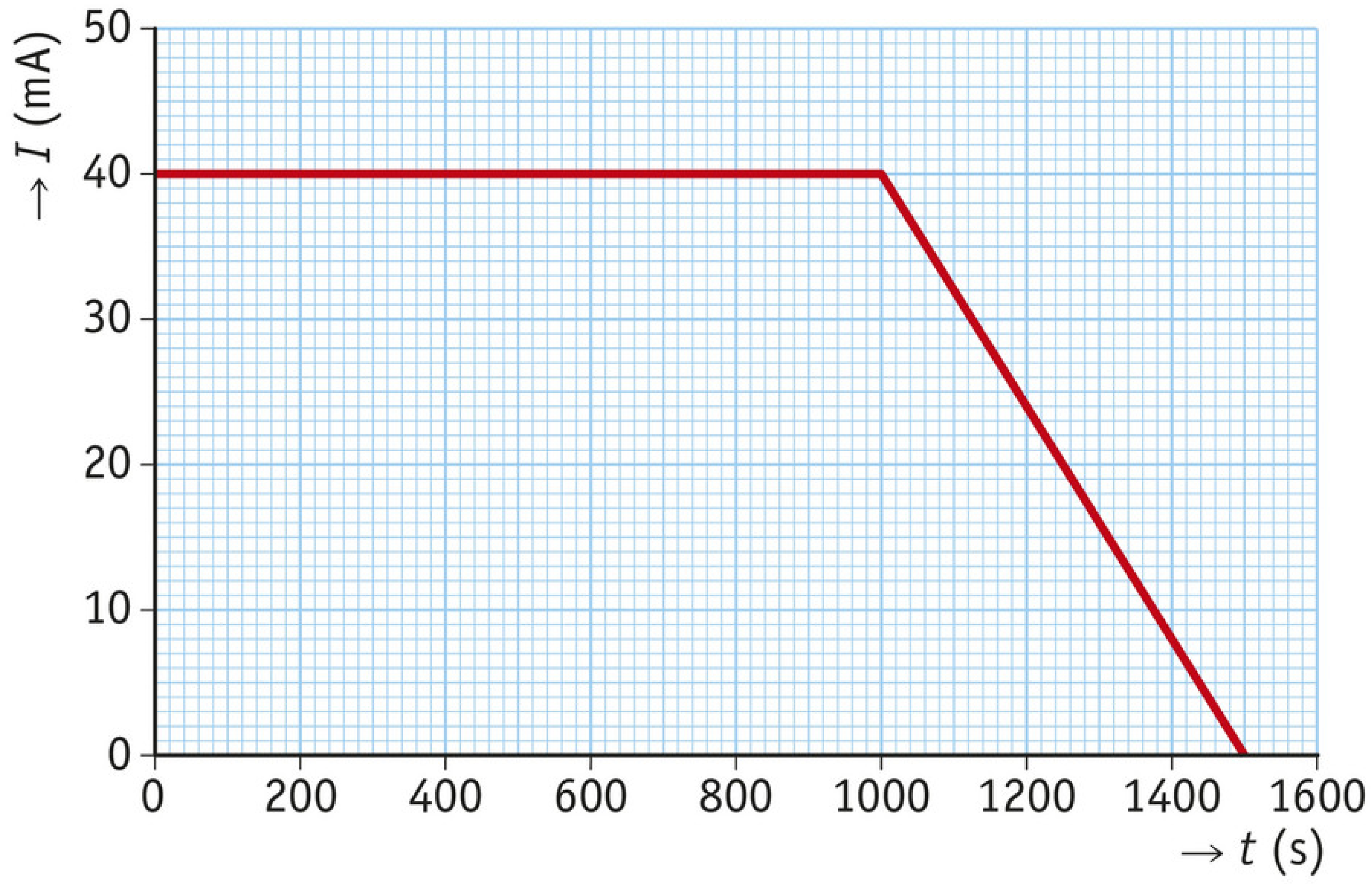
11 Batterijen schakelen

Een ledspotje brandt op een spanning van 12 V. Daarvoor moeten batterijen van 1,5 V zorgen.

a Hoeveel van deze batterijen heb je nodig om het spotje te laten werken?
b Teken schematisch hoe deze batterijen moeten worden geschakeld.
c Leg uit hoeveel spanning het ledspotje krijgt als je een batterij per ongeluk verkeerd om in de schakeling opneemt.

12 Lading door lampje

Een batterij levert een constante stroom aan een zaklamp. Maar als de batterij bijna leeg is, wordt de stroomsterkte langzaam kleiner. In figuur 17 zie je de stroomsterkte tot de batterij helemaal leeg is.



▲ **figuur 17** het (I,t)-diagram van een batterij tot deze leeg is

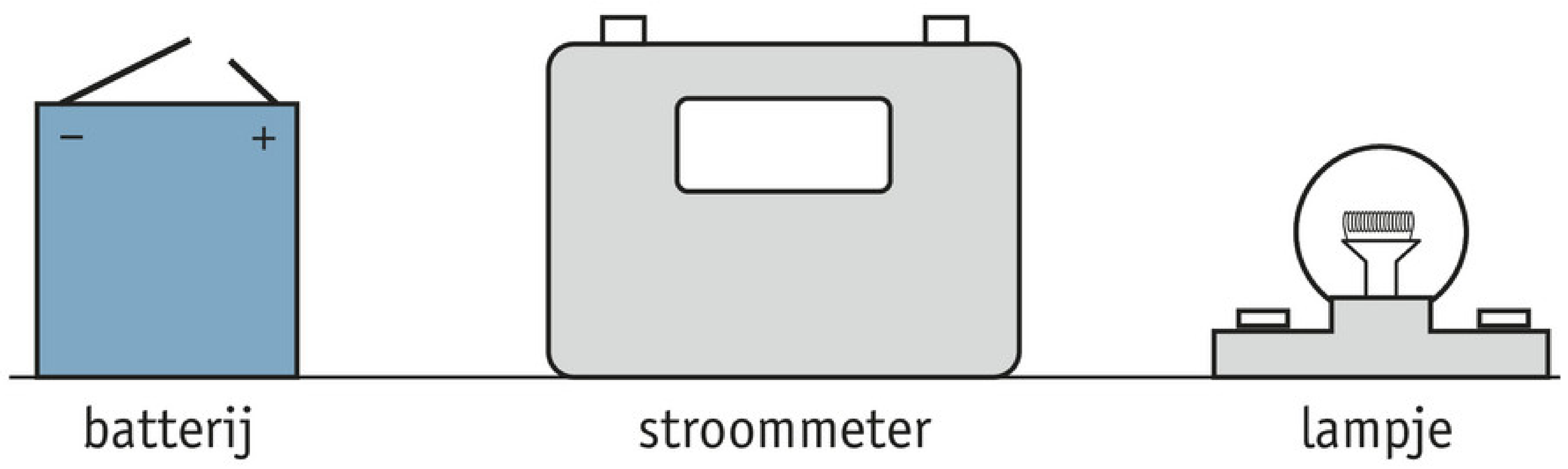
a Bepaal de hoeveelheid lading die de eerste 1000 s door de lamp is gestroomd.
b Bepaal de hoeveelheid lading die de laatste 500 s door de lamp is gestroomd.
c Bepaal de gemiddelde stroomsterkte in mA in de laatste 1500 s.

+13 Oplaadbare batterijen

Op een oplaadbare batterij staat, behalve de spanning die de batterij levert, vaak ook de zogenoemde ‘capaciteit’ vermeld. Met de capaciteit wordt het product bedoeld van de stroomsterkte die van de batterij gevraagd wordt en de tijdsduur waarin de batterij deze stroom kan leveren.
Een oplaadbare batterij heeft een capaciteit van 2,0 Ah. Dat wil zeggen dat een ‘volle’ batterij gedurende 10 uur een stroomsterkte van 0,20 A kan leveren of gedurende 5 uur een stroomsterkte van 0,40 A, enzovoort. Na het afgeven van deze 2,0 Ah is de batterij leeg.
De batterij wordt geplaatst in een zaklamp en is na 1,5 uur gebruiken leeg.

a Bereken de geleverde stroomsterkte gedurende het gebruik.
b Bereken hoeveel elektronen er in 1,5 uur door het lampje gaan.

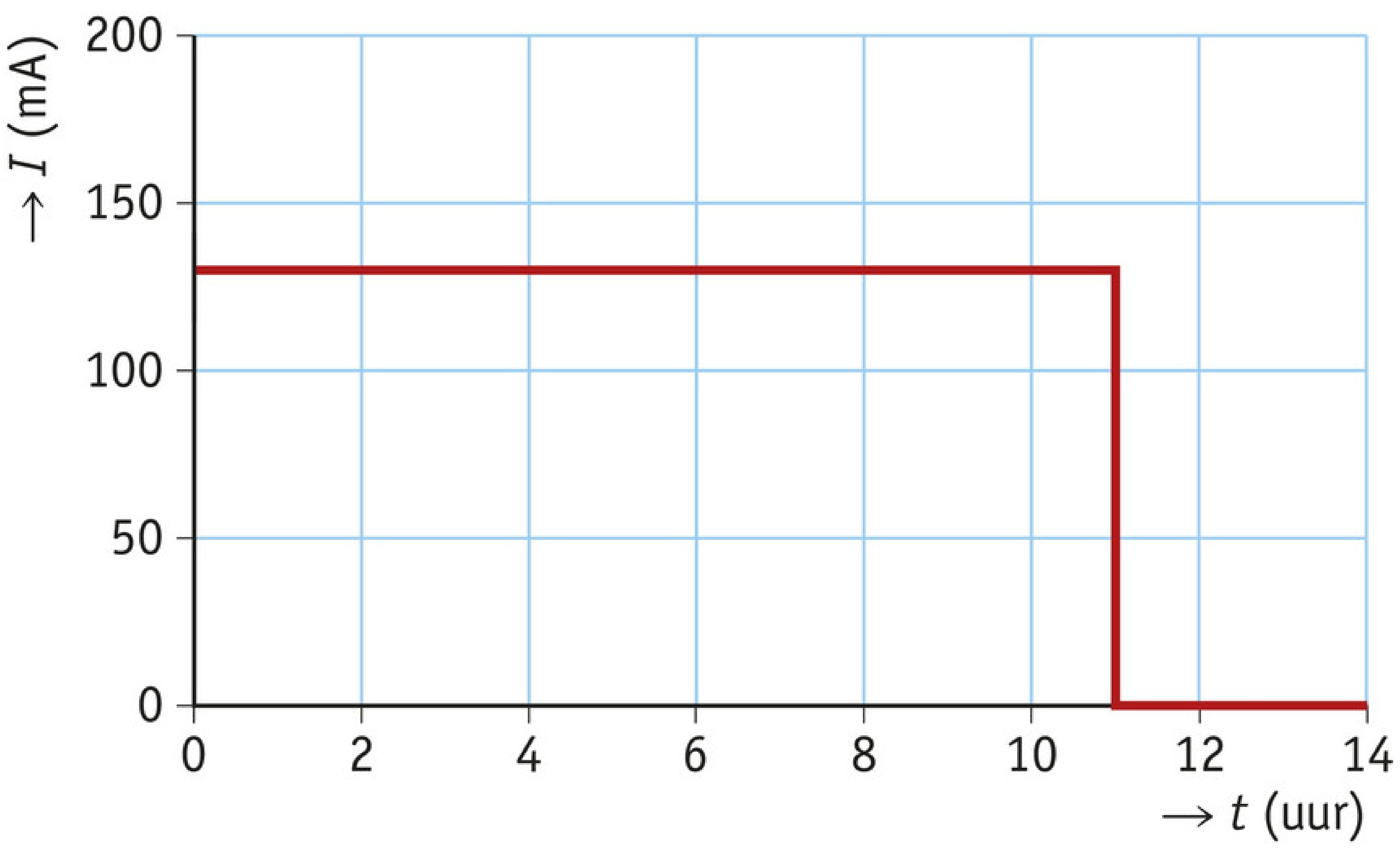
Er zijn ook oplaadbare batterijen waarop geen capaciteit is vermeld. Herman wil de capaciteit van zo'n batterij bepalen. Hij bouwt daarvoor een schakeling met een volle batterij, een stroommeter en een lampje (figuur 18).



▲ **figuur 18** batterij, stroommeter en lampje

c Neem figuur 18 in elektrotechnische symbolen over en teken alle noodzakelijke verbindingsdraden.

In figuur 19 zie je hoelang de batterij de gevraagde stroomsterkte kan leveren.



▲ **figuur 19** het (I,t)-diagram van een batterij

d Bepaal de capaciteit van deze batterij.

e Herman onderzoekt met een model (figuur 20) het aantal elektronen dat tijdens het branden van het lampje door de schakeling stroomt. Het model is nog niet af.

modelregels	startwaarden en constanten

`t = t + dt`
`dQ = I*dt`
`Q = Q + dQ`
`aantal = ...`
`als t > 39600 dan stop eindals`
	`t = 0`
	`dt = 1,0`
	`I = 0,130`
	`e = 1,60*10^–19`

▲ **figuur 20** het model van Herman

Vul het model op het stippellijntje aan, zodat het model het aantal elektronen dat door de schakeling stroomt zal berekenen.

f Door het toevoegen van de laatste modelregel in figuur 20 stopt het model als de batterij leeg is.
Leg de laatste modelregel uit met behulp van figuur 19.

3 Weerstand

In deze paragraaf leer je:
- de formule en de wet van Ohm toepassen;
- rekenen met weerstand;
- rekenen met geleidbaarheid.

Een draad of een apparaat laat elektrische stroom gemakkelijk of minder gemakkelijk door. Dit hangt af van de eigenschappen van het apparaat of de draad. Meestal zijn stroomdraden gemaakt van koper, met daaromheen een omhulsel van kunststof. Het koper laat stroom gemakkelijk door, maar de kunststof laat geen stroom door. Kunststof is een isolator.

De grootheid weerstand

Een voorwerp waar een stroom doorheen gaat, noem je een **elektrische component**. Dat kan een stuk draad zijn, een lamp, een diode, een transistor, enzovoort. De stroomsterkte is niet alleen afhankelijk van de spanning. De bewegende geladen deeltjes, de elektronen, worden bij verplaatsing in de vaste stof min of meer gehinderd door de bouw van de stof, eventuele verontreinigingen in de stof en de beweging van de atomen ten gevolge van de temperatuur van de stof.
De grootheid **weerstand** geeft aan hoeveel hinder de stroom ondervindt. Stoffen met grote weerstand noem je **isolatoren**; stoffen met kleine weerstand heten **geleiders**. Weerstand wordt aangeduid met het symbool R. Die letter komt van het Engelse woord voor weerstand: *resistance*.
De weerstand is de spanning die nodig is om een stroom van één ampère door de component te laten lopen. Daarmee is het verband tussen spanning U, stroomsterkte I en weerstand R vastgelegd:

$$R = \frac{U}{I}$$

Hierin is:
- R de weerstand in volt per ampère (V A^{-1}); deze eenheid wordt ohm (Ω) genoemd;
- U de spanning in volt (V);
- I de stroomsterkte in ampère (A).

Dit verband wordt de **formule van Ohm** genoemd. Je kunt de formule van Ohm ook schrijven als $U = I \cdot R$.

Voorbeeldopgave 4

Een lamp brandt op een spanning van 230 V. De stroomsterkte door de lamp is 35 mA. Bereken de weerstand van de lamp bij een spanning van 230 V.

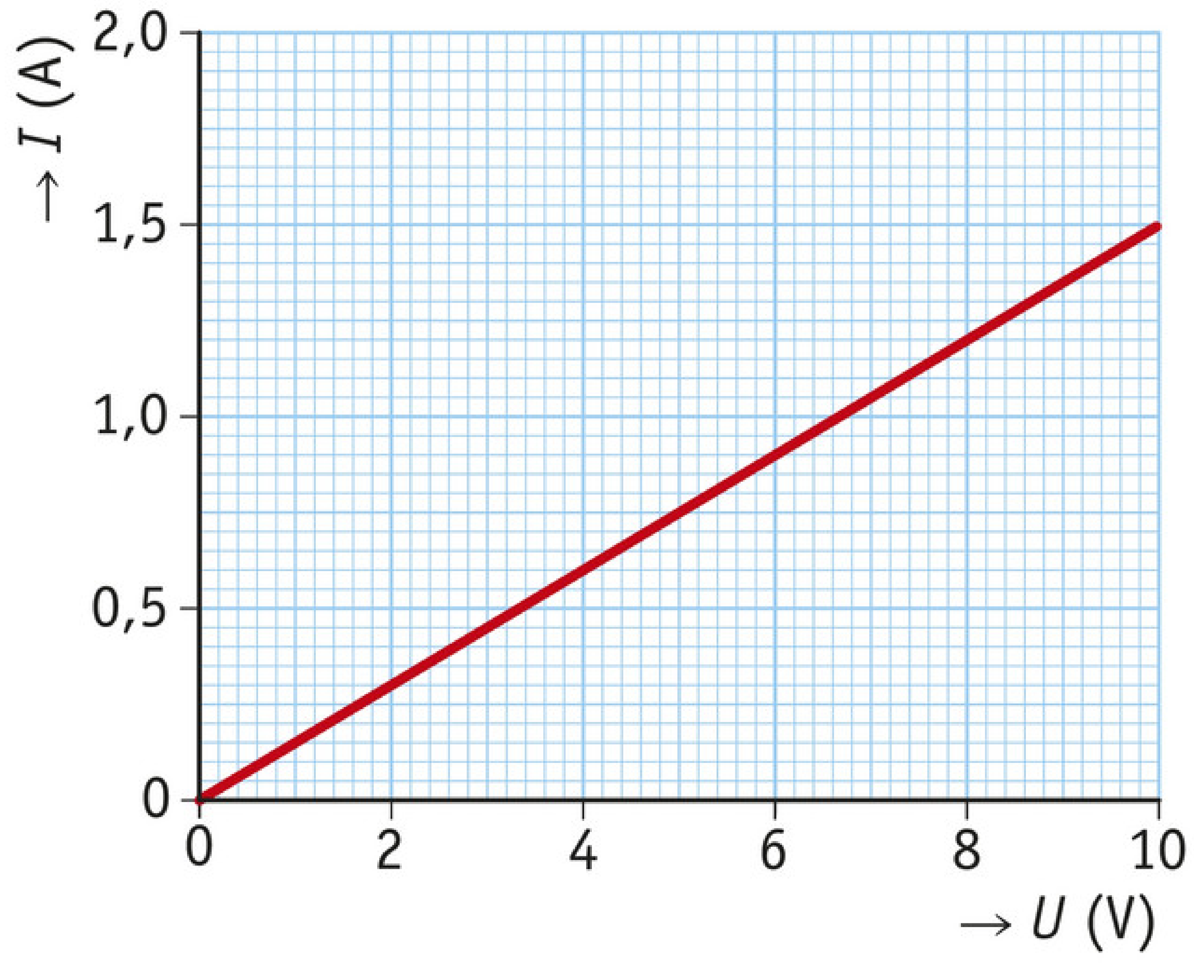
Uitwerking
Gegevens:
$U = 230$ V
$I = 35$ mA $= 0{,}035$ A

Formule: $R = \frac{U}{I}$

$$R = \frac{U}{I} = \frac{230}{0{,}035} = 6{,}6 \cdot 10^3\ \Omega$$

Wet van Ohm

Als je de spanning over een component verandert, zal (meestal) ook de stroomsterkte veranderen. Het verband tussen spanning en stroomsterkte kan zichtbaar worden gemaakt in een (I, U)-diagram (figuur 21).



▲ **figuur 21** het (I,U)-diagram van een stuk constantaandraad

In figuur 21 zie je een rechte lijn door de oorsprong. Dat betekent dat spanning en stroomsterkte recht evenredig zijn met elkaar. Recht evenredigheid betekent dat:

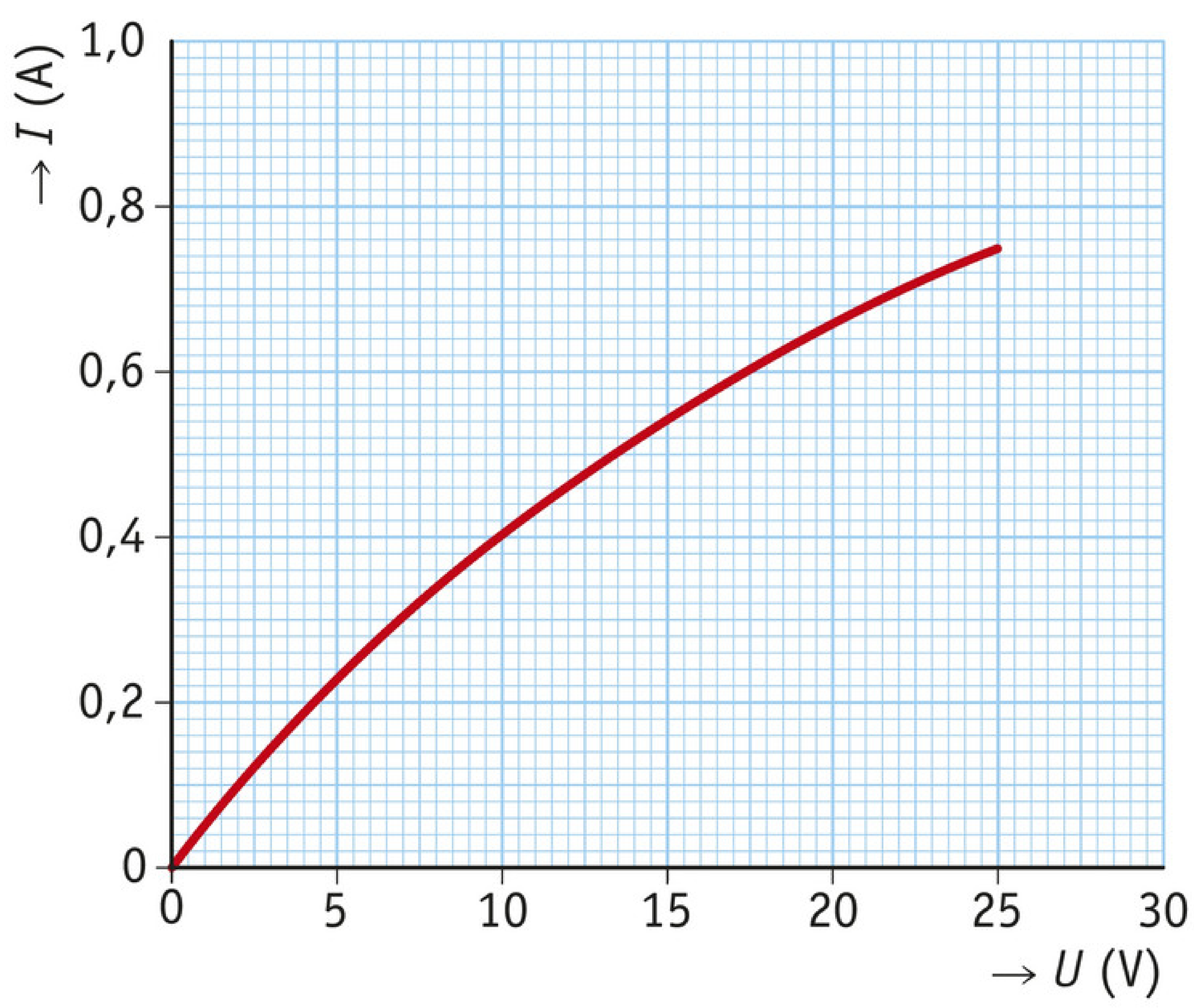
- de grafiek een rechte lijn door de oorsprong is;
- als de ene grootheid $n\times$ zo groot wordt, de andere grootheid ook $n\times$ zo groot wordt;
- als je beide grootheden op elkaar deelt, er steeds dezelfde waarde uit komt.

Een diagram dat bij een bepaald soort component hoort, wordt een **karakteristiek** genoemd. Figuur 21 is dus de (I, U)-karakteristiek van een constantaandraad.
Een component waarbij de spanning recht evenredig is met de stroomsterkte, wordt een **ohmse weerstand** genoemd. De helling of steilheid van de grafiek blijft gelijk, dus de weerstand is

constant. Als je de formule van Ohm toepast, is de uitkomst bij elke spanning gelijk:

$R = \dfrac{U}{I}$ heeft steeds dezelfde uitkomst.

Als dat het geval is, noem je de formule van Ohm: de **wet van Ohm**.
Bij een stuk ijzerdraad ziet het verband tussen spanning en stroomsterkte eruit zoals in figuur 22. Je ziet dat de helling of steilheid van de grafiek nu niet constant is. De weerstand verandert bij toenemende spanning. Dit is dus geen ohmse weerstand.



▲ **figuur 22** het (I,U)-diagram van een stuk ijzerdraad

Voorbeeldopgave 5

Gebruik figuur 22.

a Bepaal de weerstand bij 10 V, 20 V en 25 V.
b Waaruit blijkt dat je niet met een ohmse weerstand te maken hebt?
c Bepaal de grootte van de weerstand bij 0 V.

Uitwerking

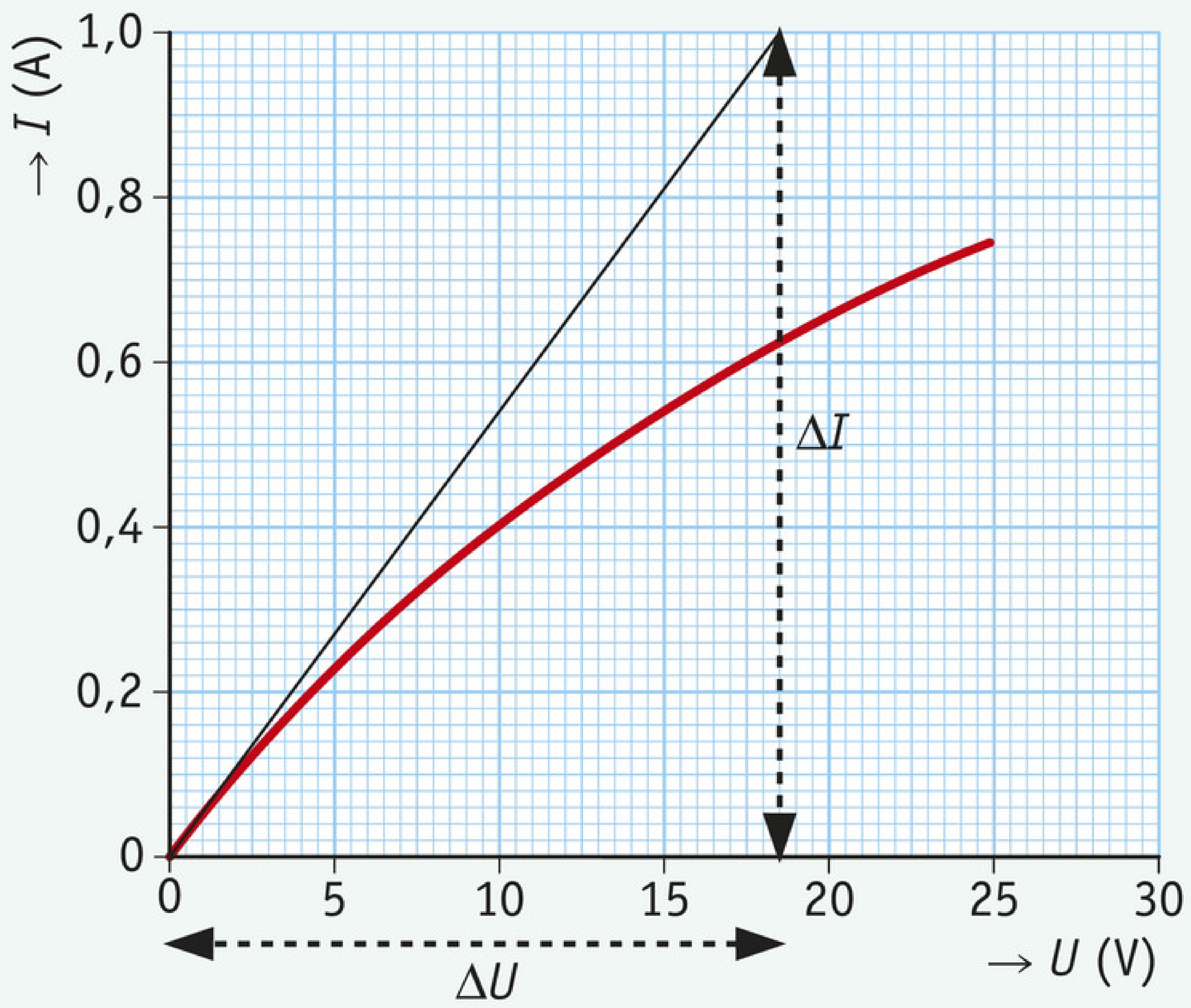
a Bij 10 V: $R_{10\text{ V}} = \dfrac{U}{I} = \dfrac{10}{0{,}40} = 25\ \Omega$

Bij 20 V: $R_{20\text{ V}} = \dfrac{U}{I} = \dfrac{20}{0{,}66} = 30\ \Omega$

Bij 25 V: $R_{25\text{ V}} = \dfrac{U}{I} = \dfrac{25}{0{,}75} = 33\ \Omega$

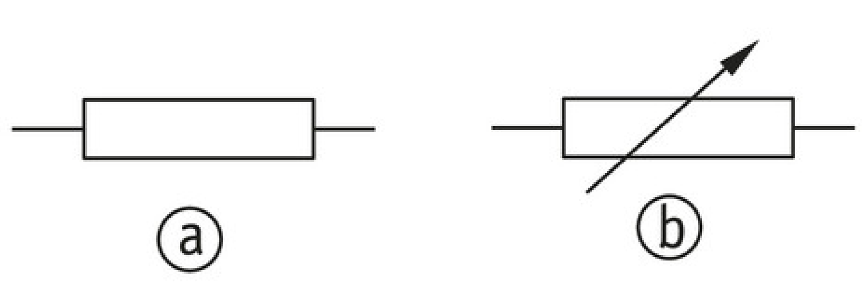
b Bij toenemende spanning (en stroomsterkte) neemt de weerstand toe. Daarom kan het geen ohmse weerstand zijn. Je ziet het ook aan de grafiek. Het is geen rechte lijn door de oorsprong.

c Als je $R = \dfrac{U}{I}$ invult voor de spanning 0 V, krijg je $\dfrac{0}{0}$, en dat kan niet. Je moet dan heel dicht bij 0 kijken. Dat is lastig. Je kunt dit oplossen door te kijken naar de helling of steilheid van de raaklijn bij $U = 0$ V (figuur 23). Dan geldt: $R = \dfrac{\Delta U}{\Delta I} = \dfrac{18{,}5}{1{,}0} = 19\ \Omega$ (denk aan significantie).



▲ **figuur 23** bepaling van de weerstand bij $U = 0$ V

In een schema van een elektrische schakeling wordt een weerstand met een elektrotechnisch symbool weergegeven (figuur 24a). Als het een instelbare weerstand is, dus variabel, is het symbool zoals in figuur 24b weergegeven.



▲ **figuur 24** symbolen voor weerstand (a) en variabele weerstand (b)

Geleidbaarheid

In plaats van te kijken naar de weerstand, ofwel de mate waarin de stroom wordt gehinderd, kun je ook kijken naar de mate waarin de stroom wordt doorgelaten. Dan spreek je over de **geleidbaarheid *G***. Geleidbaarheid is dus het omgekeerde van weerstand:

$$G = \frac{1}{R}$$

Hierin is:
- G de geleidbaarheid in $\frac{1}{\Omega}$;
- R de weerstand in ohm (Ω).

De eenheid van geleidbaarheid is $\frac{1}{\Omega} = \Omega^{-1}$ en wordt siemens (S) genoemd.

Nu kun je $U = I \cdot R$ ook schrijven als:

$$U = \frac{I}{G}$$

Hierin is:
- U de spanning in volt (V);
- I de stroomsterkte in ampère (A);
- G de geleidbaarheid in siemens (S).

▶ **EXPERIMENT 1** De (I,U)-karakteristiek van een weerstand en een gloeilampje

Onthoud!

- Weerstand R is een grootheid die aangeeft in welke mate de stroom wordt gehinderd.
- De grootte van de weerstand bereken je met de *formule* van Ohm: $R = \frac{U}{I}$
- De eenheid van weerstand is Ω (ohm), waarbij $1\ \Omega = \frac{1\ \text{V}}{1\ \text{A}}$
- Een weerstand heet ohms als het verband tussen U en I recht evenredig is. Bij een ohmse weerstand is $\frac{U}{I} = R =$ constant. Dit is de *wet* van Ohm.
- Geleidbaarheid G is de grootheid die aangeeft in welke mate de stroom wordt doorgelaten: $G = \frac{1}{R}$

  De eenheid van G is S (siemens).

Opdrachten

14 Weerstand

Beantwoord de volgende vragen.

a Wat is het verschil tussen een ohmse en een niet-ohmse weerstand?

b Geef de formule van Ohm. Geef ook aan in welke eenheden de grootheden in deze formule moeten worden uitgedrukt.

c Leg het verschil uit tussen de formule van Ohm en de wet van Ohm.

d Wat is de eenheid van geleidbaarheid G?

15 Geleidbaarheid
Bereken de geleidbaarheid van de lamp uit voorbeeldopgave 4 bij 230 V.

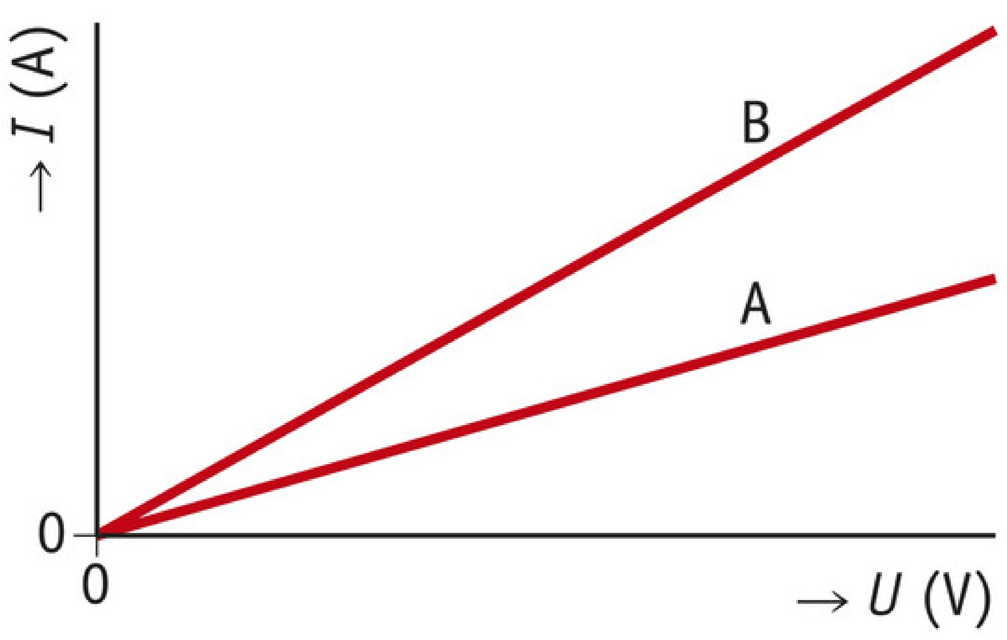
16 Ohmse weerstand [1]
Door een ohmse weerstand loopt bij een spanning van 12 V een stroomsterkte van 0,84 A. Bereken de spanning die nodig is om een stroomsterkte van 1,5 A door de weerstand te laten lopen.

17 Lampje
Een lampje heeft bij een stroomsterkte van 300 mA een geleidbaarheid G = 0,083 S. Bereken de spanning die over het lampje staat.

18 Schakeling
Emiel sluit een weerstand aan op een spanningsbron van 4,5 V. Hij meet de spanning over de weerstand en de stroomsterkte door de weerstand. De stroomsterkte blijkt 1,2 A te zijn.

a Teken het schema van deze schakeling.
b Bereken de geleidbaarheid van deze weerstand.

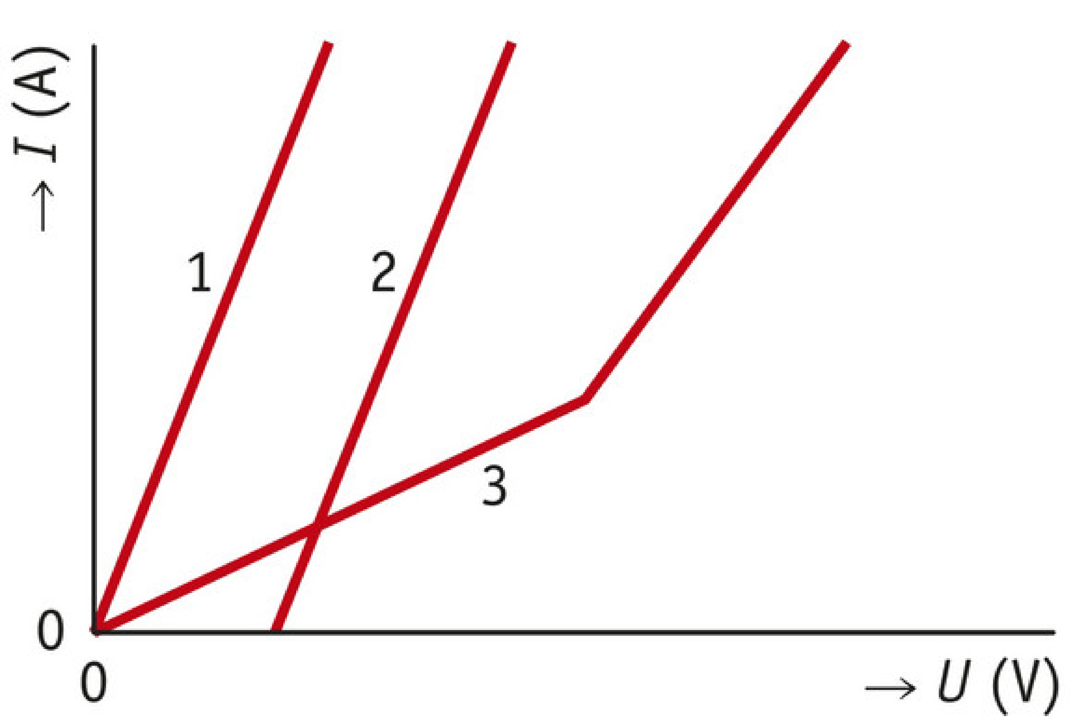
19 Ohmse weerstand [2]
Van twee ohmse weerstanden is in figuur 25 het (I,U)-diagram afgebeeld.



▲ **figuur 25** het (I,U)-diagram van twee ohmse weerstanden

a Leg uit welke component, A of B, de grootste weerstand heeft.
b Schets in een diagram het verband tussen weerstand en spanning, het (R,U)-diagram, van beide componenten.
c Schets in een diagram het verband tussen geleidbaarheid en spanning, het (G,U)-diagram, van beide componenten.

20 (I,U)-grafieken
In het diagram van figuur 26 zijn van drie elektrische componenten de (I,U)-grafieken geschetst.



▲ **figuur 26** het (I,U)-diagram van drie componenten

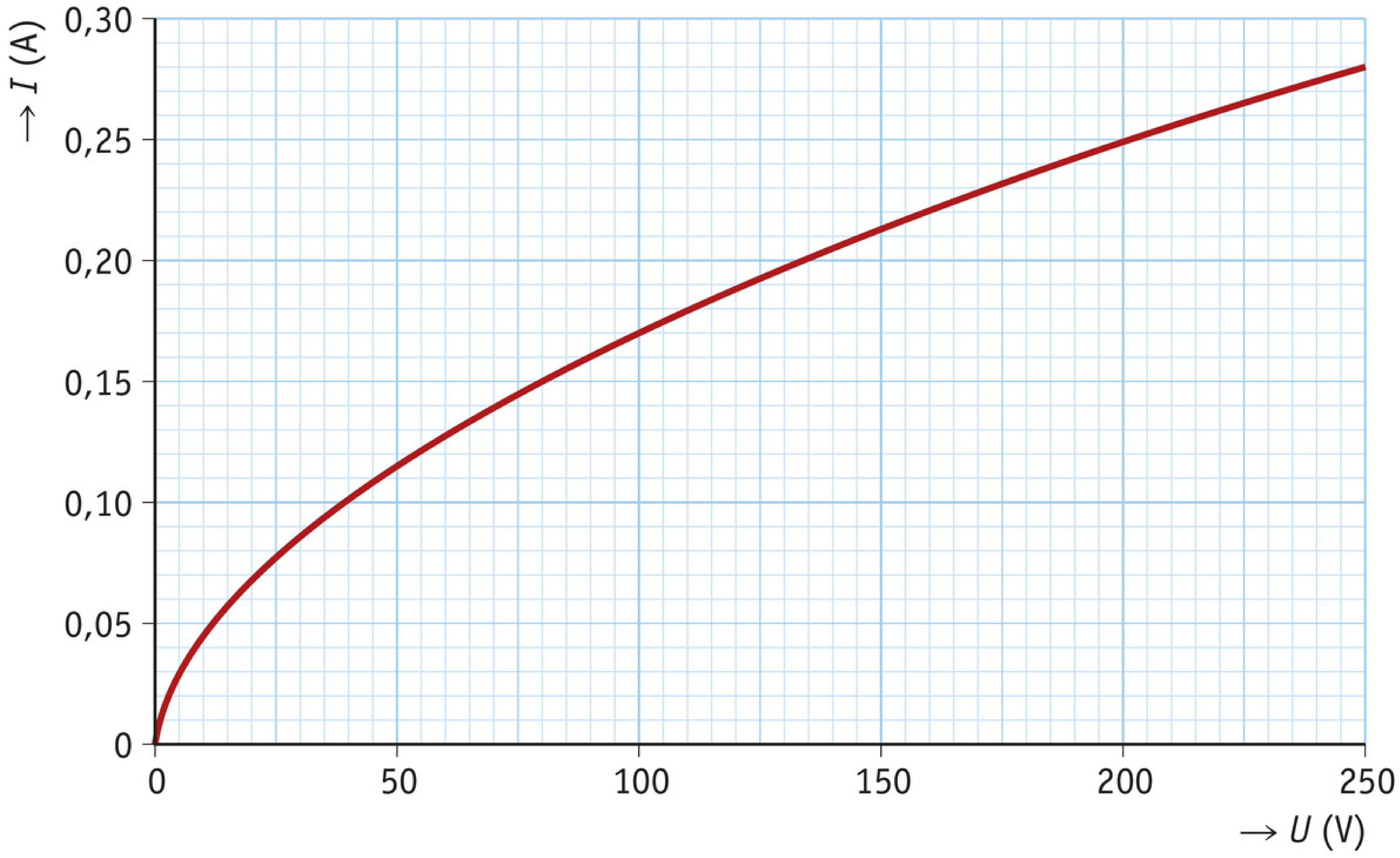
Leg uit welke van deze drie componenten ohmse weerstanden zijn.

21 Gloeidraad

Gilles wil tijdens een practicum bij kamertemperatuur de weerstand van een gloeidraad bepalen. Hiertoe maakt hij een schakeling die bestaat uit een spanningsbron, een stroommeter, een spanningsmeter en de gloeidraad.

a Teken het schakelschema dat nodig is om de grootte van de weerstand te bepalen.

In figuur 27 is de (I,U)-karakteristiek van de gloeidraad getekend.



▲ **figuur 27** het (I,U)-diagram van de gloeidraad

b Vul in *kleiner*, *gelijk* of *groter*.
De weerstand van de gloeidraad wordt … als de spanning over de gloeidraad toeneemt.

c Bepaal de weerstand van de gloeidraad wanneer de spanning over de gloeidraad 230 V bedraagt.

Gilles wil de weerstand van de gloeidraad bij kamertemperatuur bepalen.

d Waarom kan Gilles dit beter bij een spanning van 0 V doen dan bij een spanning van bijvoorbeeld 10 V? Licht je antwoord toe.

e Bepaal met behulp van figuur 27 de weerstand van de gloeidraad bij kamertemperatuur.

22 Levensgevaarlijk

Een kleine elektrische stroom door je lichaam leidt tot spiersamentrekking. Toenemende stroomsterkte leidt achtereenvolgens tot pijn, bewusteloosheid, hartproblemen en zelfs de dood. Daarbij zijn ook de tijdsduur van de stroom en de weg van de stroom door je lichaam van belang.
Als je huid vochtig is, kan de totale weerstand die de stroom bij doorgang door jouw lichaam ondervindt kleiner zijn dan 1,0 kΩ. Bij een stroomstoot van 100 mA die door je hartstreek loopt en die langer duurt dan een paar seconden, kun je bewusteloos raken. Bereken vanaf welke spanning je dan ten gevolge van een stroomsterkte van 100 mA bewusteloos kunt raken (ga ervan uit dat de weerstand van je lichaam 1,0 kΩ is).

4 De weerstand van een draad

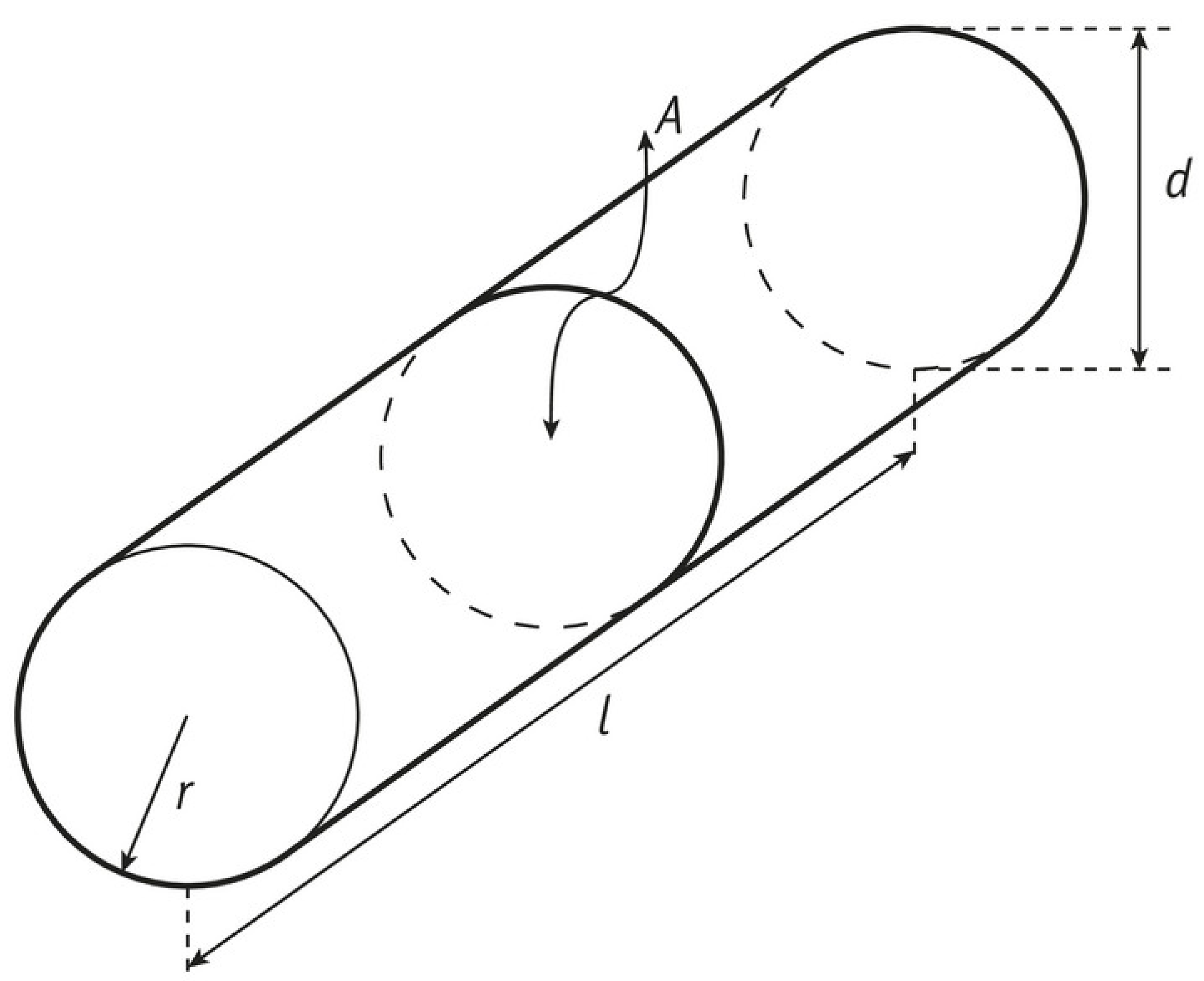
In deze paragraaf leer je:
- de definitie van soortelijke weerstand kennen;
- van welke factoren de weerstand van een draad afhangt.

In de vorige paragraaf heb je gelezen dat weerstand de mate is waarin stroomsterkte wordt gehinderd. Hoe groter de waarde van de weerstand is, des te groter is deze hinder. De grootte van de weerstand wordt door verschillende factoren bepaald.

Weerstand van een metaaldraad

De weerstand van een metaaldraad hangt van drie grootheden af: de lengte van de draad, de doorsnede van de draad en het materiaal waarvan de draad is gemaakt. De temperatuur van de draad heeft ook invloed op de waarde van de weerstand; dit wordt in de volgende paragraaf besproken.
Als de **lengte *l*** van de draad groter wordt, neemt de weerstand toe. De draad geleidt de stroom moeilijker. Dit kun je vergelijken met een lang rietje waardoor je frisdrank probeert te drinken. Hoe langer het rietje, hoe moeilijker het gaat. Bij een draad geldt dus dat de weerstand recht evenredig is met de lengte.
De weerstand van de draad is ook afhankelijk van de **doorsnede *A*** van de draad. Hoe dikker de draad, hoe gemakkelijker de draad de stroom geleidt en des te kleiner de weerstand. Dit kun je vergelijken met een dik rietje, of met meerdere rietjes waardoor je frisdrank drinkt: dat gaat gemakkelijker. De doorsnede is de oppervlakte waar je tegenaan kijkt als je de draad doorsnijdt. Doordat een draad de vorm van een cilinder heeft, is de doorsnede ervan meestal de oppervlakte van een cirkel. De doorsnede van een draad kun je berekenen als je de straal r of de diameter d van een draad weet: $A = \pi \cdot r^2$ (Binas tabel 36) of $A = \frac{1}{4} \cdot \pi \cdot d^2$. De doorsnede wordt uitgedrukt in vierkante meter. De diameter van een draad is de dikte van de draad. De diameter van de draad druk je net als de straal uit in meter. Let er dus op dat je bij het maken van opdrachten de doorsnede A niet verwisselt met de diameter d.

In figuur 28 zijn alle genoemde grootheden weergegeven.



▲ **figuur 28** een cilinder met lengte (*l*), straal (*r*), dikte (*d*) en doorsnede (*A*)

De weerstand van een metaaldraad is omgekeerd evenredig met de doorsnede van de draad. Dit betekent dat een 2× zo grote doorsnede een 2× zo kleine weerstand geeft.

Voorbeeldopgave 6

Een koperdraad heeft een doorsnede van 20 mm^2.
Bereken de diameter van de draad.

Uitwerking
De oppervlakte van doorsnede A van de draad kun je berekenen met de formule $A = \pi \cdot r^2$.
Hierbij staat r voor de straal van de cirkelvormige doorsnede.

$$r^2 = \frac{A}{\pi} = \frac{20}{\pi} = 6{,}37 \rightarrow r = \sqrt{6{,}37} = 2{,}5 \text{ mm}$$

$$d = 2 \cdot r = 2 \times 2{,}5 = 5{,}0 \text{ mm}$$

Soortelijke weerstand

Het ene metaal laat de stroom gemakkelijker door dan het andere metaal. De mate waarin het ene metaal beter geleidt dan het andere, wordt bepaald door de **soortelijke weerstand** ρ.
De soortelijke weerstand van een draad is de weerstand van een draad met een lengte van één meter en een doorsnede van één vierkante meter. De soortelijke weerstand van veelgebruikte metalen kun je vinden in Binas tabel 8 en 9. De soortelijke weerstand is afhankelijk van de temperatuur. Je mag bij het maken van opdrachten de soortelijke weerstanden uit Binas gebruiken (die eigenlijk alleen bij 293 K gelden). Let bij het aflezen in Binas op dat je de soortelijke weerstand kiest en niet de dichtheid, en dat je met de juiste macht van 10 vermenigvuldigt. De juiste macht van 10 staat boven de kolom.
De weerstand van een draad wordt gegeven door:

$$R = \frac{\rho \cdot l}{A}$$

Hierin is:
- R de weerstand van de draad in ohm (Ω);
- ρ de soortelijke weerstand in ohm meter (Ω m);
- l de lengte van de draad in meter (m);
- A de doorsnede van de draad in vierkante meter (m^2).

$$[\rho] = \frac{[R]\cdot[A]}{[l]} = \frac{\Omega\cdot \text{m}^2}{\text{m}} = \Omega \text{ m}$$

Als je het moeilijk vindt om l, A en ρ uit te rekenen met deze formule, kun je de volgende formule onthouden: $\rho \cdot l = R \cdot A$

Voorbeeldopgave 7

Een zilverdraad met een dikte van 0,10 mm heeft een weerstand van 1,0 kΩ.
Bereken de lengte van de zilverdraad.

Uitwerking
Gegevens:
$\rho = 16\cdot10^{-9}$ Ω m (Binas tabel 8)
$R = 1{,}0$ kΩ $= 1{,}0\cdot10^3$ Ω
$d = 0{,}10$ mm $\rightarrow r = ½ \cdot d = ½ \times 0{,}10 = 0{,}050$ mm $= 5{,}0\cdot10^{-5}$ m

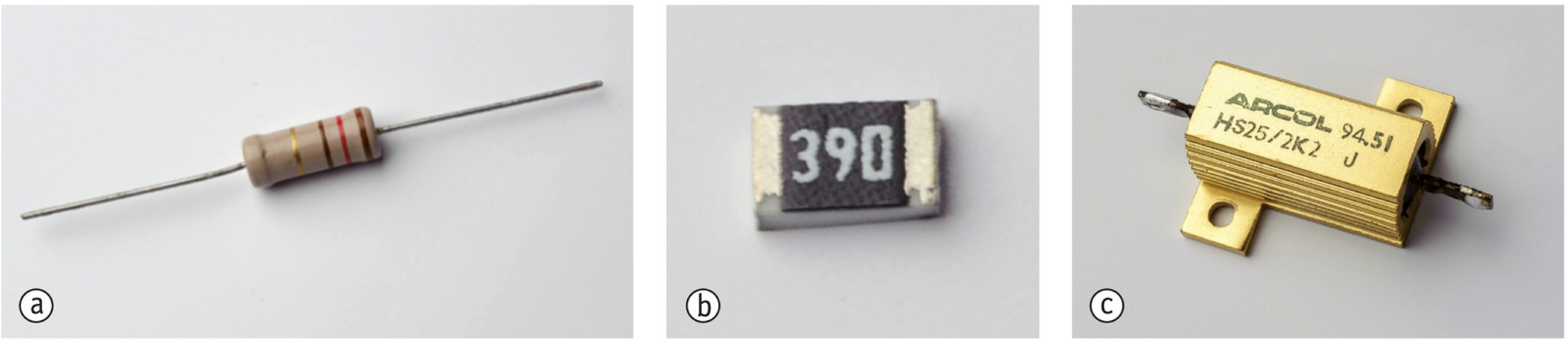
Formule: $A = \pi \cdot r^2$ en $R = \dfrac{\rho \cdot l}{A} \rightarrow l = \dfrac{R \cdot A}{\rho}$

$A = \pi \cdot r^2 = \pi \cdot (5{,}0 \cdot 10^{-5})^2 = 7{,}9 \cdot 10^{-9}\ \text{m}^2$

$l = \dfrac{1{,}0 \cdot 10^3 \times 7{,}9 \cdot 10^{-9}}{16 \cdot 10^{-9}} = 4{,}9 \cdot 10^2\ \text{m}$

Het woord weerstand

Het woord weerstand wordt in de natuurkunde op twee manieren gebruikt. In veel gevallen wordt met de weerstand de weerstandswaarde in ohm bedoeld, maar het woord weerstand wordt ook gebruikt om de elektrische component aan te duiden. In dit geval is een weerstand meestal een stukje metaaldraad waar een behuizing omheen zit. Een weerstand kun je in verschillende vormen krijgen. Een aantal vormen zie je in figuur 29.



▲ **figuur 29** verschillende soorten weerstanden: (a) draadweerstand; (b) *small mounted device* (SMD); (c) vermogensweerstand met koellichaam

Onthoud!

- De weerstand van een draad is afhankelijk van de lengte, de doorsnede en het soort metaal dat is gebruikt.
- Soortelijke weerstand is een maat voor de weerstand die een bepaald soort materiaal vormt voor de elektrische stroom.
- De weerstand van een draad is recht evenredig met de lengte en de soortelijke weerstand.
- De weerstand van een draad is omgekeerd evenredig met de doorsnede.
- De weerstand van een draad kun je uitrekenen met de formule $R = \dfrac{\rho \cdot l}{A}$

Opdrachten

23 Formule omschrijven
Herschrijf de formule van de weerstand van een draad in de volgende vormen.
a $l = \ldots$
b $A = \ldots$
c $\rho = \ldots$

24 Ontbrekende waarden
In tabel 2 is een aantal gegevens ingevuld.
Bereken de ontbrekende waarden. Schrijf de berekeningen op.

▼ **tabel 2** gegevens van een aantal draden

	weerstand van de draad	metaal	lengte l van de draad	doorsnede A van de draad	diameter d van de draad
a	10 Ω	koper	10 m	... m²	... mm
b	2,7 kΩ	platina	... m	2,0 mm²	... mm
c	350 Ω	constantaan	... m	... m²	40 μm
d	... Ω	nichroom	20 cm	0,018 m²	... m
e	... Ω	ijzer	6,0 km	... m²	8,0 cm
f	18 Ω	...	12 dm	... m²	0,043 mm

25 Draad
Beredeneer wat er met de weerstand en de geleidbaarheid van een draad gebeurt als deze:
a 2× zo lang wordt.
b 2× zo dik wordt.
c een 2× zo grote doorsnede krijgt.

26 Aansluitsnoer
Tijdens een practicum gebruik je aansluitsnoeren. De aansluitsnoeren zijn gemaakt van koperdraad met een dikte van 2,0 mm en een lengte van 65 cm.
a Bereken de weerstand van één aansluitsnoer.
b Leg uit waarom je de weerstand van een aansluitsnoer mag verwaarlozen.

27 Verlengsnoer
In een verlengsnoer van 30 m zitten twee koperen aders. Elke ader heeft een cirkelvormige doorsnede van 2,5 mm^2.
a Bereken de dikte van de koperdraad.
b Bereken de weerstand van beide aders.

Met het verlengsnoer wordt een straalkachel van 26 Ω op het stopcontact aangesloten (U = 230 V).
c Teken het elektrisch schakelschema.
d Leg uit of je de weerstand van het verlengsnoer mag verwaarlozen.
e Je kunt de weerstand van het verlengsnoer verkleinen door een metaal met een andere soortelijke weerstand te kiezen.
Leg uit of de soortelijke weerstand van het metaal dan groter of kleiner moet zijn.

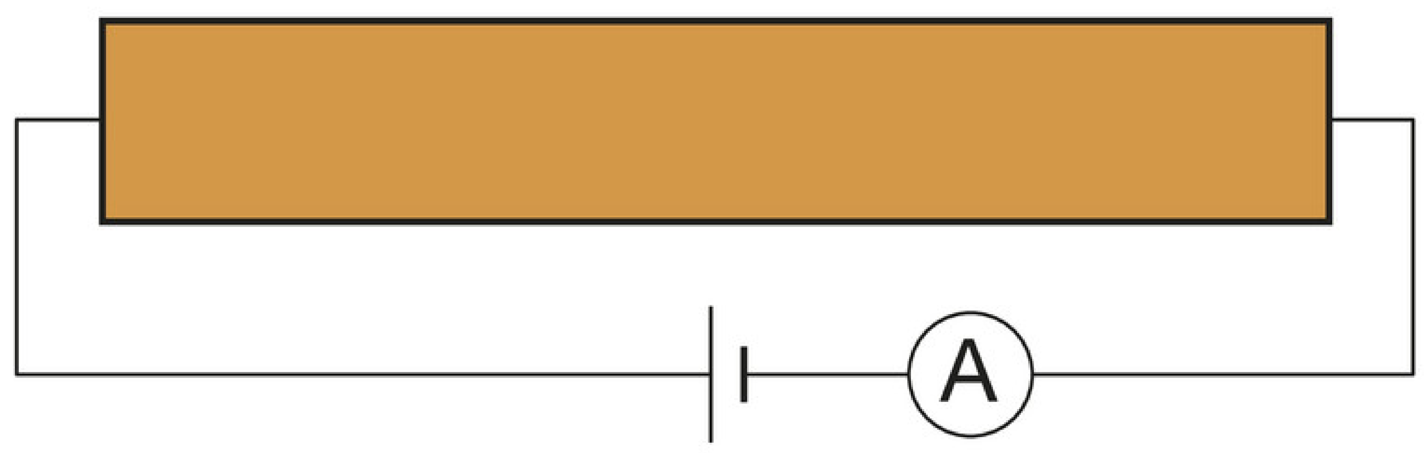
28 Constantaandraad
Constantaan wordt gebruikt in apparaten waarbij weerstandswaarden zo constant mogelijk moeten zijn.
Een constantaandraad van 10 m (R = 17 Ω) is verbonden met de polen van een batterij van 12 V.
a Bereken de stroomsterkte door de draad.

De constantaandraad wordt in de lengte gehalveerd. Een van beide draden wordt nu opnieuw verbonden met de batterij van 12 V.
b Bereken de stroomsterkte door de draad.
c Welk verband is er tussen de stroomsterkte door de draad en de lengte van de draad?

De twee gehalveerde draden worden dubbel genomen. Hierdoor wordt de totale oppervlakte waar de stroom doorheen gaat verdubbeld. De lengte neemt dus niet toe. Ook deze dubbele draad wordt aangesloten op de polen van de batterij van 12 V.

d Bereken de stroomsterkte door de constantaandraad.
e Welk verband is er tussen de stroomsterkte door de draad en de doorsnede?
f Welk verband is er tussen de stroomsterkte door de draad en de dikte?

29 Koperen strip
Een platte koperen strip met een dikte van 0,10 mm wordt verbonden met een spanningsbron en een stroommeter. De strip is in figuur 30 op ware grootte afgebeeld. Daarin is ook te zien hoe de spanningsbron is verbonden met de strip.



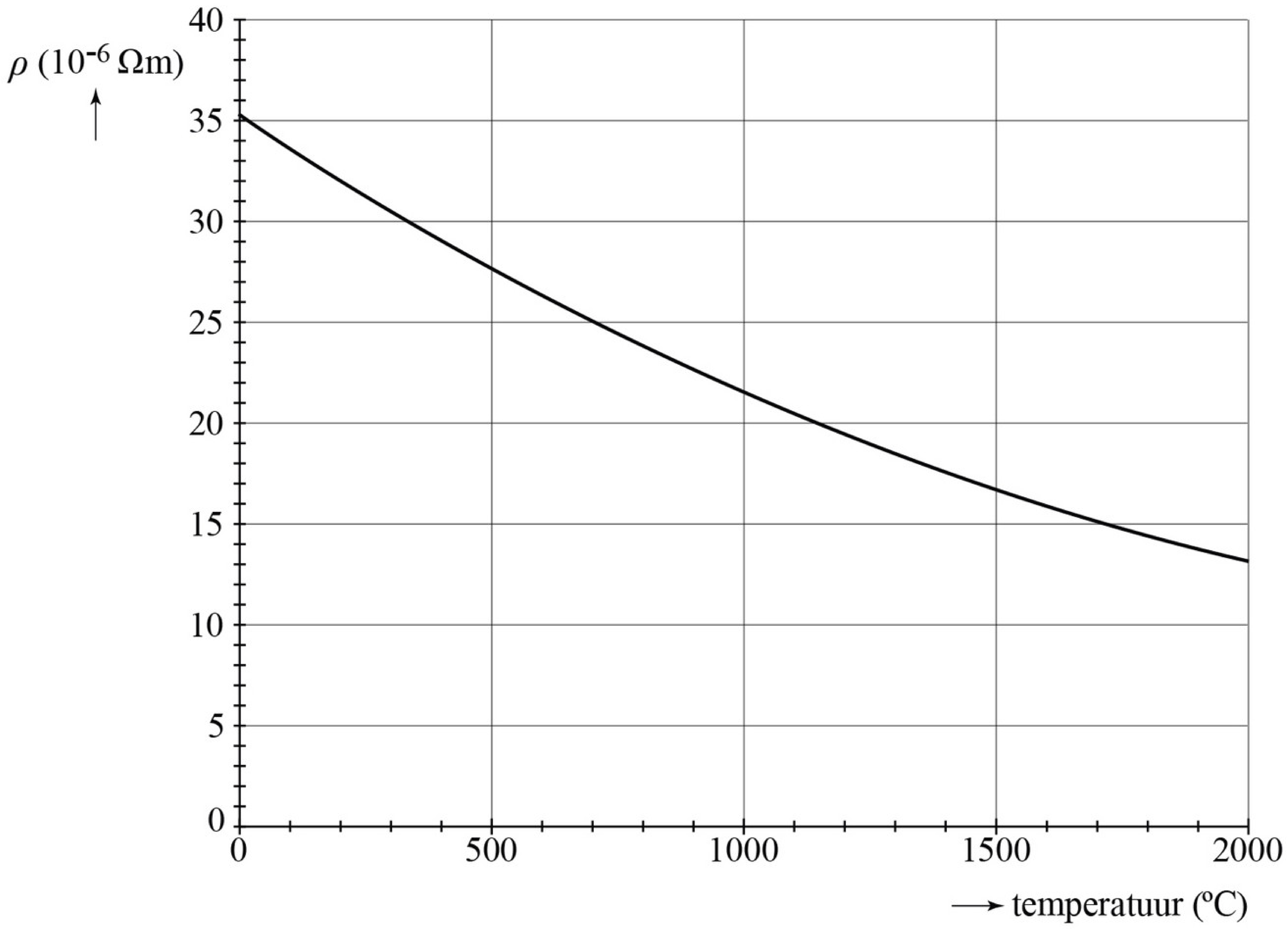
▲ **figuur 30** een koperen strip verbonden met een stroommeter en een spanningsbron

a Bepaal de grootte van de contactoppervlakte van de strip.
b Bepaal de weerstand van de strip.
c De stroommeter geeft 10 mA aan.
Bepaal de spanning van de spanningsbron.
d Als de strip uitrekt, wordt de weerstand van de koperen strip groter.
Geef hiervoor twee redenen.

30 Veiligheidsschoenen
Een elektricien draagt tijdens zijn werk speciale veiligheidsschoenen. Deze schoenen hebben een 5,5 mm dikke rubberen zool.

a Bereken de weerstand van een zool als deze 2,2 dm^2 groot is.
b Een stroomsterkte door het lichaam groter dan enkele tientallen mA kan fatale gevolgen hebben.
Laat zien dat de veiligheidsschoenen voldoende bescherming bieden als over de elektricien een spanning van 230 V komt te staan.

+31 Gloeidraad
Een gloeidraad is gemaakt van koolstof. De draad heeft een lengte van 14 cm en een dikte van 0,030 mm. In figuur 31 is aangegeven hoe de soortelijke weerstand van koolstof afhangt van de temperatuur. Bij een spanning van 230 V loopt door de draad een stroomsterkte van 75 mA.
Bepaal met behulp van de figuur de temperatuur van de gloeidraad.
bron: examen 2010-II



▲ **figuur 31** het (ρ,T)-diagram van koolstof

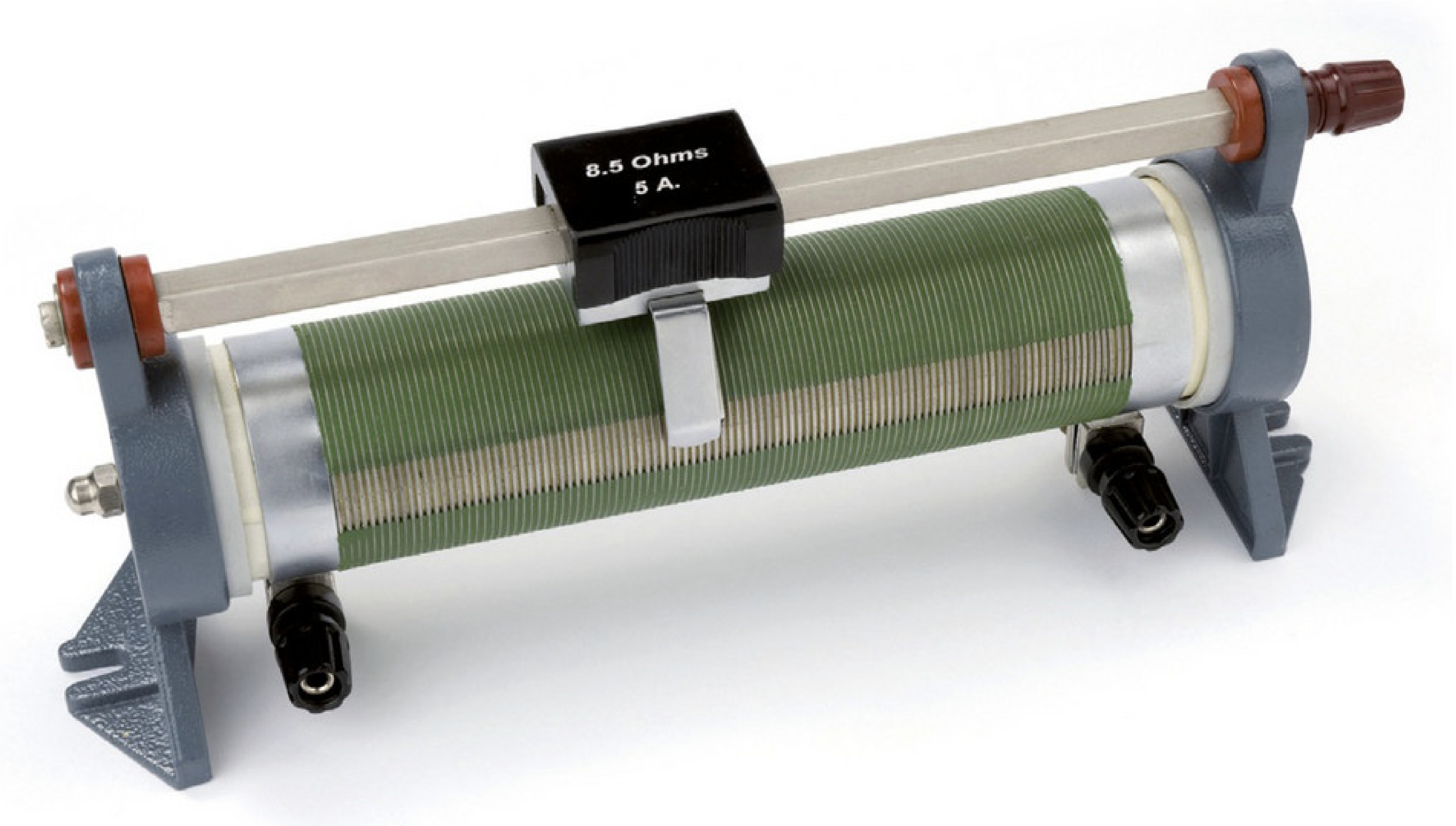
+32 Schuifweerstand

Een schuifweerstand is een combinatie van een draad met een bekende lengte en een verplaatsbaar contact (figuur 32). De draad is opgerold. Het verplaatsbare contact kan over de lengte van de draad worden versleept. Door het verplaatsen van het contact verandert ook de weerstand tussen het contact en een van beide uiteinden.

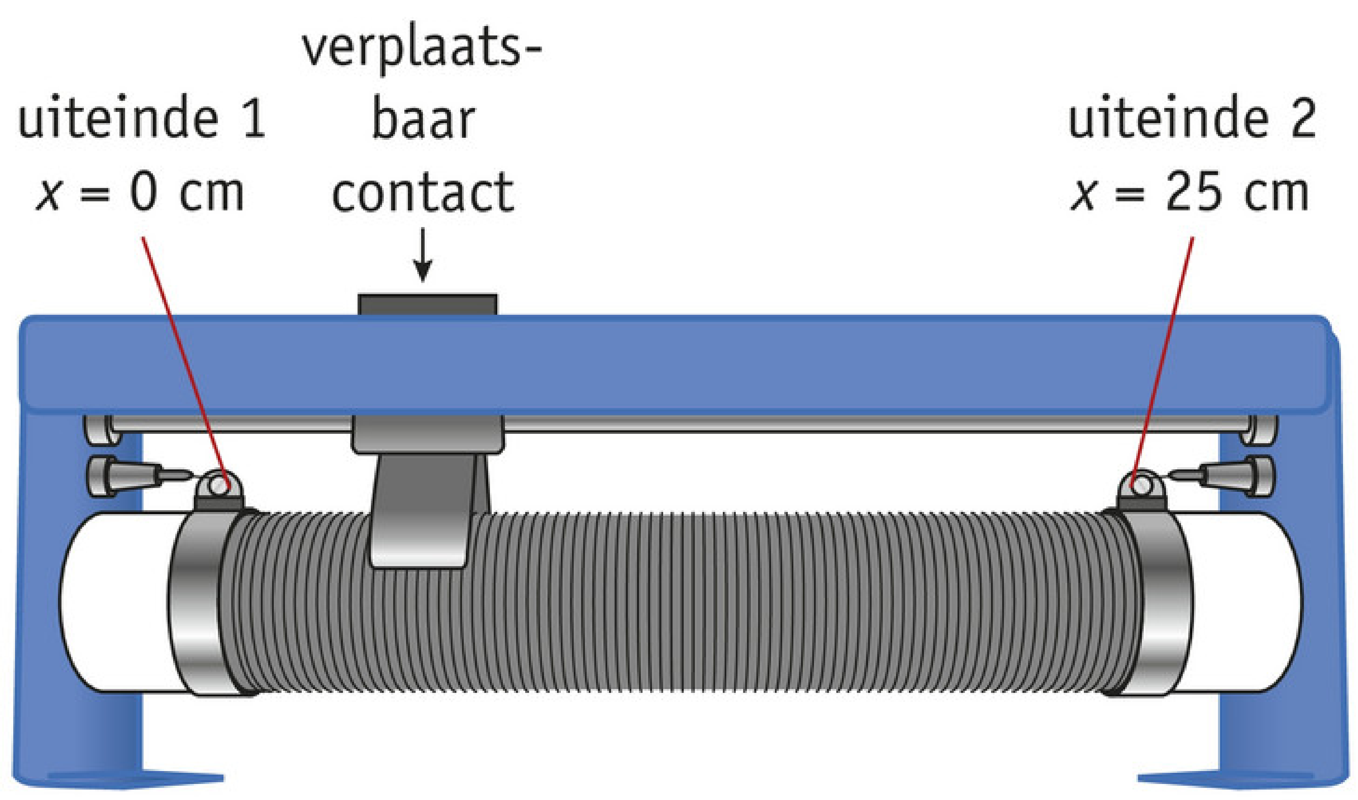
Figuur 33 is een schematische weergave van de schuifweerstand. De positie van de schuif wordt aangegeven met x. Als het contact helemaal naar links staat (x = 0 cm), is de weerstand tussen uiteinde 1 en het contact 0 Ω en tussen uiteinde 2 en het contact 100 Ω. De lengte waarover kan worden geschoven, is 25 cm.

a Bereken de weerstand tussen uiteinde 1 en het contact als de schuif op x = 1,0 cm staat.

b Bereken op welke afstanden de schuif kan staan om een weerstand van 1,0 Ω te krijgen.



▲ **figuur 32** een schuifweerstand



▲ **figuur 33** schematische weergave van een schuifweerstand

5 Speciale weerstanden

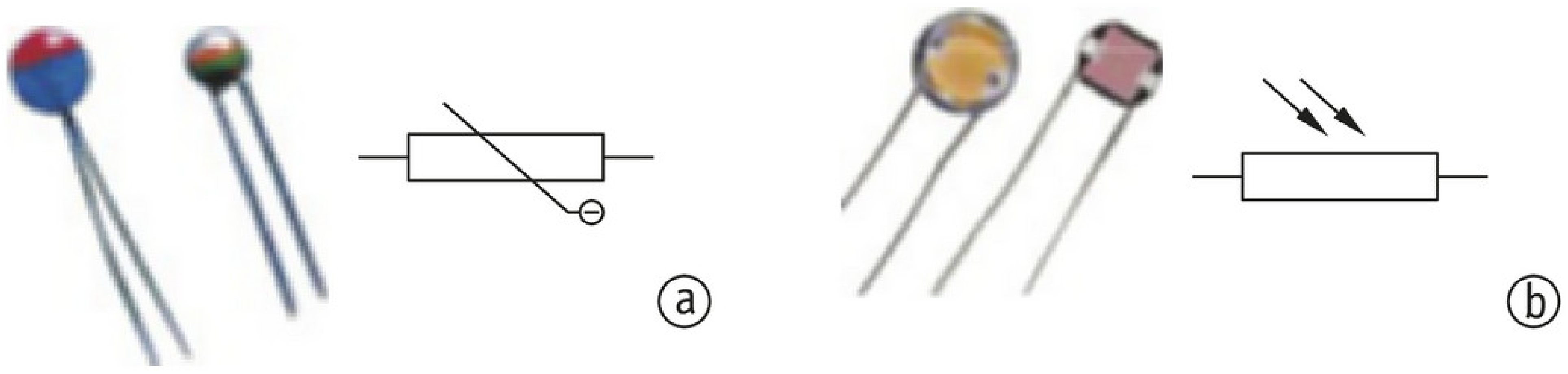
In deze paragraaf leer je:
- de eigenschappen van een PTC, NTC, LDR en een diode kennen;
- de componenten PTC, NTC, LDR en diode toe te passen.

Ohmse weerstanden hebben een constante weerstandswaarde. In paragraaf 3 heb je kennisgemaakt met niet-ohmse weerstanden, waarbij de weerstand verandert bij toenemende spanning. Er zijn ook speciale weerstanden die afhankelijk zijn van temperatuur en licht.

PTC, NTC en LDR

Geleiders waarvan de weerstandswaarde constant is, worden ohmse weerstanden genoemd. Voor die weerstanden geldt de wet van Ohm. Voorbeelden van ohmse weerstanden zijn draadstukken van manganien en constantaan. Dat zijn mengsels (ook alliages of legeringen genoemd) van verschillende metalen. In Binas tabel 9 zie je de samenstelling van die alliages.

In paragraaf 3 zag je al dat het (I, U)-diagram van ohmse weerstanden een rechte lijn door de oorsprong is: I en U zijn recht evenredig. In het (I, U)-diagram van een gloeidraad is de grafiek geen rechte lijn. De weerstand wordt groter naarmate de stroomsterkte en daardoor ook de temperatuur toeneemt. Dat komt doordat de weerstand van het materiaal waarvan de gloeidraad is gemaakt, bij temperatuurstijging groter wordt. Dat geldt voor de meeste metalen. Vanwege deze temperatuurafhankelijkheid worden deze materialen ook wel **PTC's** genoemd: materialen met een **p**ositieve **t**emperatuur**c**oëfficiënt. Ze zijn heel geschikt als temperatuurbeveiliging in elektrische apparaten.
Er zijn ook weerstanden waarvan de grootte van de weerstand juist afneemt als de temperatuur stijgt. Deze weerstanden worden **NTC's** (**n**egatieve **t**emperatuur**c**oëfficiënt) genoemd (figuur 34a). Ze zijn heel geschikt om te dienen als elektrische thermometer.
Bij andere weerstanden neemt de weerstand juist af naarmate er meer licht op valt. Deze zogenoemde **LDR's** (*light dependent resistor*, lichtgevoelige weerstand) worden als lichtsensoren toegepast (figuur 34b). LDR's zijn gemaakt van halfgeleiders: stoffen die qua elektrische geleiding het midden houden tussen een geleider en een isolator. Als er weinig of geen licht op een LDR valt, is de weerstand hoog.

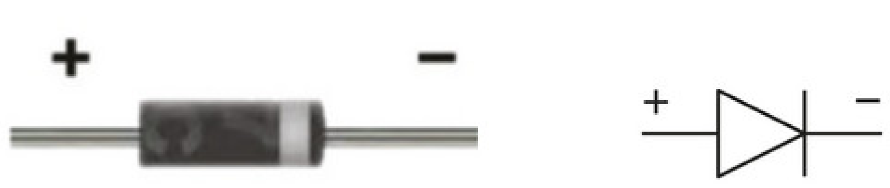


▲ **figuur 34** NTC (a) en LDR (b) en hun symbolen

▶ **EXPERIMENT 2** Temperatuurbepaling met een NTC

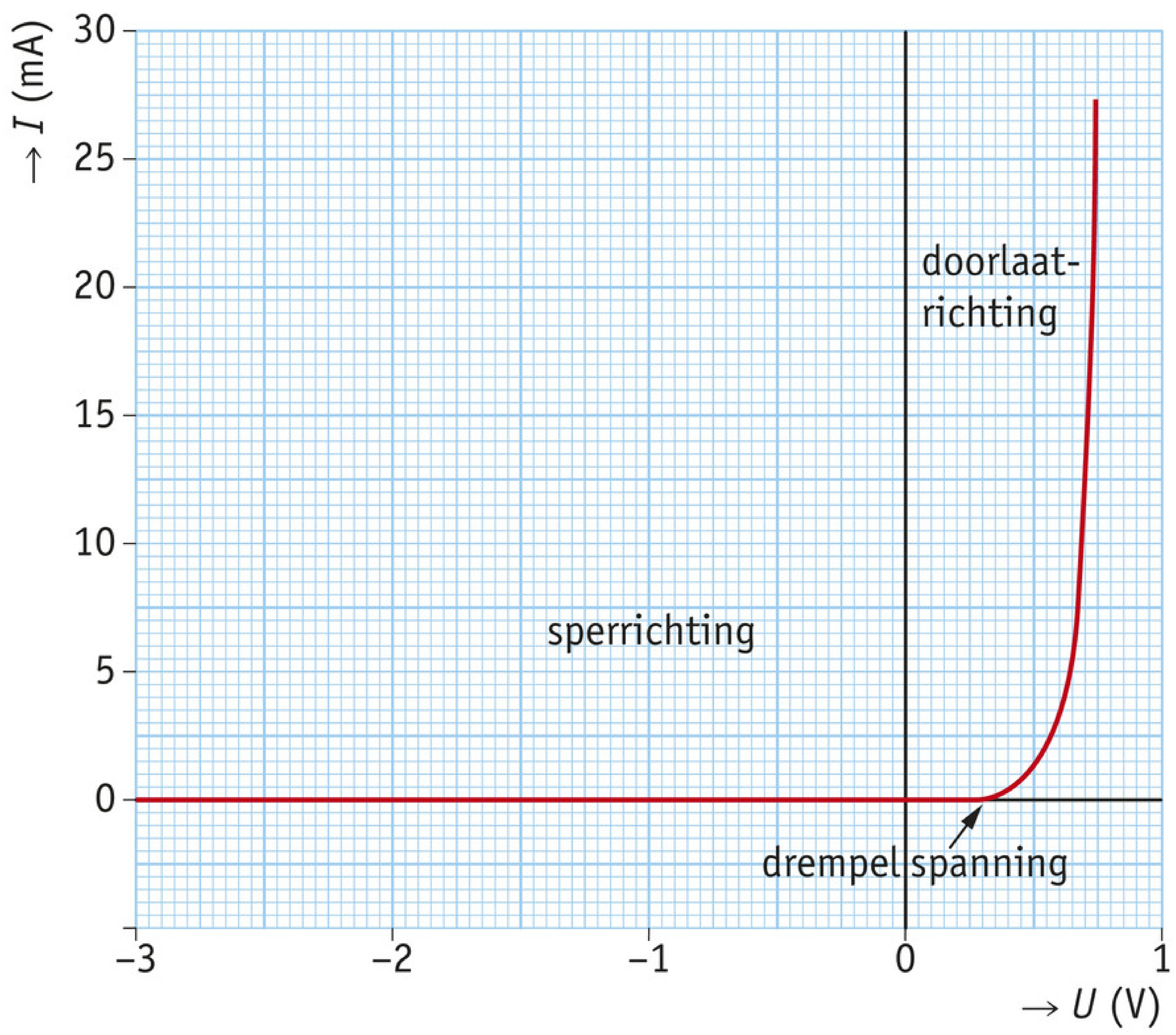
De diode

Een bijzondere weerstand is de **diode** (figuur 35). Deze component laat stroom maar in één richting door: de **doorlaatrichting**. In tegengestelde richting kan geen stroom door de diode lopen: dat is de **sperrichting**.



▲ **figuur 35** diode en het symbool van een diode

Het (I,U)-diagram van de diode ziet eruit als in figuur 36. Alleen als de linkerzijde van de diode in figuur 35 op de positieve pool en de rechterzijde op de negatieve pool van de spanningsbron wordt aangesloten, kan er vanaf een (kleine) spanning, de zogenaamde **drempelspanning**, een stroom door de diode lopen. Dat wordt de doorlaatrichting genoemd. Sluit je de diode omgekeerd op de spanningsbron aan (de negatieve spanning in het diagram van figuur 36), dan loopt er geen stroom: de sperrichting.

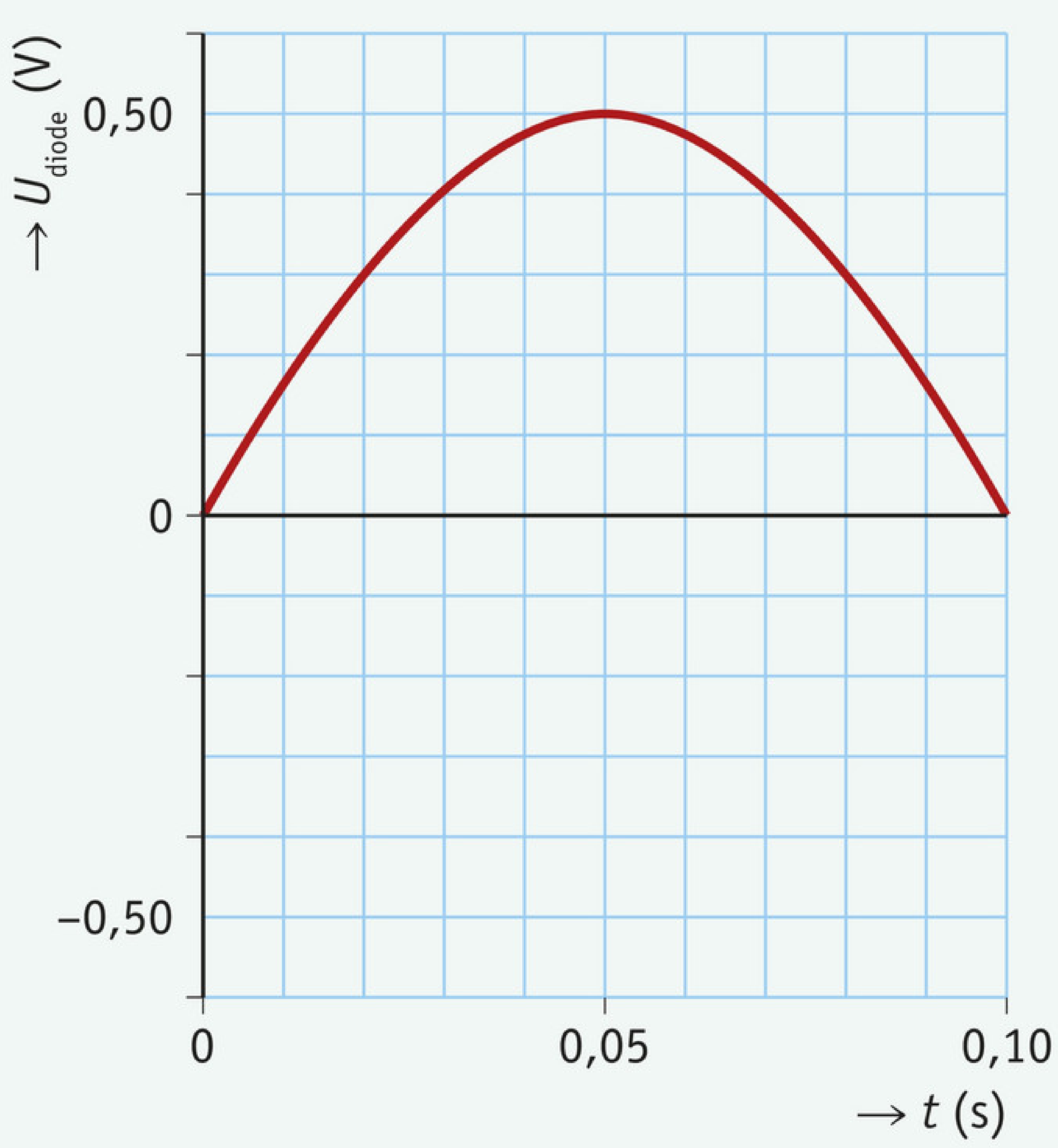


▲ **figuur 36** de (I,U)-karakteristiek van een diode

Voorbeeldopgave 8

De diode van figuur 36 wordt aangesloten op een regelbare spanningsbron. De spanning wordt gevarieerd. De spanning over de diode als functie van de tijd is weergegeven in figuur 37.

a Bepaal met behulp van figuur 36 de spanning waarbij de diode stroom doorlaat.
b Bepaal met behulp van figuur 37 de tijdsduur waarin de diode stroom doorlaat.

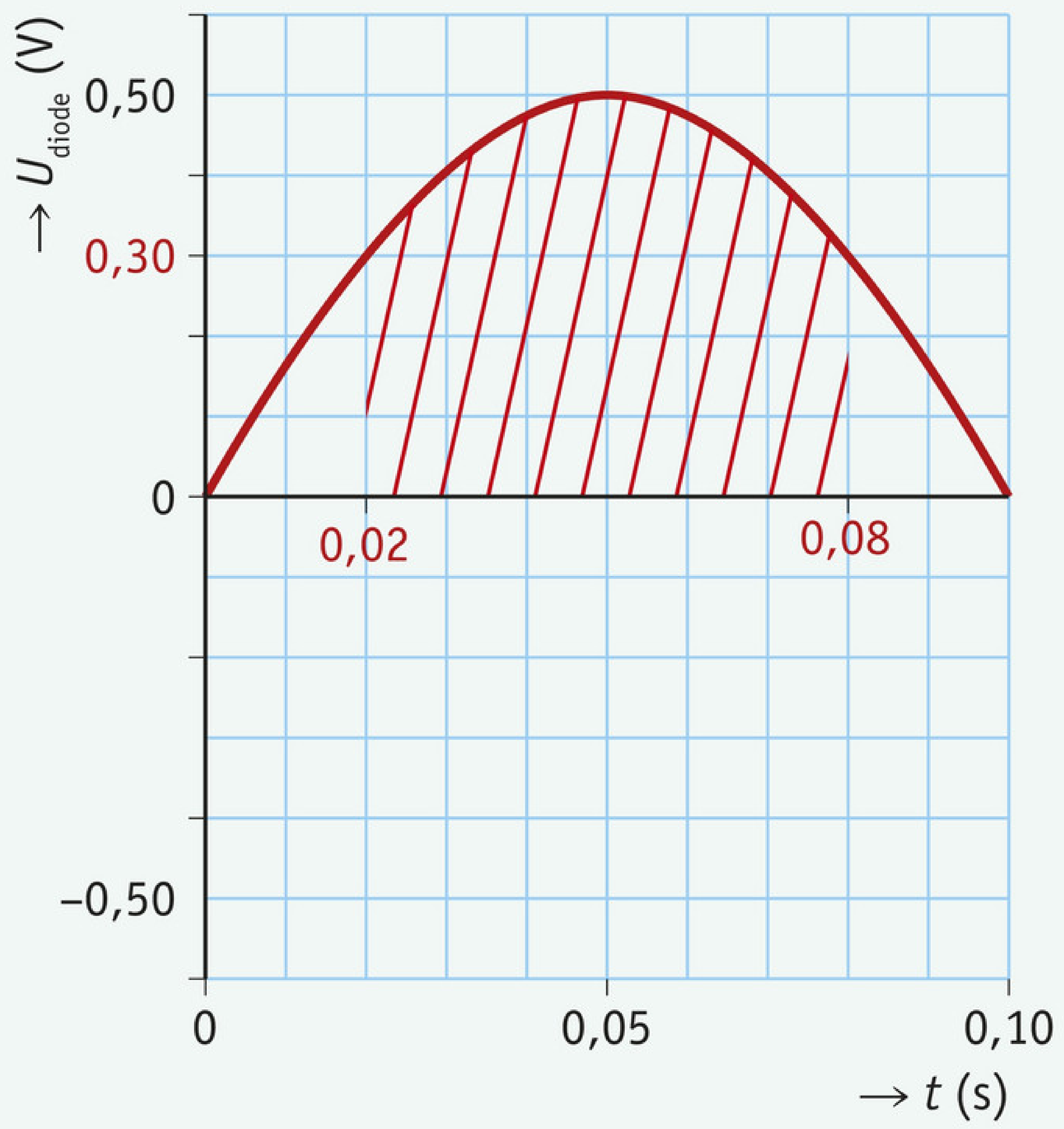


▲ **figuur 37** het (U,t)-diagram van de diode

Uitwerking

a De diode laat pas stroom door als de spanning groter is dan de drempelspanning. De drempelspanning in figuur 36 is 0,30 V.

b De diode laat de stroom door als de spanning over de diode groter is dan 0,30 V. Dit is tussen 0,02 s en 0,08 s (figuur 38). De tijdsduur waarin de diode stroom doorlaat, is 0,08 – 0,02 = 0,06 s.



▲ **figuur 38** bepaling van de tijdsduur bij U_{diode} > 0,30 V

De led

Sommige dioden zenden zichtbaar licht uit als de stroom er in de doorlaatrichting doorheen wordt gestuurd. Dit type diode wordt **led** genoemd (*light emitting diode*; figuur 39). Deze dioden worden onder meer gebruikt als stand-bylampjes op televisies of computers.
Leds worden steeds meer als verlichting toegepast, bijvoorbeeld bij verkeerslichten, in autoverlichting (de ‘kraaltjeskoplampen’), maar ook bij verlichting in huis. Ledverlichting is duurder dan andere verlichting, maar gaat langer mee en er is minder warmteverlies dan bij andere soorten verlichting, zoals spaarlampen.



▲ **figuur 39** led en het symbool van een led

Onthoud!

- Bij ohmse weerstanden is de weerstandswaarde constant en dus niet temperatuurafhankelijk.
- Bij niet-ohmse weerstanden is de weerstandswaarde temperatuurafhankelijk: bij temperatuurstijging wordt de weerstand groter (PTC’s) of kleiner (NTC’s).
- Met halfgeleidermaterialen kun je lichtgevoelige weerstanden maken: LDR’s. Naarmate er meer licht op valt, wordt de weerstand kleiner.
- Dioden zijn elektrische componenten die de stroom maar in één richting doorlaten.
- Leds zijn dioden die licht uitzenden.

Opdrachten

33 Specifieke weerstanden

Beantwoord de volgende vragen.

a Wat is een led?

b Welke bijzondere eigenschap heeft een diode?

c Wat is het verschil tussen een PTC- en een NTC-weerstand?

34 NTC-weerstand

Bij een NTC-weerstand neemt de grootte van de weerstand af als de temperatuur stijgt.

a Schets het (I,U)-diagram van een NTC-weerstand.

b Licht toe hoe je uit jouw diagram kunt afleiden dat de weerstand afneemt als de temperatuur stijgt.

35 LDR

Een LDR die op een batterij van 4,5 V is aangesloten, heeft onbelicht een weerstand van 8,0 MΩ. De weerstandswaarde neemt af tot 100 Ω als er zonlicht op valt.

a Teken een schakelschema van deze situatie (gebruik Binas tabel 17B).

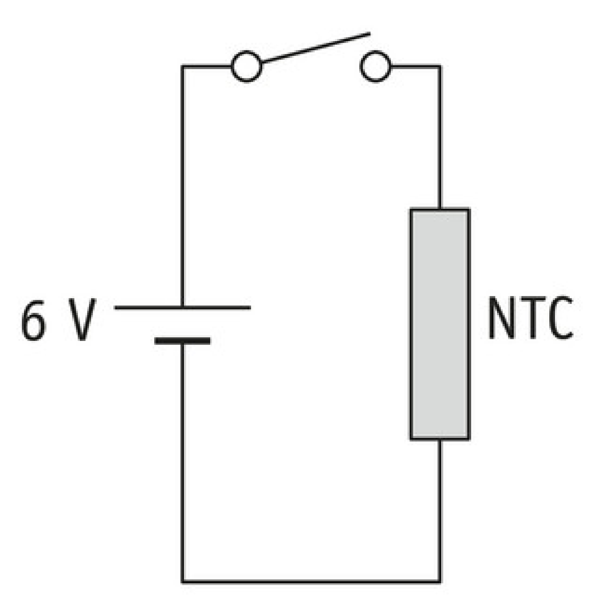
b Bereken de minimale en maximale stroomsterkte die door de LDR kan gaan.

36 Elektrische thermometer

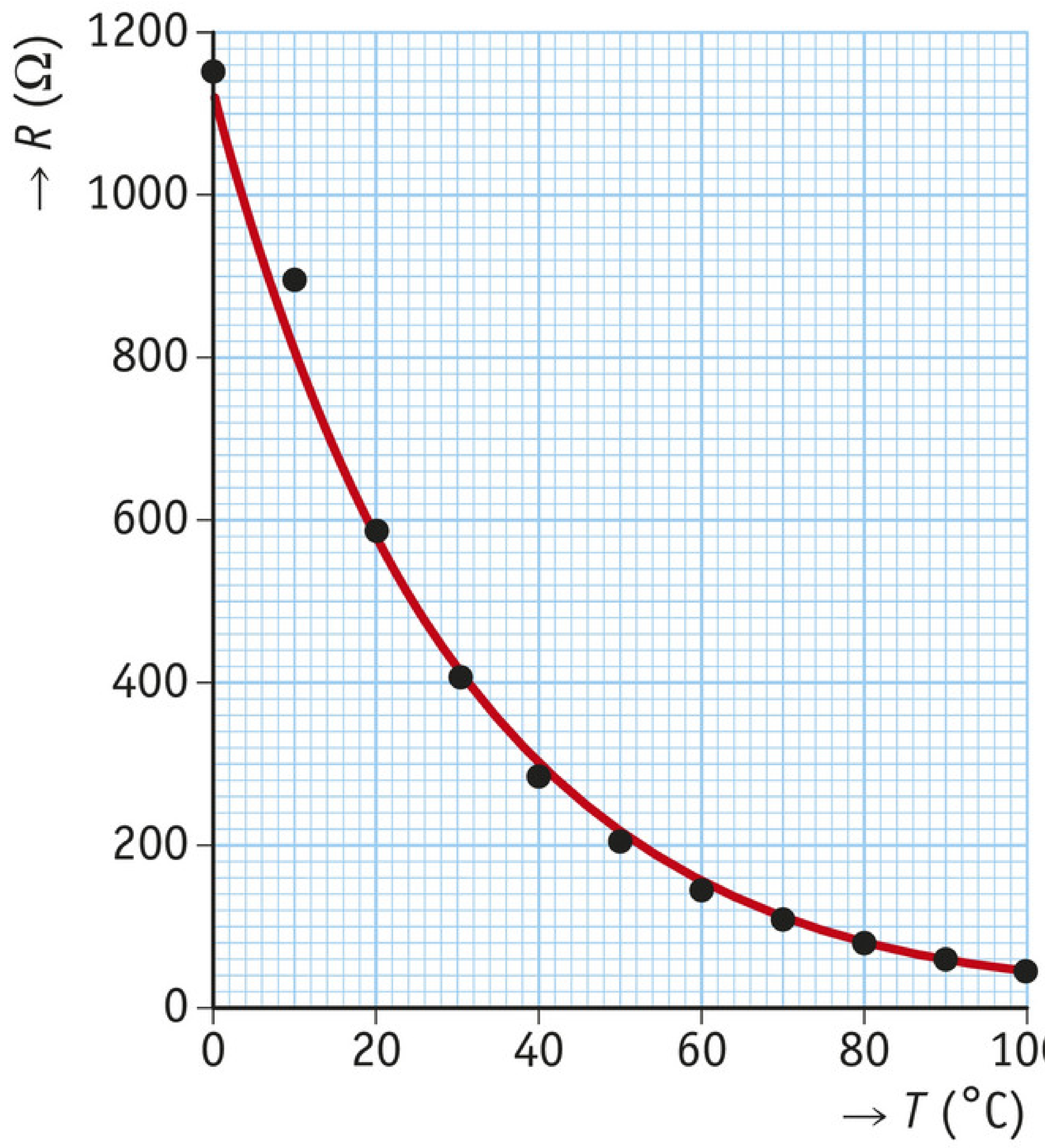
De NTC-weerstand in figuur 40 wordt als elektrische thermometer gebruikt. Na het sluiten van de schakelaar staat over de NTC een spanning van 6,0 V.

a Desirée vergelijkt de stroomsterkte door de NTC vlak nadat de schakelaar is gesloten en een tijdje daarna.
Leg uit of de stroomsterkte door de NTC het grootst is direct na het sluiten van de schakelaar of een tijdje daarna.

b De NTC wordt in een bekerglas water gedompeld. Er blijkt dan een stroom van 12 mA door de NTC te lopen.
Bekijk het (R,T)-diagram van de NTC in figuur 41. Bepaal de temperatuur van het water.



▲ **figuur 40** een NTC in een elektrische schakeling



▲ **figuur 41** de (R,T)-karakteristiek van een NTC

37 Diode

Bekijk het (I,U)-diagram van een diode in figuur 36.

a Schets het verband tussen de weerstand van de diode en de spanning (tussen –3,0 V en +1,0 V).

b In tabel 3 zie je enkele metingen van de spanningen over en de stroom door de diode van figuur 36.

▼ **tabel 3** (U,I)-gegevens van de diode

U_{diode} (V)	I_{diode} (mA)
0,00	0,0
0,13	0,0
0,21	0,0
0,55	2,3
0,67	7,0
0,74	27,0

Volgens de specificaties van de fabrikant is de drempelspanning van de diode 0,30 V. Toon aan dat de metingen in tabel 3 dit niet tegenspreken.

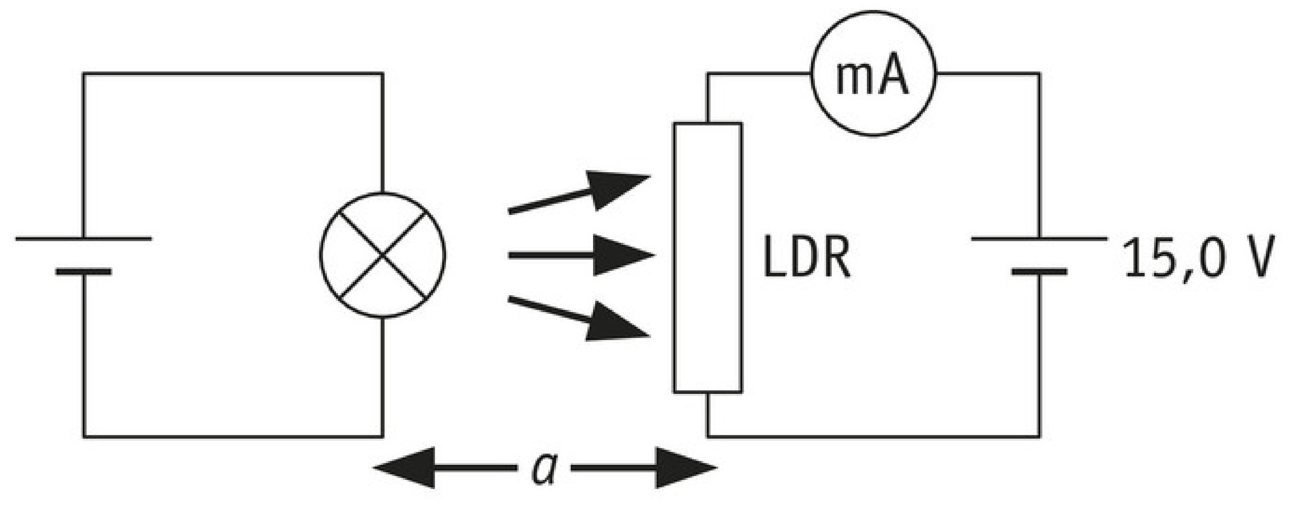
naar: examen 2011-I

38 Lichtsterkte en LDR

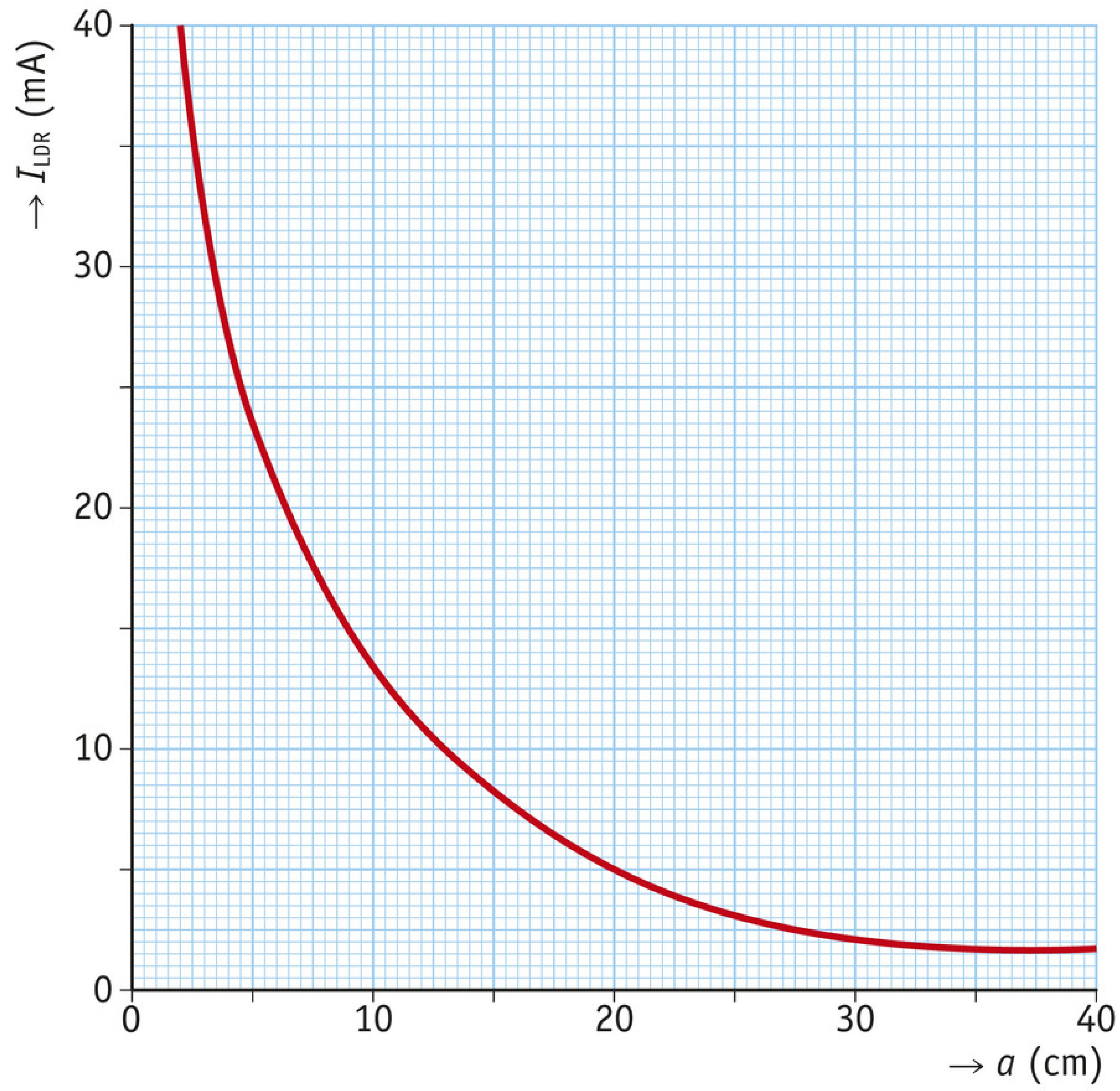
De weerstand van een LDR wordt bij verschillende lichtsterkten bepaald met behulp van de opstelling in figuur 42. De stroomsterkte door de LDR wordt daarvoor gemeten als functie van de afstand a tussen de LDR en het lampje. De LDR krijgt alleen licht van het lampje. De spanning over de LDR is constant 15,0 V. In figuur 43 is het resultaat van de metingen weergegeven.

a Bepaal met behulp van het diagram in figuur 43 de grootte van de weerstand van de LDR bij a = 5,0 cm, bij 15 cm, bij 25 cm en bij 35 cm.

b Maak van de meetresultaten een grafiek van de weerstand van de LDR als functie van de afstand a.



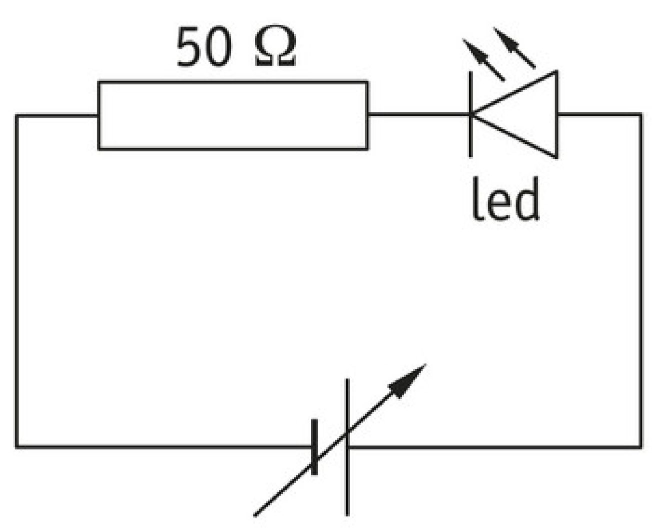
▲ **figuur 42** bepaling van de lichtsterkte met een LDR



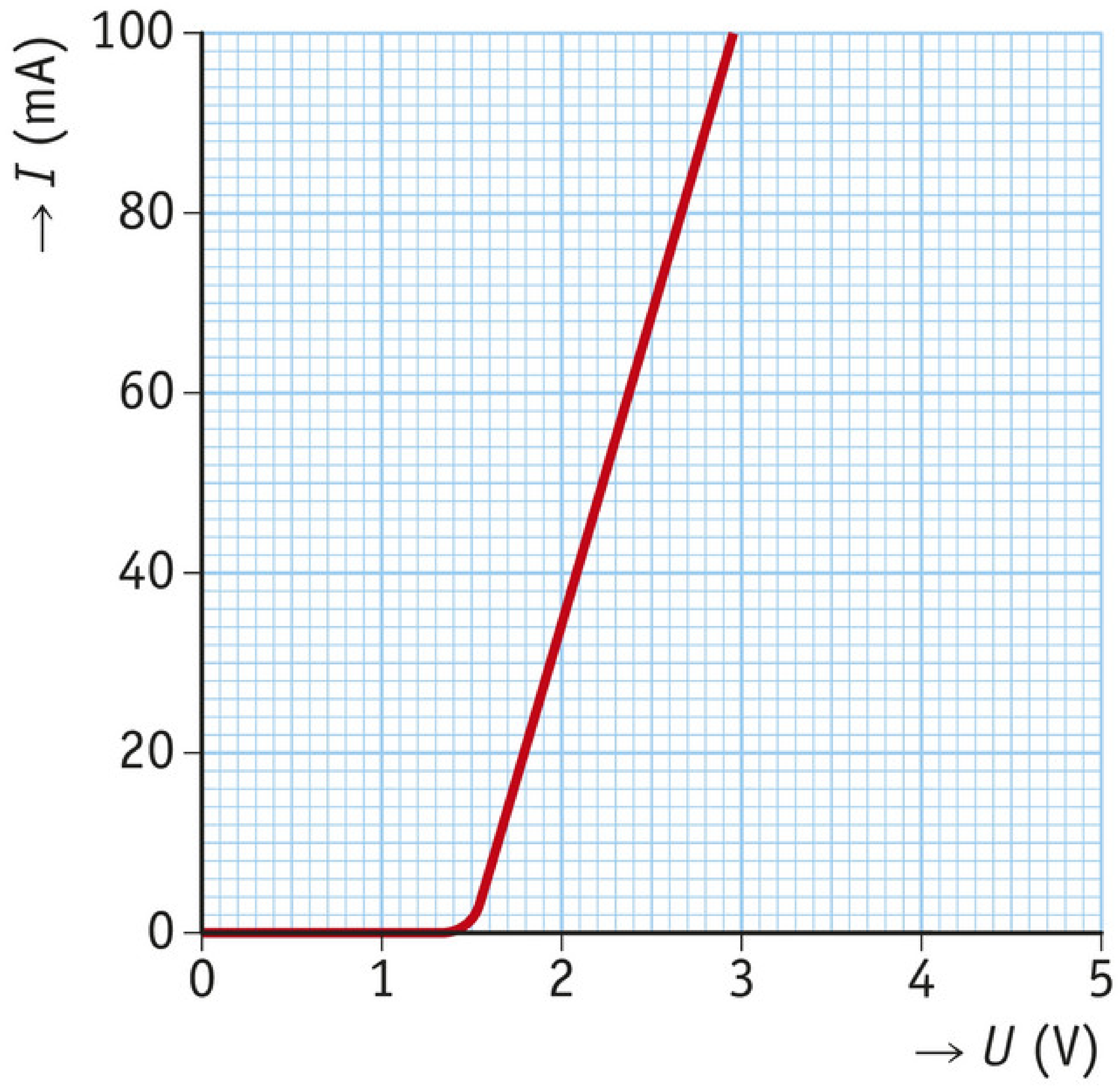
▲ **figuur 43** grafiek van een lichtmeting met de LDR

39 Led en weerstand

France neemt tijdens een practicum een led op in een elektrische schakeling, waarvan het schakelschema in figuur 44 is weergegeven. Om het verband te meten tussen de spanning over en de stroom door de led, moeten in de schakeling een spanningsmeter en een stroommeter worden opgenomen.



▲ **figuur 44** het schakelschema van Frances opstelling



▲ **figuur 45** de karakteristiek van de led uit figuur 44

a Teken het schakelschema van de schakeling waarin deze meters zijn opgenomen.
b In figuur 45 is het resultaat van de metingen weergegeven.
Bepaal de weerstand van de led wanneer de stroomsterkte door de led 50 mA bedraagt.
c In de schakeling heeft France een weerstand van 50 Ω opgenomen.
Bepaal de spanning die de spanningsbron levert als er door de led een stroom loopt van 100 mA.

+40 Temperatuur bepalen

Alfredo wil de temperatuur van een ijzeren gloeidraad bepalen. Daartoe maakt hij gebruik van de grootheid weerstandstemperatuurcoëfficiënt α. Deze grootheid geeft aan hoeveel de weerstandswaarde verandert als de temperatuur één graad stijgt. Voor de gloeidraad geldt:

$$\Delta R = R_0 \cdot \alpha \cdot \Delta T$$

Hierin is:

- ΔR de weerstandstoename in Ω;
- R_0 de weerstand bij kamertemperatuur in Ω;
- α de weerstandstemperatuurcoëfficiënt in K^{-1};
- ΔT de temperatuurstijging in K.

a Leg aan de hand van de formule uit of een gloeidraad van ijzer een ohmse weerstand, een PTC of een NTC is.
b De ijzeren draad is 21 cm lang en heeft bij kamertemperatuur een weerstand van 65 Ω.
Bereken de diameter van de draad.

Als Alfredo de ijzeren draad op een spanning van 230 V aansluit, gaat deze gloeien. De stroomsterkte door de draad is dan 0,45 A.

c Zoek in Binas tabel 8 de weerstandstemperatuurcoëfficiënt van ijzer op.
d Bereken met behulp van de gegevens de temperatuur van de gloeidraad als deze is aangesloten op 230 V.

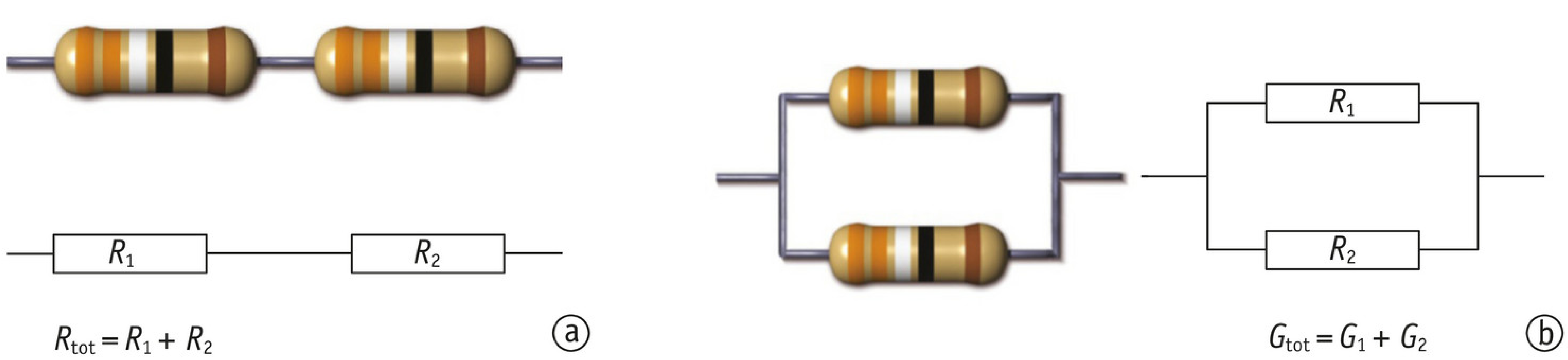
6 Serie en parallel

In deze paragraaf leer je:
- stroomkringen analyseren;
- de begrippen 'stroomdeling' en 'spanningsdeling' toepassen;
- rekenen met spanning, stroomsterkte, weerstand en geleidbaarheid.

In de praktijk werk je meestal met weerstanden die een bepaalde vaste waarde hebben. Als je een andere weerstandswaarde wilt hebben, moet je weerstanden combineren.

Weerstanden combineren

Je kunt weerstanden op twee manieren combineren: in serie of parallel. Je maakt dan een **serieschakeling** of **parallelschakeling** (figuur 46).

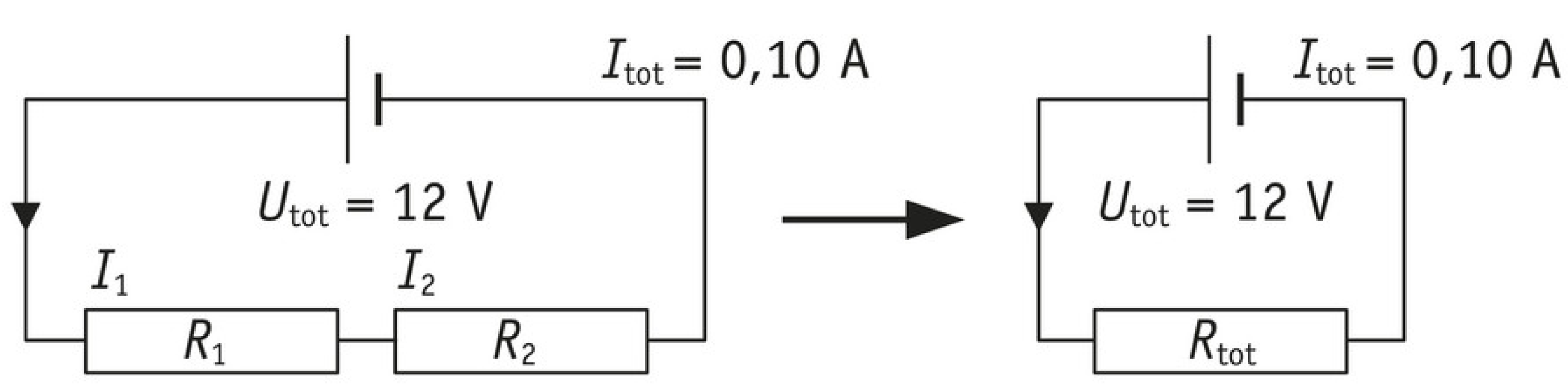


▲ **figuur 46** voorbeeld van een serieschakeling (a) en een parallelschakeling (b) en hun symbolen

Weerstanden worden met elkaar verbonden met verbindingsdraden. De weerstand van de verbindingsdraden is verwaarloosbaar klein ten opzichte van de waarde van de weerstand. Daarom wordt de verbindingsdraad niet als een weerstand getekend.

Serieschakeling

In een serieschakeling wordt bij het toevoegen van een weerstand de totale weerstand groter. Want als je twee weerstanden in serie schakelt, schakel je in feite twee draden in serie. De weerstand neemt dus toe doordat de draad een grotere lengte krijgt. Om in een serieschakeling de totale weerstand uit te rekenen, tel je de weerstanden bij elkaar op: $R_{tot} = R_1 + R_2 + \ldots$
De **totale weerstand R_{tot}** wordt ook wel de **vervangingsweerstand** genoemd. De totale weerstand is de weerstand waarbij dezelfde stroom loopt als in de oorspronkelijke schakeling, zoals te zien is in figuur 47.



▲ **figuur 47** de totale weerstand van een serieschakeling

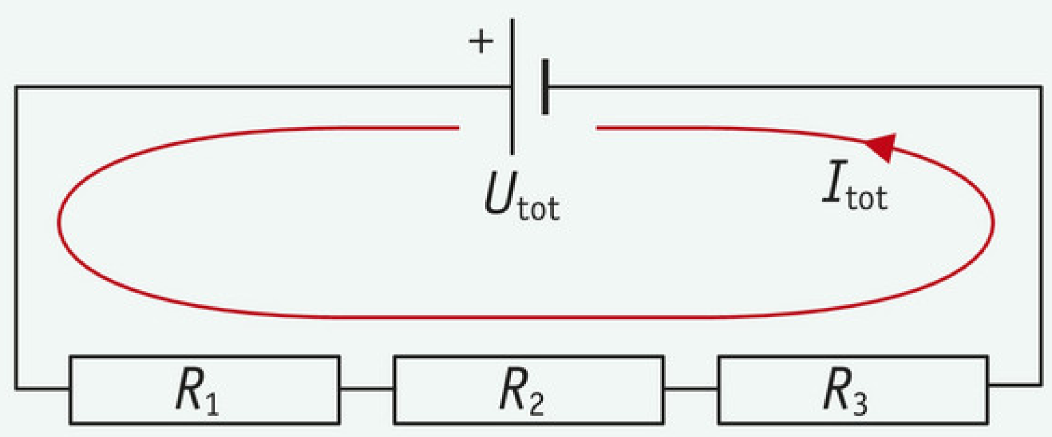
De stroom is door elke weerstand hetzelfde: $I_{tot} = I_1 = I_2 = \ldots$
Dit is te zien door de stroomkring te tekenen, zoals bijvoorbeeld in figuur 48. Om de stroomsterkte te berekenen, moet je de totale weerstand bepalen. De stroomsterkte is te berekenen door de spanning over de totale weerstand te delen door de berekende totale weerstand.

In figuur 48 is de spanning over de totale weerstand gelijk aan de spanning van de spanningsbron. Voor de berekening maakt de soort bron niets uit, alleen de waarde van de spanning is belangrijk. De waarde van bronspanning U_{bron} wordt de **totale spanning U_{tot}** genoemd. Om de stroom in een schakeling te berekenen, gebruik je $I_{tot} = \frac{U_{tot}}{R_{tot}}$

Door de weerstanden in serie te schakelen, treedt er een **spanningsdeling** op: elke weerstand krijgt een deel van de spanning. De spanning over elke weerstand is te berekenen met de wet van Ohm, door de berekende stroomsterkte te vermenigvuldigen met de waarde van de weerstand waarover je de spanning wilt weten. De spanning over alle weerstanden samen is vervolgens weer gelijk aan de spanning van de bron: $U_{tot} = U_1 + U_2 + \ldots$

Voorbeeldopgave 9

Michiel heeft drie verschillende weerstanden. De waarde van de weerstanden is 10 Ω, 20 Ω en 30 Ω. De weerstanden sluit hij in serie aan op een batterij van 4,5 V (figuur 48).



▲ **figuur 48** schema van een serieschakeling van drie weerstanden en een batterij

a Bereken de totale weerstand.
b Bereken de stroomsterkte door elke weerstand in mA.
c Bereken de spanning over elke weerstand.

Uitwerking

a De totale weerstand is te berekenen met $R_{tot} = R_1 + R_2 + R_3 = 10 + 20 + 30 = 60\ \Omega$.
b De spanning van de batterij is $U_{tot} = 4{,}5$ V. De totale weerstand is $R_{tot} = 60\ \Omega$.
De stroomsterkte wordt berekend met de wet van Ohm:

$$R_{tot} = \frac{U_{tot}}{I_{tot}} \rightarrow I_{tot} = \frac{U_{tot}}{R_{tot}} = \frac{4{,}5}{60} = 0{,}075 \text{ A} = 75 \text{ mA}$$

c De stroomsterkte is door elke weerstand hetzelfde: $I_{tot} = I_1 = I_2 = I_3 = 0{,}075$ A.
De spanning over elke weerstand wordt berekend met de wet van Ohm:

$$R_1 = \frac{U_1}{I_1} \rightarrow U_1 = I_1 \cdot R_1 = 0{,}075 \times 10 = 0{,}75 \text{ V}$$

$$R_2 = \frac{U_2}{I_2} \rightarrow U_2 = I_2 \cdot R_2 = 0{,}075 \times 20 = 1{,}5 \text{ V}$$

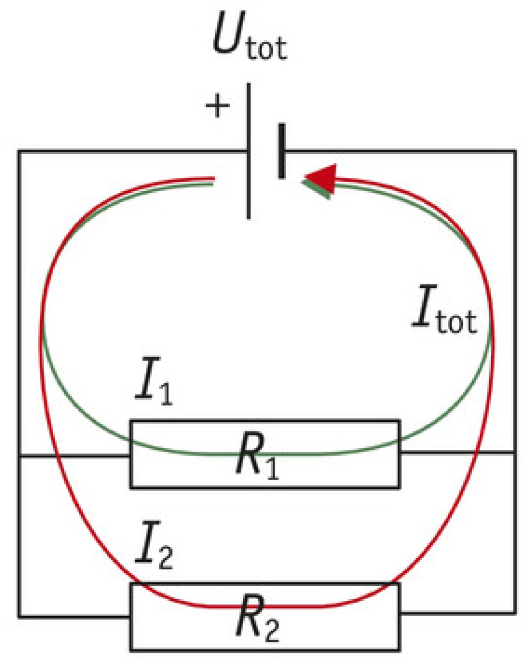
$$R_3 = \frac{U_3}{I_3} \rightarrow U_3 = I_3 \cdot R_3 = 0{,}075 \times 30 = 2{,}3 \text{ V}$$

Je kunt U_3 ook berekenen met: $U_{tot} = U_1 + U_2 + U_3$

Parallelschakeling

Door weerstanden parallel te schakelen, neemt de weerstand af en de geleidbaarheid toe. Want als je twee weerstanden parallel schakelt, schakel je in feite twee draden parallel. Deze kun je opvatten als één draad met een 2× zo grote doorsnede. In een parallelschakeling bereken je de totale geleidbaarheid door de geleidbaarheid van de weerstanden bij elkaar op te tellen:
$G_{tot} = G_1 + G_2 + \ldots$
Je krijgt dan de **totale geleidbaarheid G_{tot}**. De totale weerstand vind je dan door 1 te delen door de totale geleidbaarheid: $R_{tot} = \dfrac{1}{G_{tot}}$

In een parallelschakeling is de spanning over elke weerstand gelijk aan de spanning van de bronspanning: $U_{tot} = U_1 = U_2 = \ldots$
Bij de parallelschakeling treedt een **stroomdeling** op. De stroomsterkte afkomstig van de bron verdeelt zich over de weerstanden zoals te zien is in figuur 49. De totale stroomsterkte afkomstig uit de batterij is de som van de stroomsterkte door elke weerstand: $I_{tot} = I_1 + I_2 + \ldots$
Vandaar dat je ook twee stroomsterktepijlen ziet bij de batterij in figuur 49.



▲ **figuur 49** schema van een parallelschakeling van twee weerstanden en een batterij

Voorbeeldopgave 10

Gerda heeft twee weerstanden, een van 30 Ω en een van 60 Ω. Ze sluit deze parallel aan op een batterij van 6,0 V zoals in figuur 49.

a Bereken de totale weerstand.
b Bereken de spanning over elke weerstand.
c Bereken de stroomsterkte door elke weerstand in mA.

Uitwerking

a De totale weerstand wordt berekend met de volgende formules:

$$G_{tot} = G_1 + G_2 = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} = \frac{1}{30} + \frac{1}{60} = 0{,}050 \text{ S}$$

$$R_{tot} = \frac{1}{G_{tot}} = \frac{1}{0{,}050} = 20\ \Omega$$

b De spanning over elke weerstand is gelijk aan de batterijspanning: $U_{tot} = U_1 = U_2 = 6{,}0$ V.
c De stroomsterkte door elke weerstand wordt berekend met de wet van Ohm:

$$R_1 = \frac{U_1}{I_1} \rightarrow I_1 = \frac{U_1}{R_1} = \frac{6{,}0}{30} = 0{,}20 = 2{,}0 \cdot 10^2 \text{ mA}$$

$$R_2 = \frac{U_2}{I_2} \rightarrow I_2 = \frac{U_2}{R_2} = \frac{6{,}0}{60} = 0{,}10 \text{ A} = 1{,}0 \cdot 10^2 \text{ mA}$$

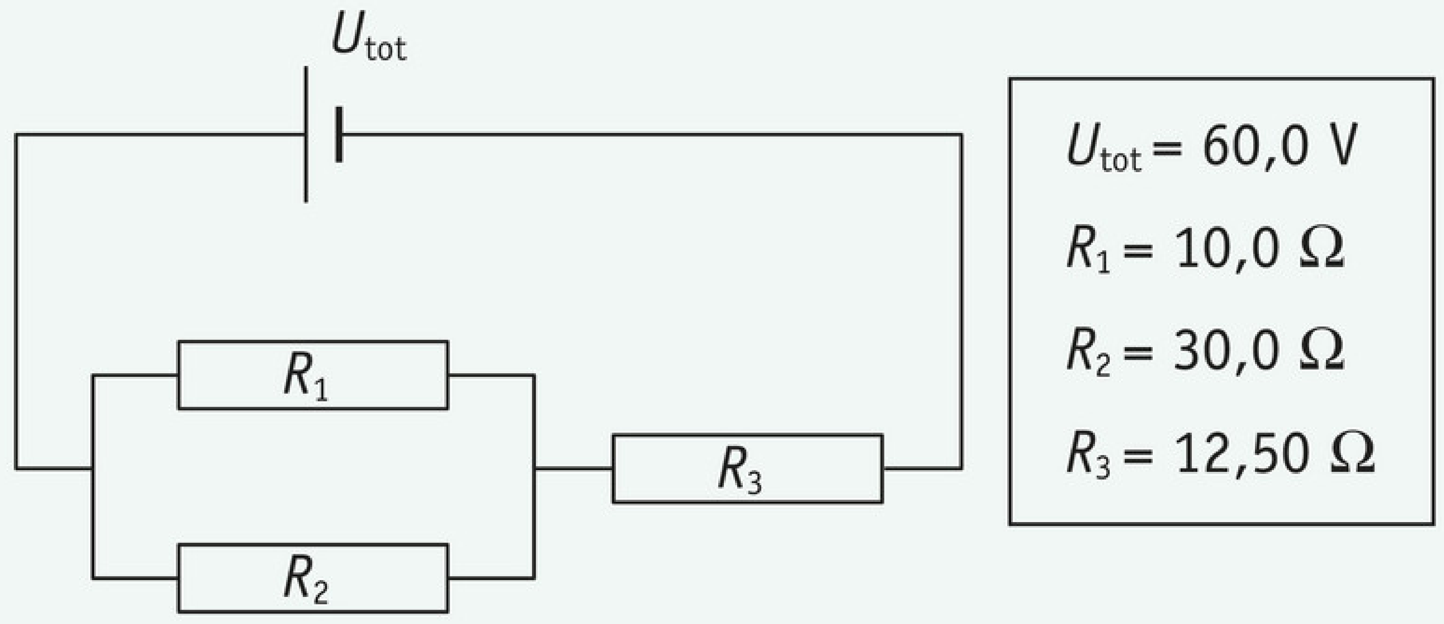
Je kunt I_2 ook berekenen met: $I_{tot} = I_1 + I_2$

Gemengde schakeling

Een schakeling waarbij serie en parallel worden gecombineerd, heet een **gemengde schakeling** (figuur 50). Bij vraagstukken over een gemengde schakeling bereken je stap voor stap de totale weerstand. Bij elke stap is het handig om een tekening te maken van de schakeling. Daarna bereken je de totale stroom met de formule $I_{tot} = \frac{U_{tot}}{R_{tot}}$

Voorbeeldopgave 11

In figuur 50 is een gemengde schakeling getekend.



▲ **figuur 50** schema van een gemengde schakeling

a Bereken de totale weerstand.
b Bereken de totale stroom I_{tot}.
c Bereken de spanning over weerstand R_3.
d Bereken de deelstromen I_1 en I_2.

Weerstand R_1 wordt uit de schakeling verwijderd.
e Leg uit of de totale stroom I_{tot} die de spanningsbron dan levert (opgave b), kleiner of groter wordt of gelijk blijft.

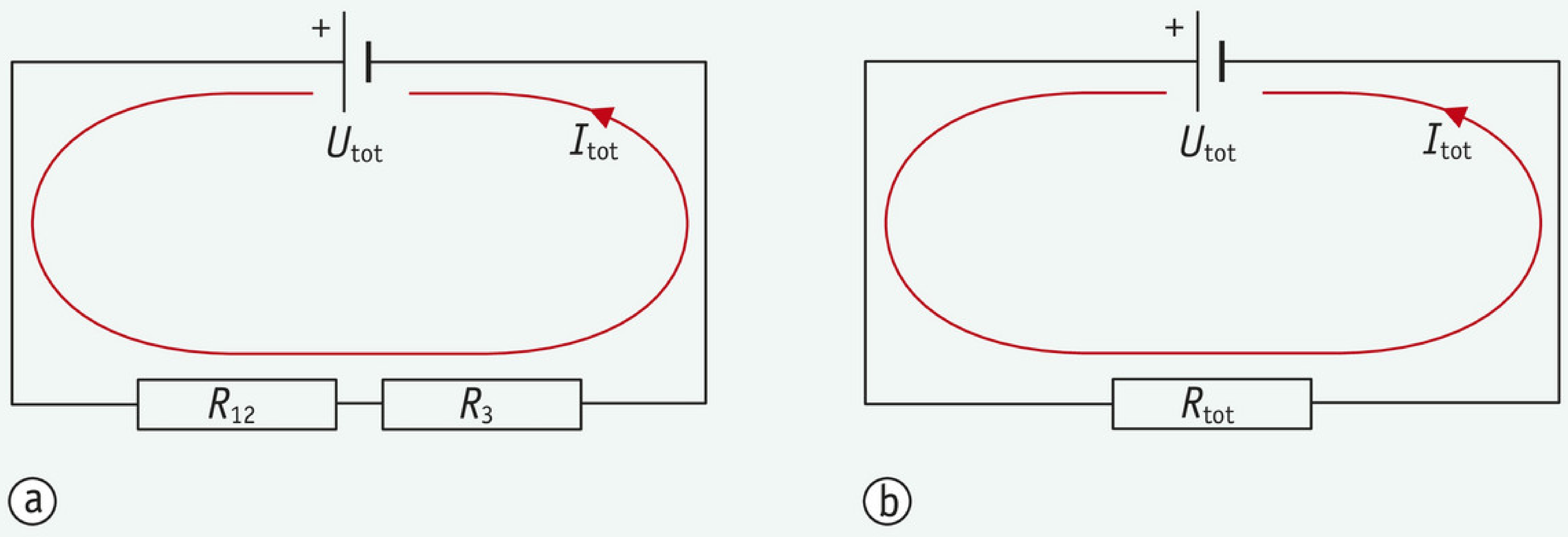
Uitwerking

a Je berekent stap voor stap de totale weerstand. Daarvoor bereken je eerst de totale weerstand van de twee parallel geschakelde weerstanden R_1 en R_2.

$$\frac{1}{R_{12}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} = \frac{1}{10,0} + \frac{1}{30,0} = \frac{3}{30,0} + \frac{1}{30,0} = \frac{4}{30,0}\ \Omega^{-1}$$

Hieruit volgt: $R_{12} = \frac{30,0}{4} = 7,50\ \Omega$

De schakeling is nu vereenvoudigd tot de schakeling in figuur 51a.



▲ **figuur 51** Bepaal de totale weerstand.

De volgende stap is het berekenen van de totale weerstand van de twee in serie geschakelde weerstanden R_{12} en R_3. Je krijgt dan de schakeling uit figuur 51b.
$R_{tot} = R_{12} + R_3 = 7{,}50 + 12{,}50 = 20{,}00\ \Omega$

b De totale stroomsterkte bereken je met de schakeling uit figuur 51b:

$$I_{tot} = \frac{U_{tot}}{R_{tot}} = \frac{60{,}0}{20{,}00} = 3{,}00\ \text{A}$$

c Voor het berekenen van de spanning over R_3 moet je weten wat de waarde van R_3 en de stroomsterkte door R_3 is. De stroomsterkte door R_3 is gelijk aan de totale stroomsterkte zoals te zien in figuur 51a. De waarde van R_3 is gegeven. Je kunt de spanning U_3 nu uitrekenen met de formule van Ohm:
$U_3 = I_3 \cdot R_3 = 3{,}00 \times 12{,}50 = 37{,}5\ \text{V}$

d De deelstromen kun je berekenen met de formule van Ohm. Maar eerst moeten de spanningen over R_1 en R_2 worden bepaald. De spanning over R_1 is gelijk aan de spanning over R_{12}. Van de bronspanning staat een deel over R_3 en de rest over de parallelschakeling van R_1 en R_2. Over de parallelschakeling staat dus 60,0 – 37,5 = 22,5 V spanning. Bij een parallelschakeling staat over de weerstanden dezelfde spanning, dus $U_1 = U_2 = 22{,}5$ V.
Nu de spanningen en de weerstanden bekend zijn, kunnen met behulp van de formule van Ohm de deelstromen worden berekend:

$$I_1 = \frac{U_1}{R_1} = \frac{22{,}5}{10{,}0} = 2{,}25\ \text{A}$$

$$I_2 = \frac{U_2}{R_2} = \frac{22{,}5}{30{,}0} = 0{,}75\ \text{A}$$

e Voordat R_1 wordt verwijderd, is de totale weerstand van de schakeling 20,00 Ω.
Nadat R_1 is verwijderd, is de totale weerstand van de schakeling:
$R_{tot} = R_2 + R_3 = 30{,}0 + 12{,}50 = 42{,}5\ \Omega$. De totale weerstand neemt dus door verwijdering van R_1 toe. Omdat de bronspanning gelijk blijft, is de totale stroom geleverd door de spanningsbron ($I_{tot} = \frac{U_{tot}}{R_{tot}}$) kleiner.

▶ **EXPERIMENT 3** Gemengde schakelingen

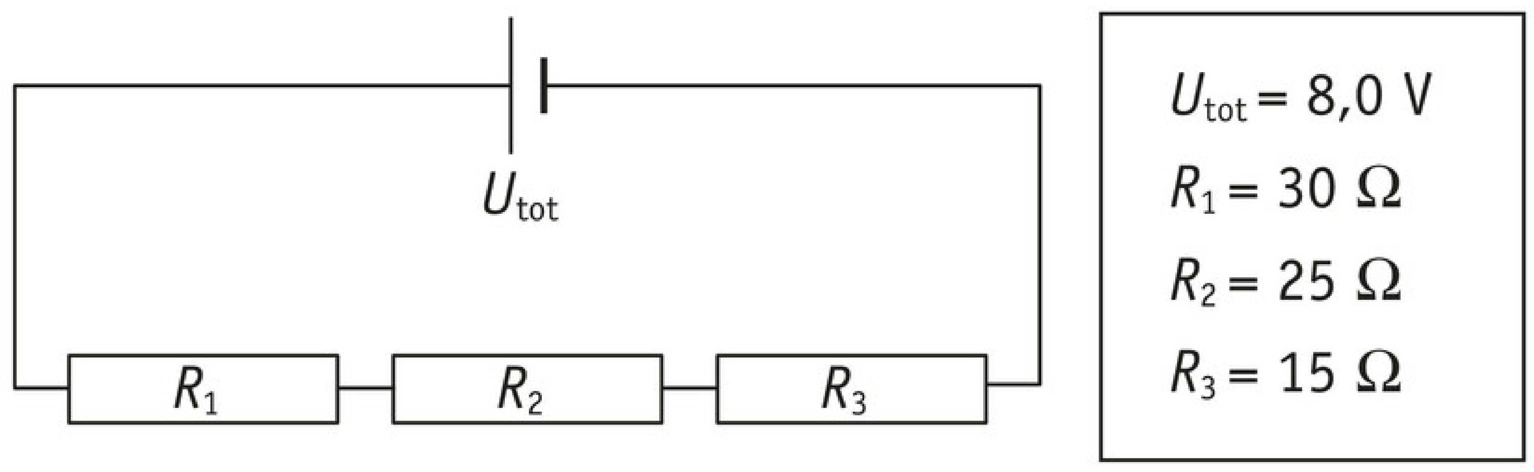
Onthoud!

- Bij een serieschakeling gelden de volgende formules:
  – $R_{tot} = R_1 + R_2 +$ enzovoort
  – $I_{tot} = I_1 = I_2 =$ enzovoort
  – $U_{tot} = U_1 + U_2 +$ enzovoort
- Bij een parallelschakeling gelden de volgende formules:
  – $G_{tot} = G_1 + G_2 +$ enzovoort
  – $I_{tot} = I_1 + I_2 +$ enzovoort
  – $U_{tot} = U_1 = U_2 =$ enzovoort
- Als je weerstanden in serie schakelt, wordt de totale weerstand groter. Als je weerstanden parallel schakelt, wordt de totale weerstand kleiner.
- Bij een gemengde schakeling bereken je eerst de totale weerstand. Daarna pas je de formule van Ohm toe op plaatsen waarover je genoeg gegevens hebt of je gebruikt de theorie van serie- en parallelschakelingen.

Opdrachten

41 Formules
Beantwoord de volgende vragen.
a Met welke formules bereken je de totale weerstand, de totale spanning en de totale stroomsterkte in een serieschakeling?
b Met welke formules bereken je de totale geleiding, de totale spanning en de totale stroomsterkte in een parallelschakeling?

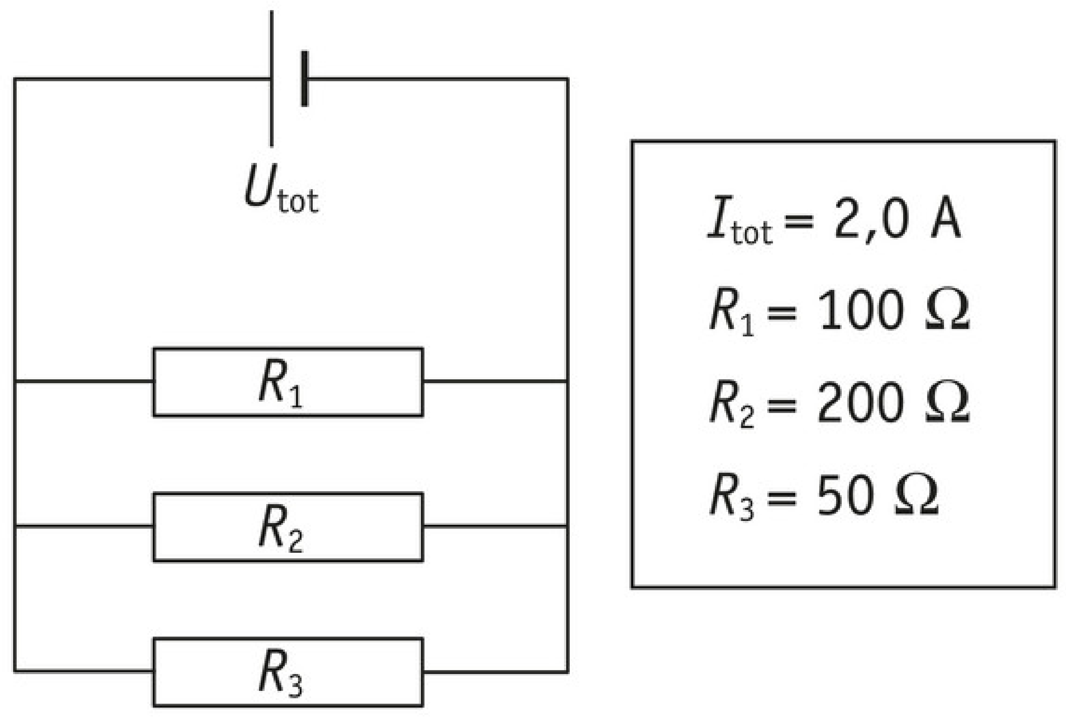
42 Serieschakeling
Gegeven is de schakeling in figuur 52.



▲ **figuur 52** een serieschakeling

a Bereken de totale weerstand.
b Bereken de stroom door R_2.
c Bereken de spanning over R_1.
d Bereken de totale geleidbaarheid.
e De weerstand R_1 wordt verwijderd uit de schakeling.
Leg uit of de totale geleidbaarheid dan kleiner of groter wordt of gelijk blijft.

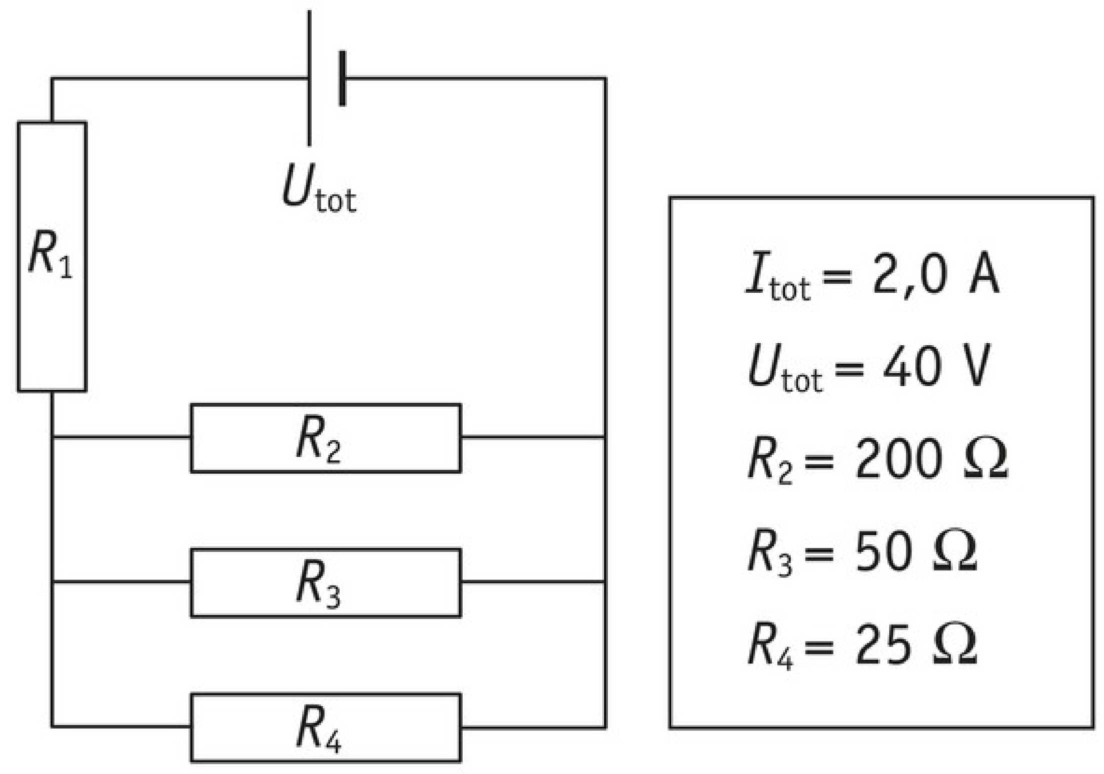
43 Parallelschakeling
Gegeven is de schakeling in figuur 53.



▲ **figuur 53** een parallelschakeling

a Bereken de totale geleidbaarheid.
b Bereken de totale weerstand.
c Bereken de totale spanning.
d Bereken de stroom door R_2.
e De weerstand R_1 wordt verwijderd uit de schakeling.
Leg uit of de totale geleidbaarheid dan kleiner of groter wordt of gelijk blijft.

44 Gemengde schakeling [1]
Gegeven is de schakeling in figuur 54.

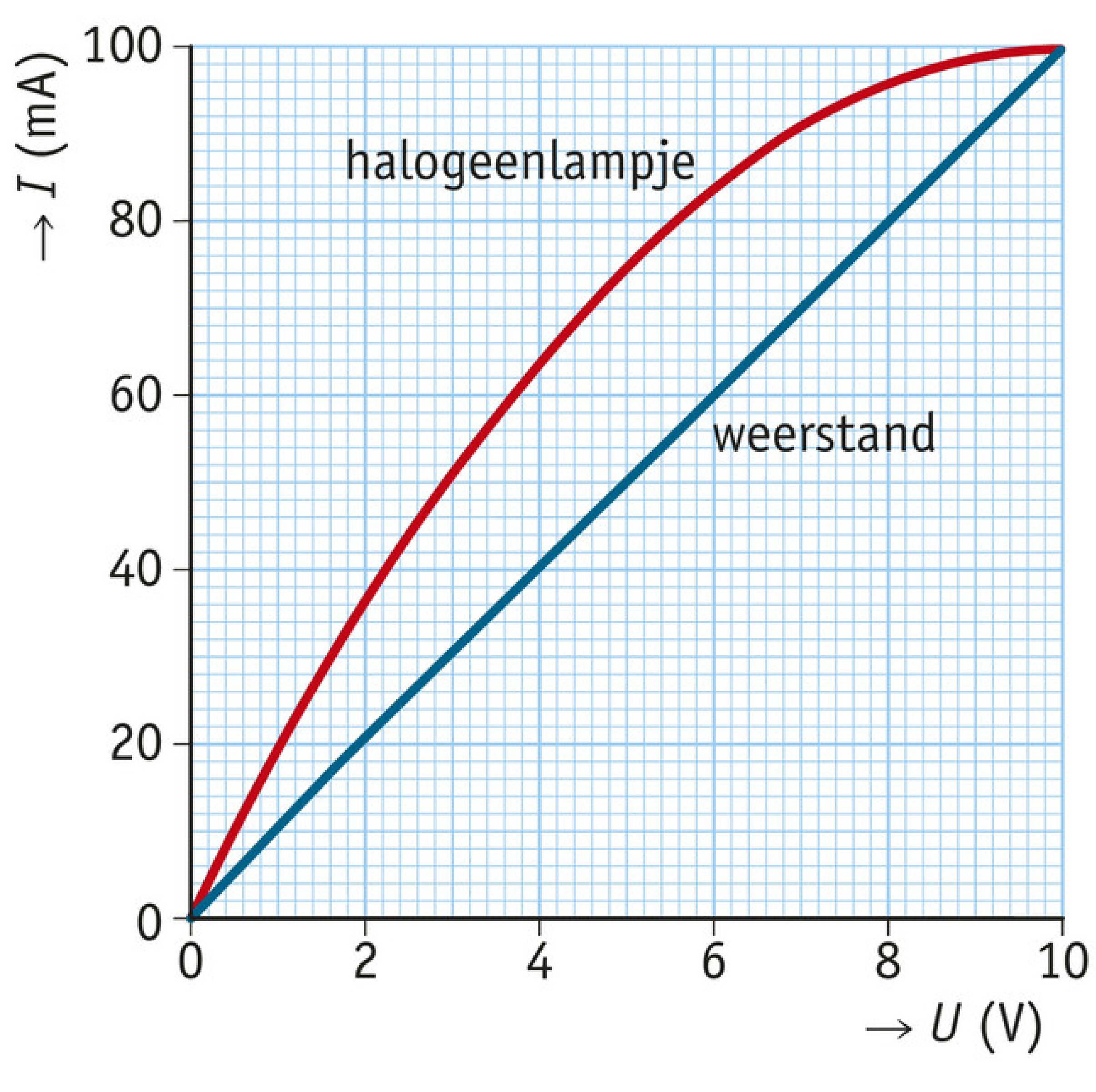


▲ **figuur 54** een gemengde schakeling

a Bereken de spanning over R_1.
b Bereken de spanning over R_2.
c Bereken de stroomsterkte door R_4.
d Bereken de totale geleidbaarheid.

De weerstand R_1 wordt verwijderd uit de schakeling.
e Leg uit of de totale geleidbaarheid dan kleiner of groter wordt of gelijk blijft.
f Leg uit of de totale stroom I_{tot} die de spanningsbron dan levert, kleiner of groter wordt of gelijk blijft.

45 Weerstand en halogeenlampje
Een weerstand en een halogeenlampje zijn parallel geschakeld aan een regelbare spanningsbron. Van beide componenten is een (I,U)-diagram gemaakt (figuur 55).



▲ **figuur 55** de (I,U)-karakteristiek van een weerstand en halogeenlampje

a Bepaal de stroomsterkte die de spanningsbron levert bij een spanning van 6,0 V als het halogeenlampje en de weerstand parallel geschakeld zijn aan de spanningsbron.
b Bepaal de stroomsterkte die de spanningsbron levert bij een spanning van 6,0 V als het halogeenlampje en de weerstand in serie geschakeld zijn met de spanningsbron.
c Bereken voor opdracht a en b hoe groot de totale geleidbaarheid en de totale weerstand zijn.

46 Kabelhaspel

Aan het uiteinde van een kabelhaspel (een oprolbaar snoer) met koperen aders ($d_{koperdraad}$ = 1,0 mm) worden vier dezelfde lampen parallel aangesloten. De andere kant wordt verbonden met een stopcontact (230 V). De weerstand van de totale kabelhaspel bedraagt 0,40 Ω. Aan het uiteinde van de kabelhaspel wordt met een spanningsmeter 228 V gemeten.

a Teken de schakeling en geef daarin duidelijk aan waar de spanningsmeter, de lampen en het stopcontact zijn.

b Bereken de lengte van het snoer op de kabelhaspel.

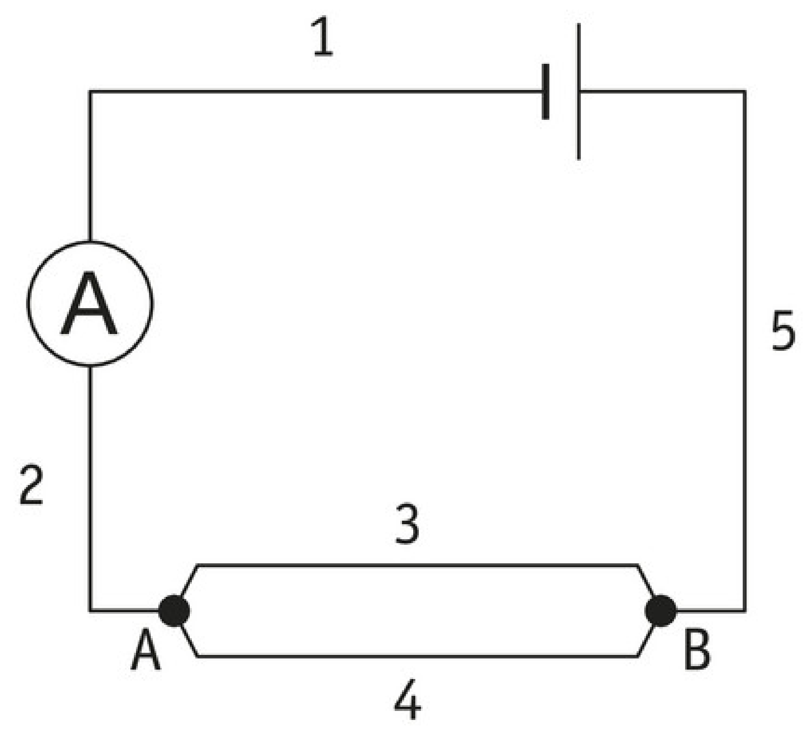
c Bereken de weerstand van één lamp.

47 Koperen snoeren

Tijdens een natuurkundepracticum werkt François met koperen snoeren die elk een doorsnede van 0,25 mm^2 en een weerstand van 0,041 Ω hebben.

a Bereken de lengte van een snoer.

b Met vijf snoeren bouwt François de elektrische schakeling van figuur 56. Hij stelt de spanningsbron in op 1,2 V.



▲ **figuur 56** de elektrische schakeling van François

Bereken de stroomsterkte die de stroommeter aanwijst.

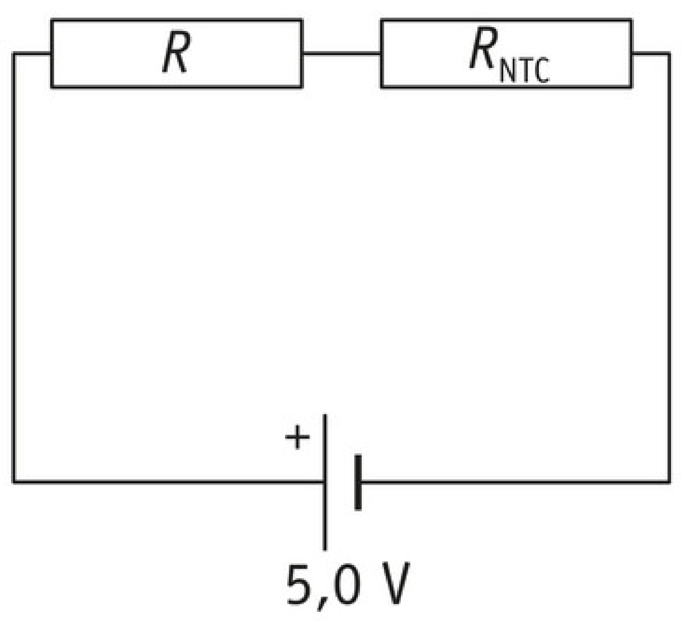
c François sluit over punt A en B een spanningsmeter aan.
Bereken de spanning die de spanningsmeter aanwijst.

48 Oven

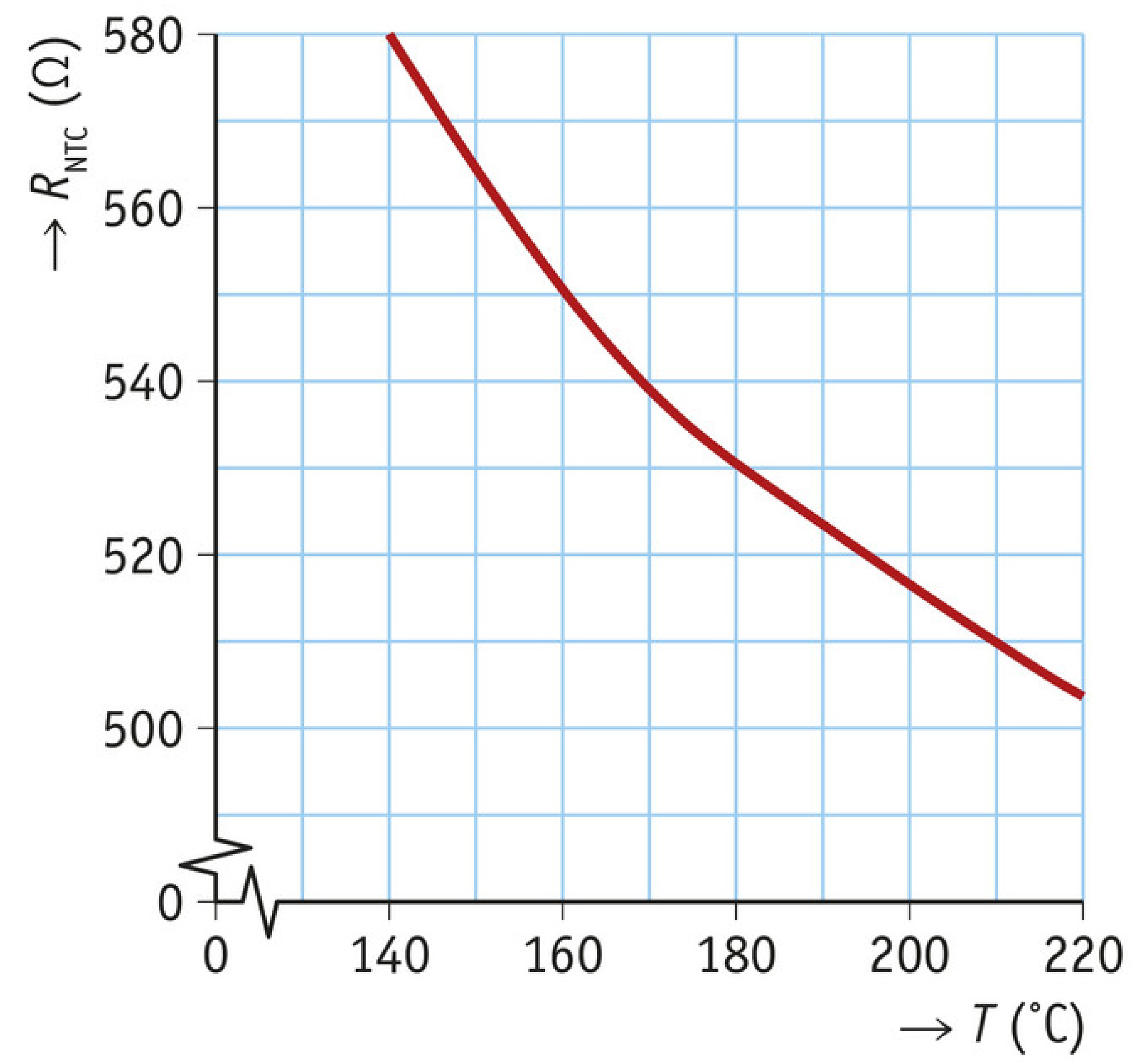
Om de temperatuur in een oven constant te houden, wordt gebruikgemaakt van een NTC-weerstand. De NTC-weerstand wordt met een weerstand *R* in serie geschakeld (figuur 57). Je ziet het (*R*,*T*)-diagram van de NTC-weerstand in figuur 58. Bij een temperatuur van 210 °C is de spanning over weerstand *R* 1,5 V.

a Bepaal de weerstand van *R*.

b Leg uit dat de spanning over weerstand *R* stijgt als de temperatuur stijgt.

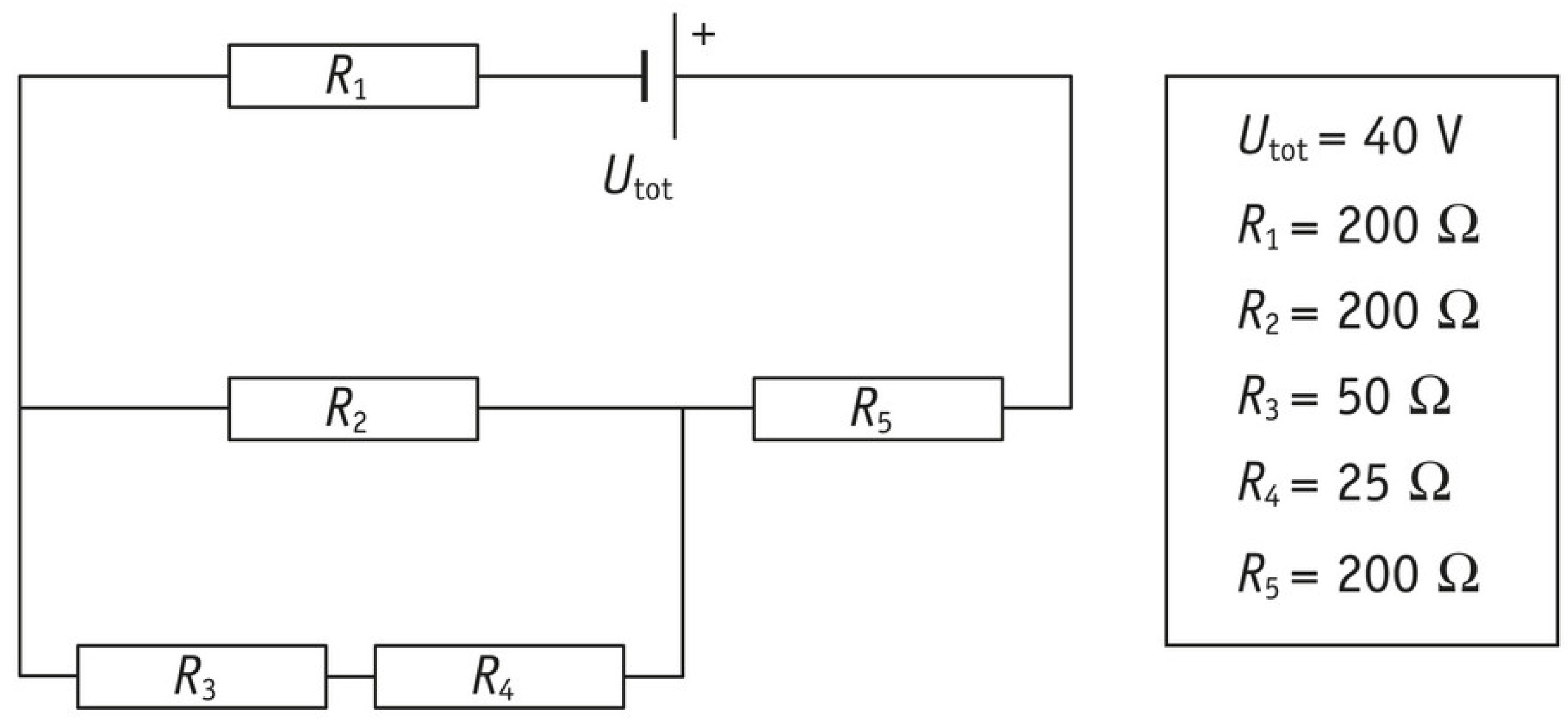


▲ **figuur 57** de elektrische schakeling



▶ **figuur 58** de (*R*,*T*)-karakteristiek van de NTC-weerstand

+49 Gemengde schakeling [2]
Gegeven is de schakeling in figuur 59.



▲ **figuur 59** een gemengde schakeling

a Bereken de totale weerstand.
b Bereken de stroomsterkte door R_3.
c Bereken de spanning over R_4.
d Bereken de stroomsterkte door R_5.

7 Elektriciteit in huis

In deze paragraaf leer je:
- warmteontwikkeling ten gevolge van stroom kennen;
- de begrippen ‘overbelasting’ en ‘kortsluiting’ kennen;
- de werking van een transformator kennen.

Achter stopcontacten, of wandcontactdozen zoals ze officieel heten, bevindt zich een netwerk van elektriciteitsdraden. Om te voorkomen dat er brand of andere gevaarlijke situaties ontstaan, is de elektrische installatie in huis goed beveiligd.

Warmteontwikkeling

De weerstand van een elektriciteitsdraad hangt af van de dikte, de lengte en het materiaal waarvan de draad is gemaakt. Voor elektriciteitsdraden wordt vooral koperdraad gebruikt, omdat koper een kleine soortelijke weerstand heeft, kleiner dan bijvoorbeeld ijzer. Als er stroom door een elektriciteitsdraad gaat, wordt de draad warm. Dit komt doordat de elektronen die door de draad gaan, hinder (weerstand) ondervinden. Om uit te rekenen hoeveel elektrische energie er in de koperdraad per seconde in warmte wordt omgezet, moet je weten hoe groot de spanning *over* de draad en de stroomsterkte *door* de draad is.

De elektrische energie die per seconde in warmte wordt omgezet, is het **elektrisch vermogen**. Dit kun je berekenen met de formule:

$P = U \cdot I$

Hierin is:
- P het vermogen van het apparaat in voltampère (V A); dat is gelijk aan watt (W);
- U de spanning over het apparaat in volt (V);
- I de stroomsterkte door het apparaat in ampère (A).

De spanning over de draad kun je uitrekenen als je weet hoe groot de weerstand van de draad en de stroomsterkte door de draad zijn ($U = I \cdot R$).

Overbelasting

Alle stopcontacten en lichtpunten thuis zijn parallel geschakeld. Dit betekent dat over elk stopcontact en lichtpunt een spanning van 230 V staat. Als er te veel elektrische apparaten tegelijk aanstaan, kan de stroom door een draad in de leidingen te groot worden: de draad is **overbelast**. De draad gaat dan als gevolg van de ontwikkelde warmte gloeien. Hierdoor kan het isolerende materiaal om de draad vlam vatten. Als de stroomdraad zich in een elektriciteitsbuis in een muur bevindt, ontstaat er een gevaarlijke situatie: je kunt de brand in het begin nog niet zien, alleen ruiken. Na verloop van tijd vat het isolatiemateriaal in de muur vlam en kan het vuur overslaan op andere brandbare materialen. Het blussen van een dergelijke brand is moeilijk, omdat de brandhaard slecht bereikbaar is.
Overbelasting kan dus heel gevaarlijk zijn. Om de overbelasting zo kort mogelijk te laten duren, worden er zekeringen opgenomen in elektrische schakelingen. Een **zekering** schakelt de stroom uit als de stroom door de zekering groter wordt dan een vooraf ingestelde waarde. Zekeringen vind je in verschillende apparaten, zoals in een autolader van een telefoon (figuur 60), maar ook thuis in de meterkast.

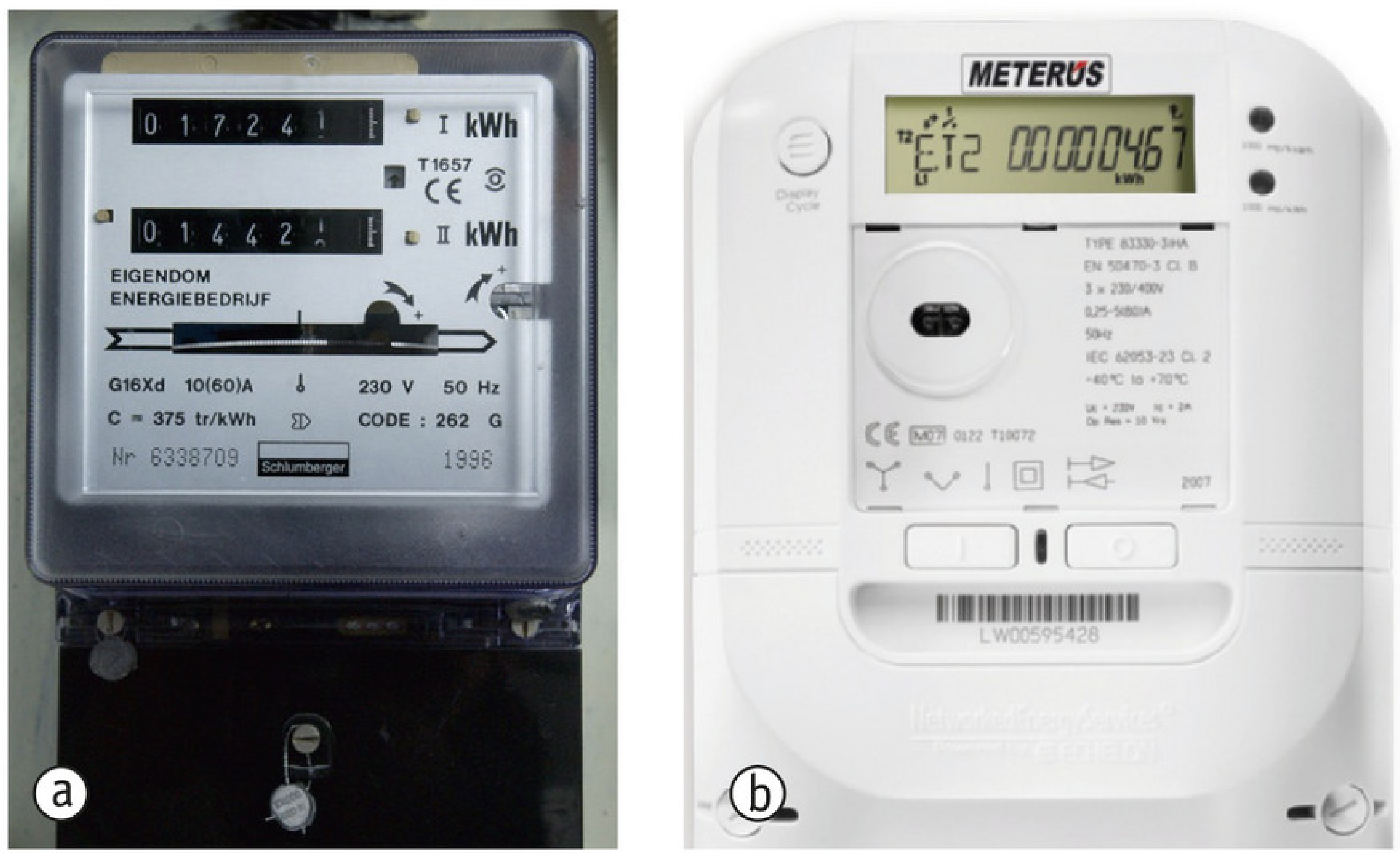


▲ **figuur 60** een telefoonlader voor de auto

De meterkast

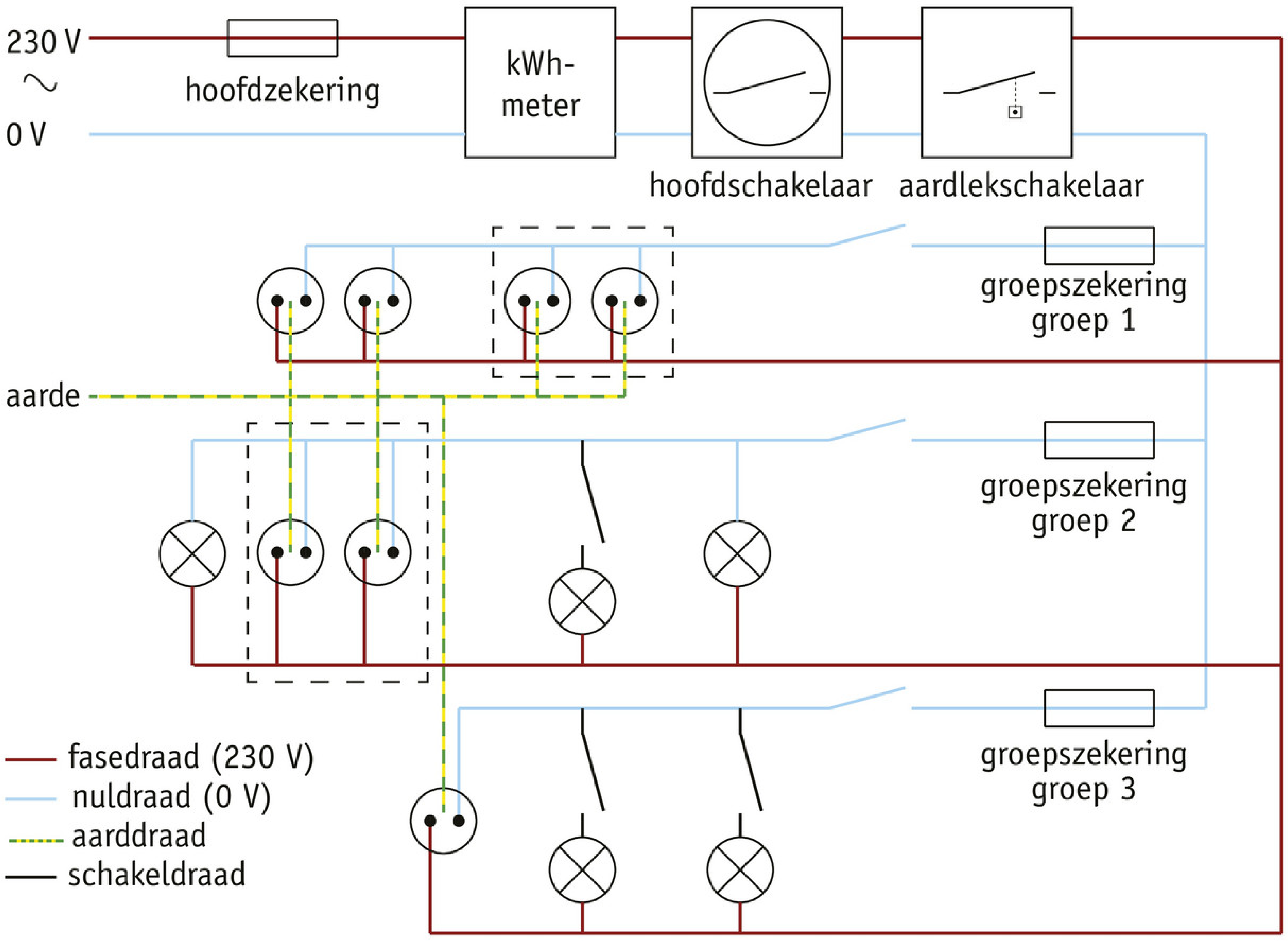
Elk huis heeft een meterkast. In de meterkast bevinden zich de aansluitingen en meters van de nutsvoorzieningen. Nutsvoorzieningen zijn bedrijven die iets produceren, of diensten leveren van algemeen nut. Daaronder vallen bijvoorbeeld telefonie, kabel, glasvezel, elektriciteit, water en gas.

Met een kilowattuurmeter (kWh-meter) wordt de hoeveelheid omgezette elektrische energie gemeten. De kWh-meter is vaak een dubbele meter: een dag- en nachtmeter. 's Nachts wordt er minder elektrische energie verbruikt dan overdag. Om mensen te stimuleren de wasmachine of vaatwasser 's nachts te laten werken, is er voor de nacht een goedkoper tarief. Zo zijn de schommelingen in het energieverbruik minder groot. In figuur 61 zie je een analoge en een digitale kWh-meter.



▲ **figuur 61** een analoge kWh-meter (a) en een digitale kWh-meter (b)

Naast de kWh-meter zijn er in de meterkast achtereenvolgens een hoofdschakelaar, een aardlekschakelaar, groepszekeringen en groepsschakelaars te vinden. In figuur 62 zie je hoe de verschillende componenten met elkaar verbonden zijn. De hoofdzekering werkt net als een gewone zekering, maar als de hoofdzekering stuk is, moet iemand van de energiemaatschappij langskomen om deze te vervangen. Dit geldt ook voor de kWh-meter. Beide apparaten zijn voorzien van een veiligheidsloodje aan een touwtje, dat moet worden verbroken om de componenten te vervangen. Die loodjes zijn geplaatst om te voorkomen dat er wordt gefraudeerd met meterstanden of dat er illegaal energie wordt afgetapt. Met de hoofdschakelaar schakel je alle elektriciteit in huis uit.



▲ **figuur 62** voorbeeld van een schakelschema in huis

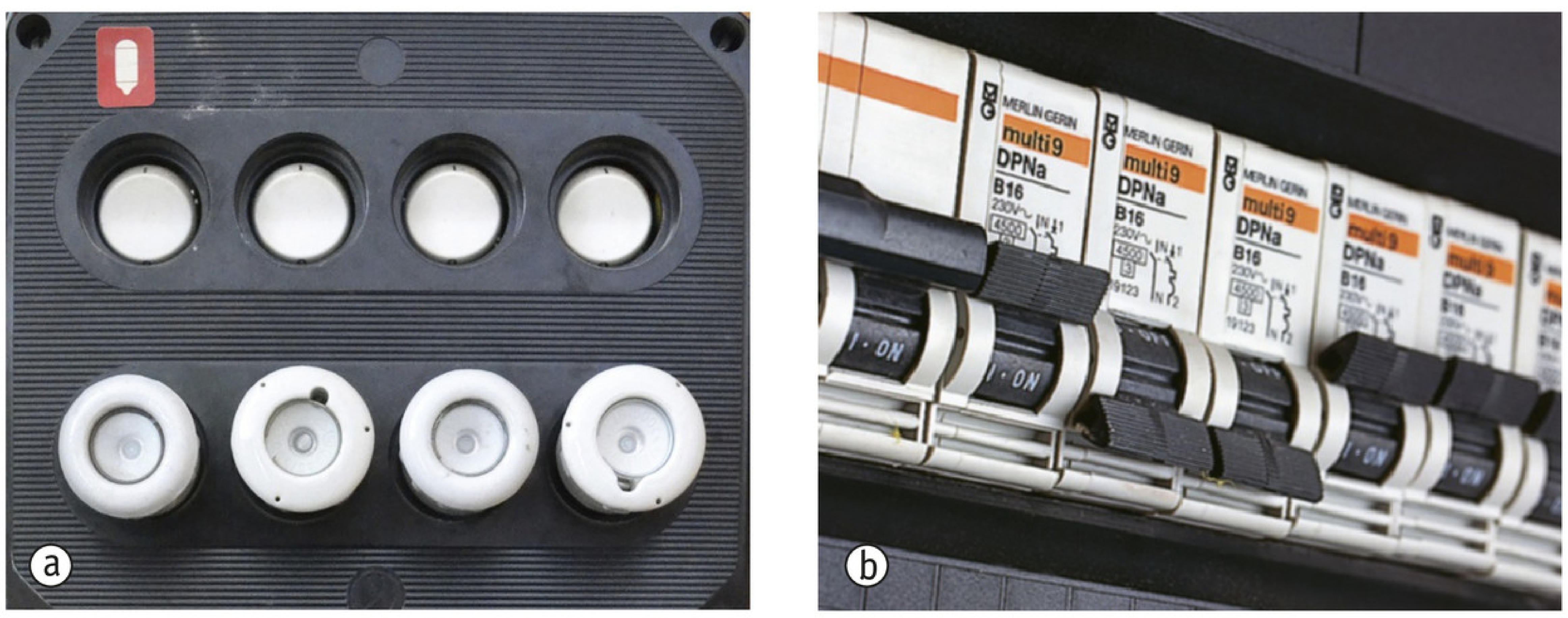
Voorbij de hoofdschakelaar is de aardlekschakelaar geïnstalleerd. De **aardlekschakelaar** registreert of de stroomsterkten in de aan- en afvoerende draad aan elkaar gelijk zijn. Een verschil betekent dat er ergens stroom 'weglekt'. De aardlekschakelaar onderbreekt het stroomcircuit als het verschil groter is dan 30 mA. Een aardlekschakelaar zie je in figuur 63.



▲ **figuur 63** een aardlekschakelaar

Groepen

Na de aardlekschakelaar vertakt het stroomcircuit in huis zich in verschillende groepen. Elke groep bevat een zekering met een groepsschakelaar. In oudere installaties bevinden zich glas- of smeltzekeringen (figuur 64a). Zo'n zekering smelt als de stroom die erdoor gaat, te groot wordt. Nieuwere installaties maken gebruik van automatische zekeringen (figuur 64b). Als die automaat een te grote stroom detecteert, schakelt deze de spanning af.

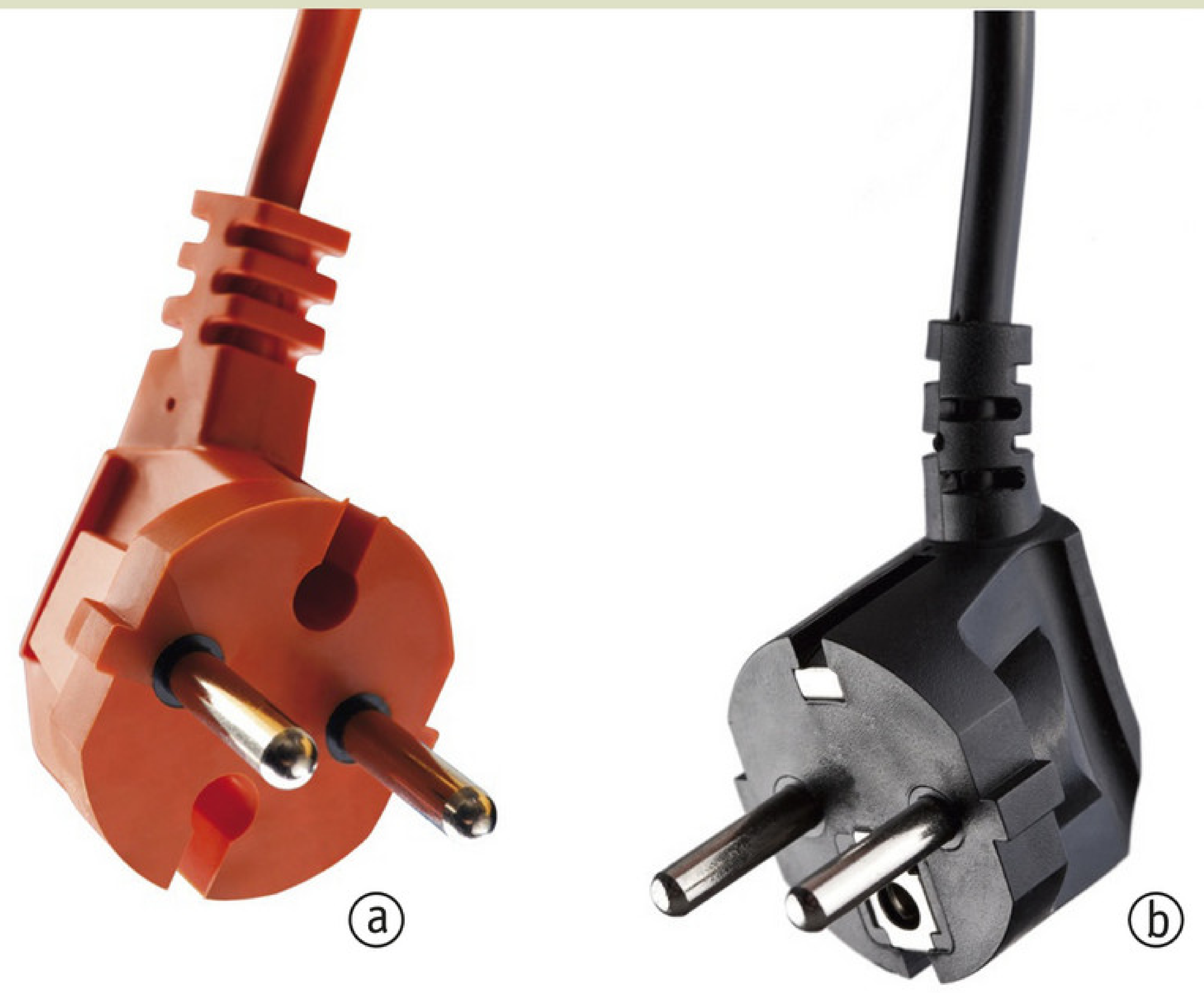


▲ **figuur 64** een smeltzekering met aparte schakelaar (a) en een automatische zekering (b)

Het werken met groepen heeft een aantal voordelen. Als de elektriciteit in een bepaalde groep wordt uitgeschakeld door de groepszekering, is er in de rest van het huis nog wel elektriciteit. En als je in de keuken een nieuwe lamp wilt ophangen, schakel je alleen de groep van de keuken uit. Je moet er dan wel zeker van zijn dat je de juiste groepsschakelaar kiest.

Om te controleren of er nog spanning staat op de draden die naar de lamp gaan, maak je gebruik van een spanningzoeker. Dit is een soort schroevendraaier met een lampje in het handvat die je tegen de elektriciteitsdraad houdt. Als er spanning op de draad staat, gaat het lampje in de schroevendraaier branden. Op dat moment lekt er stroom weg via jouw lichaam naar de aarde. Doordat deze stroom kleiner is dan 30 mA, grijpt de aardlekschakelaar niet in. De stroom is zo klein dat je er niets van merkt en er geen schade van ondervindt. Controleer altijd eerst of de spanningzoeker werkt in een functionerend stopcontact.

Apparaten met een metalen behuizing, met bewegende delen of met elektrische onderdelen die in aanraking kunnen komen met water, hebben meestal een stekker met randaarde (figuur 65b). De randaarde zijn de metalen strips aan de buitenzijde van de stekker.



▶ **figuur 65** een stekker zonder randaarde (a) en een stekker met randaarde (b)

Bij een apparaat met een metalen behuizing wordt de randaarde van de stekker verbonden met de behuizing. Als door een fout in het apparaat de stroomdraad in contact komt met de metalen behuizing, komt de behuizing maar kortstondig onder spanning te staan. De aardlekschakelaar grijpt namelijk in zodra er een bepaalde hoeveelheid stroom weglekt. Doordat de weerstand in dit geval erg klein is, wordt de lekstroom heel groot. Dit biedt een extra zekerheid. Mocht de aardlekschakelaar onverwachts niet ingrijpen, dan zal uiteindelijk de zekering de stroomkring verbreken. De zekering is echter trager dan de aardlekschakelaar, dus ‘wint’ de aardlekschakelaar meestal.

Een zekering verbreekt de stroomkring niet alleen bij overbelasting, maar ook bij kortsluiting. **Kortsluiting** ontstaat als stroom een andere weg kan nemen, met een weerstand van bijna nul ohm. Dit kan bijvoorbeeld gebeuren als de isolatielaag om twee stroomdraden beschadigd is, waardoor de draden contact maken (figuur 66).



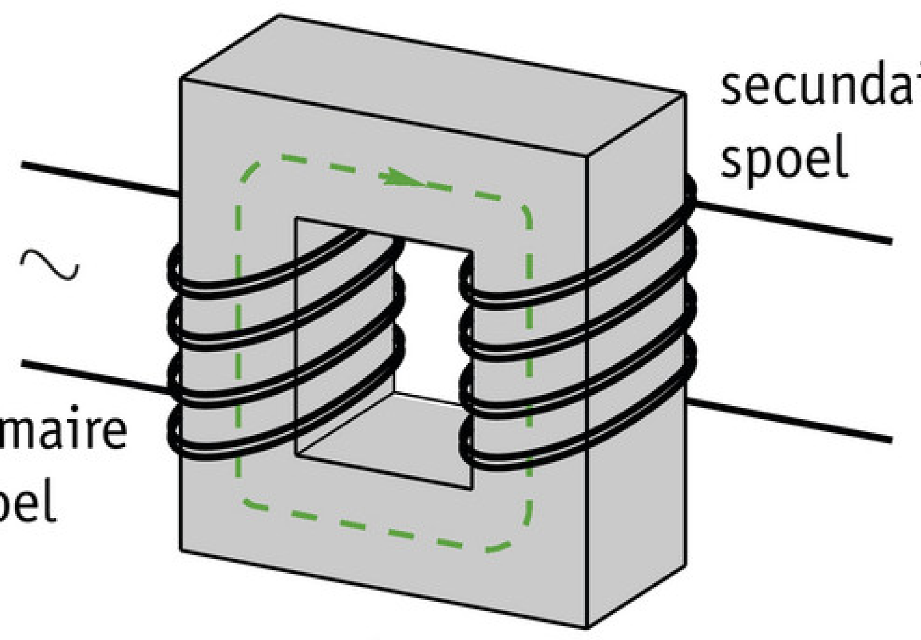
▲ **figuur 66** Als je deze kabel gebruikt, ontstaat er kortsluiting.

Transformator

In tegenstelling tot de gelijkspanning van een batterij, accu of zonnepaneel levert het stopcontact een wisselspanning. Voor veel apparaten maakt het niets uit of ze op een wisselspanning van 230 V werken (netspanning) of op een even grote gelijkspanning. Een waterkoker bijvoorbeeld produceert in beide gevallen evenveel warmte. Maar voor sommige elektrische apparaten in huis is de spanning van het lichtnet te hoog, zoals voor een deurbel of voor een bureaulamp met een halogeenlampje.
Wisselspanning heeft als voordeel dat deze met behulp van een transformator op elke gewenste waarde kan worden gebracht.

Een transformator bestaat uit een metalen kern waaromheen twee of meer spoelen zijn gewikkeld. Een spoel is een draad die in een of meer cirkels is gewikkeld. Het aantal wikkelingen noem je het aantal **windingen** van de spoel.

Een schematische weergave van een transformator zie je in figuur 67. Een wisselspanningsbron wordt aangeduid met een golfje (~). De spoel die is aangesloten op de wisselspanningsbron, noem je de **primaire spoel**. De andere spoel is de **secundaire spoel**. De spanning die de secundaire spoel afgeeft, hangt af van de verhouding van de wikkelingen die zich in de primaire en secundaire spoel bevinden. Afhankelijk van die verhouding kan de afgegeven spanning worden verhoogd of verlaagd ten opzichte van de ingaande spanning.



▲ **figuur 67** een transformator

Onthoud!

- Een kWh-meter meet het elektrisch energieverbruik.
- Als er stroom door een draad gaat, wordt deze warm. Dit komt doordat de elektronen die door de draad gaan weerstand ondervinden.
- Een zekering schakelt de stroom uit als de stroom door de zekering groter wordt dan een ingestelde waarde.
- De aardlekschakelaar controleert of de stroom in de heen- en teruggaande draden aan elkaar gelijk is en schakelt de spanning af als dit niet het geval is.
- Bij kortsluiting wordt de stroomsterkte te groot, doordat stroom een weg neemt zonder noemenswaardige weerstand.
- Met een transformator kun je de hoogte van een wisselspanning veranderen.

Opdrachten

50 Elektriciteit in huis
Beantwoord de volgende vragen.
- **a** Leg uit hoe een zekering werkt.
- **b** Wat is het verschil tussen kortsluiting en overbelasting?
- **c** Waarom wordt een draad warm als er een stroom doorheen gaat?
- **d** Wat is de functie van een transformator?
- **e** Leg uit wat er gebeurt als je een schakelaar parallel schakelt aan het stopcontact en de schakelaar vervolgens sluit.

51 Weerstand
Beantwoord de volgende vragen.
- **a** De hoeveelheid warmte die per seconde ontstaat, is gelijk aan $P = I^2 \cdot R$.
  Leid dit af met behulp van de formule van Ohm en de formule van vermogen.
- **b** Als je een kabelhaspel als verlengsnoer gebruikt, is het belangrijk om deze helemaal af te rollen.
  Leg uit waarom.
- **c** Leg uit dat de totale weerstand steeds kleiner wordt naarmate je meer weerstanden parallel aansluit op het stopcontact.

52 Telefoonlader

Op de lader van je mobiele telefoon staat op het typeplaatje: 5,0 V; 0,70 A. Dit is de spanning en stroom waarmee een mobiele telefoon werkt.

a Bereken het vermogen dat de telefoonlader kan leveren.

b Van het lichtnet naar de oplader loopt een stroom.
Bereken de grootte van deze stroom, ervan uitgaande dat het vermogen gelijk is aan dat van de telefoon.

c Wat kun je zeggen over het verband tussen stroomsterkte en spanning bij een gelijkblijvend vermogen?

53 Koffiezetapparaat

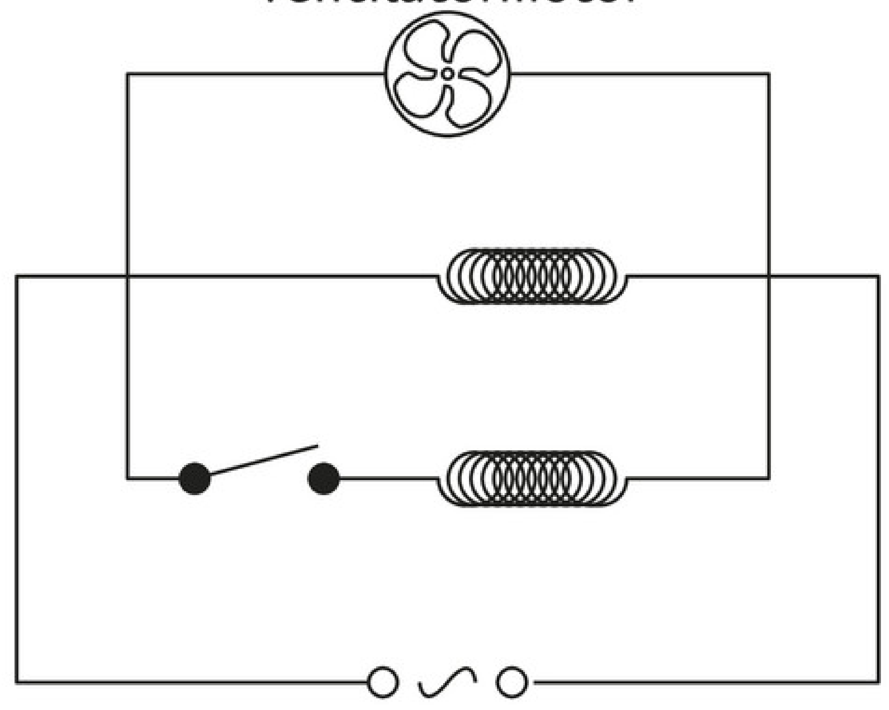
Het verwarmingselement van een koffiezetapparaat heeft een vermogen van $1{,}60 \cdot 10^3$ W. De netspanning is 230 V.

a Laat zien dat de weerstand van het verwarmingselement 33,1 Ω is.

b De draad van het verwarmingselement is gemaakt van nichroom en heeft een diameter van 0,22 mm.
Bereken de lengte van de draad.

54 Ventilatorkachel

Een ventilatorkachel wordt aangesloten op een netspanning van 230 V. De kachel heeft twee standen waarbij verwarmde lucht wordt uitgeblazen. Als de schakelaar in figuur 68 openstaat (stand 1), is de lucht lauw. Het elektrisch vermogen van de ventilatorkachel is dan 0,70 kW. Als de schakelaar wordt gesloten (stand 2), is de lucht warm. Het elektrisch vermogen is dan 1,3 kW.



▲ **figuur 68** schakelschema van een ventilatorkachel

De ventilatorkachel wordt op een aparte groep met een zekering van 16 A aangesloten.

a Laat met een berekening zien of bij gebruik van de ventilatorkachel de zekering het stroomcircuit onderbreekt.

Beide verwarmingsspiralen hebben hetzelfde elektrisch vermogen.

b Toon aan dat het elektrisch vermogen van de ventilator 0,1 kW is.

c Laat zien dat de weerstand van een verwarmingsspiraal 88 Ω is.

d Een verwarmingsspiraal kan doorbranden als een plek op de spiraal dun is geworden. De hoeveelheid elektrische energie die per seconde in warmte wordt omgezet, is het grootst op de plek waar de spiraal het dunst is.
Leg dit uit met behulp van de formule $P = I^2 \cdot R$.

Eindopdracht

55 Schrikdraadinstallatie

Om schapen binnen een omheining te houden, plaatst een herder een afrastering van schrikdraad. De spanning over de draad is afkomstig van een accu die overdag wordt opgeladen met een zonnepaneel. Het paneel bestaat uit 40 geschakelde zonnecellen die elk 0,30 V spanning leveren. Op een zonnige dag levert het paneel bij een spanning van 12 V een stroomsterkte van 0,42 A.

a Leg uit of de zonnecellen in serie of parallel geschakeld zijn.

b Bereken het aantal elektronen dat per seconde door de zonnecellen stroomt.

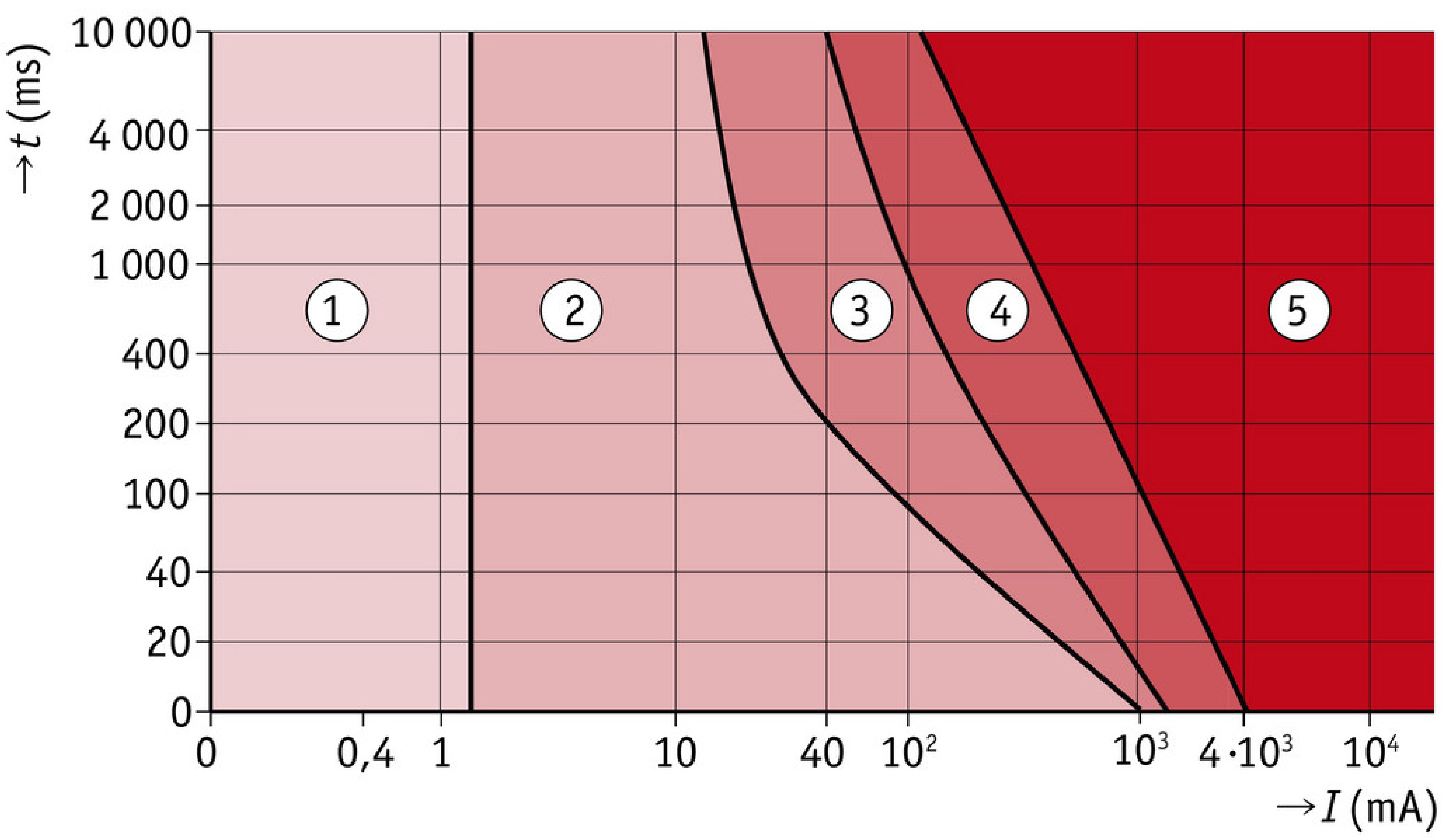
c Toon aan dat het paneel een maximaal elektrisch vermogen van 5,0 W kan leveren.

d Op de accu staat: 9,0 V, 55 Ah. Dat wil zeggen dat een ‘volle’ accu bij 9,0 V spanning gedurende 1 uur een stroomsterkte van 55 A kan leveren of gedurende 11 uur een stroomsterkte van 5,0 A, enzovoort. Na het afgeven van deze 55 Ah is de batterij leeg.
Bereken hoelang het duurt voordat een lege accu door het zonnepaneel op zonnige dagen volledig is opgeladen.

e Als schrikdraad wordt een 280 m lange roestvrijstalen draad gebruikt met een weerstand van 20 Ω.
Bereken de dikte van de draad.

f De spanning van de accu wordt omgevormd tot hoogspanningspulsen. Tijdens de kortdurende pulsen staat over de schrikdraad een spanning van $1{,}0 \cdot 10^3$ V.
Op een bepaald moment raakt de herder de schrikdraad met zijn vinger aan. De totale elektrische weerstand van zijn lichaam kan worden opgevat als drie serieweerstanden: de contactweerstand tussen de draad en de vinger (4,0 kΩ), zijn lichaam (1,5 kΩ) en de contactweerstand tussen de schoenen en de grond (15 kΩ).
Bereken de stroomsterkte door het lichaam.

g Hoe gevaarlijk een elektrische stroom is die door het lichaam gaat, hangt niet alleen af van de grootte van de stroom, maar ook van hoelang die stroom door het lichaam loopt. Figuur 69 toont hoe stroomsterkte en tijd met elkaar samenhangen. Je ziet vijf gebieden in het diagram. In gebied 1 zijn er geen gevolgen voor het lichaam. In gebied 2 voel je pijn, maar zijn er geen blijvende gevolgen voor het lichaam. In gebied 3 krijg je ademhalingsproblemen en zware krampen. In gebied 4 heb je kans op een hartstilstand. In gebied 5 krijg je vrijwel zeker een hartstilstand.
Bepaal met behulp van de figuur in hoeverre de berekende stroomsterkte bij opdracht f schadelijk is.



▲ **figuur 69** Hoe gevaarlijk is stroom door het lichaam?

8 Practicum

EXPERIMENT 1 De (I,U)-karakteristiek van een weerstand en een gloeilampje (onderzoekspracticum)

Inleiding
Voor een weerstandje geldt de wet van Ohm en voor een gloeilamp niet.
In dit experiment ga je een (I,U)-diagram maken voor twee gloeilampen en twee weerstandjes.

Onderzoeksvraag
Hoe zien de (I,U)-karakteristieken van een weerstand en van een gloeilamp eruit?

Benodigdheden
voedingskastje; vijf kabeltjes; twee verschillende weerstanden; twee verschillende gloeilampjes; stroommeter; spanningsmeter

Uitvoering
- Schakel het eerste weerstandje in serie met een stroommeter en het voedingskastje.
- Schakel de spanningsmeter parallel aan het weerstandje.
- Verander de spanning van het voedingskastje in stapjes van 0,25 V beginnend bij 0 V en eindigend bij 3,0 V en noteer de gemeten stroom bij elke spanning.
- Herhaal de voorgaande stappen voor het tweede weerstandje en de twee verschillende gloeilampen.

Verwerking

1. Maak een (I,U)-diagram van de meetgegevens voor elke component.
2. Wat valt je op aan de (I,U)-grafiek van de weerstandjes als je de vorm van de grafiek vergelijkt met die van de gloeilampen?
3. Bepaal de weerstand van elke component bij een spanning van 0,5 V en 2,0 V uit het gemaakte (I,U)-diagram.
4. Wat valt je op aan de berekende weerstandswaarden?

Conclusie

5. Beantwoord de onderzoeksvraag.

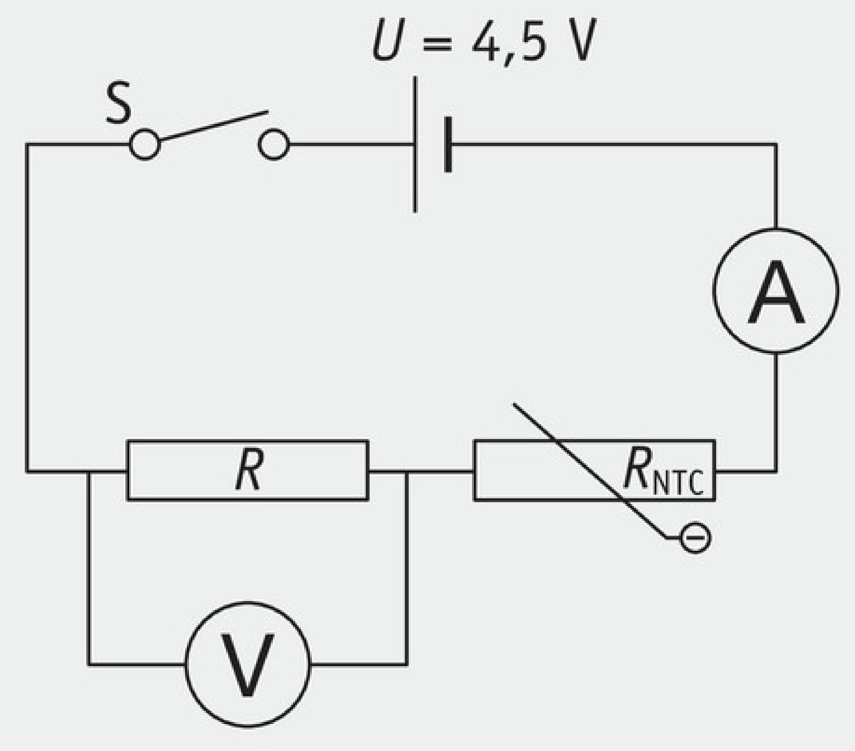
EXPERIMENT 2 Temperatuurbepaling met een NTC (onderzoekspracticum)

Inleiding
De vloeistofthermometer heeft voor nauwkeurige temperatuurbepalingen plaatsgemaakt voor de elektrische thermometer. In de elektrische thermometer wordt gebruikgemaakt van een bijzondere eigenschap van de NTC-weerstand: de weerstandswaarde van de NTC is afhankelijk van de temperatuur.

Onderzoeksvraag
Wat is het verband tussen de weerstand van de NTC en de temperatuur?

Benodigdheden
batterij van 4,5 V; NTC-weerstand; weerstand van 100 Ω; stroommeter; spanningsmeter; schakelaar; snoeren; vier krokodillenklemmen; bekerglas van 500 mL; vloeistofthermometer –10 °C tot +110 °C; thermoskan met heet water; lucifers; stopwatch

Uitvoering
Bouw de schakeling van figuur 70.



▲ **figuur 70** de opstelling van experiment 2

Meetserie A
- Vul het bekerglas met 100 mL kraanwater en leg de NTC in het water in het bekerglas.
- Meet de temperatuur van het water met de vloeistofthermometer, sluit de stroomkring en lees de

spannings- en stroommeter af. Neem tabel 3 over en noteer de meetwaarden.
- Giet 50 mL heet water uit de thermoskan bij het water in het bekerglas en herhaal de meting tien keer. Noteer steeds de temperatuur en de meetwaarden van de spannings- en stroommeter.

▼ **tabel 3** temperatuurstijging door water

T (°C)	U (V)	I (A)	resultaten

Meetserie B
- Haal de NTC uit het water, laat hem even in kraanwater afkoelen en droog hem af.
- Verwarm de NTC door hem met een lucifer te verhitten.
- Houd de lucifervlam een paar centimeter onder de NTC. Start de tijd als de brandende lucifer onder de NTC wordt gehouden en lees om de 10 s spanning U over weerstand R af. Neem tabel 3 over en noteer de meetwaarden. Je meting eindigt 1,0 min nadat de lucifer is gedoofd.

Verwerking

1. Bereken de weerstand van de NTC bij alle metingen van meetserie A en noteer de resultaten in de laatste kolom van tabel 3.
2. Maak een grafiek van de weerstand als functie van de temperatuur voor meetserie A.
3. Bereken de weerstand van de NTC bij alle metingen van meetserie B en noteer de resultaten in de laatste kolom van tabel 3.
4. Maak een grafiek waarbij je de temperatuur van de NTC uitzet tegen de tijd (meetserie B).
5. Bepaal de toptemperatuur van de NTC bij verwarming door de lucifer en het tijdstip waarop die temperatuur wordt bereikt.
6. Leg uit waarom de NTC veel sneller opwarmt dan afkoelt.
7. Leg uit waarom je de spanning over weerstand R meet in plaats van over de NTC.

Conclusie

8. Beantwoord de onderzoeksvraag.

EXPERIMENT 3 Gemengde schakelingen (apparatuurpracticum)

Inleiding

Met drie weerstanden kun je verschillende gemengde schakelingen maken.
In dit experiment ga je twee gemengde schakelingen maken. In deze schakelingen meet je alle stroomsterkten en spanningen. Vervolgens ga je na of de gemeten waarden overeenkomen met wat je theoretisch verwacht.

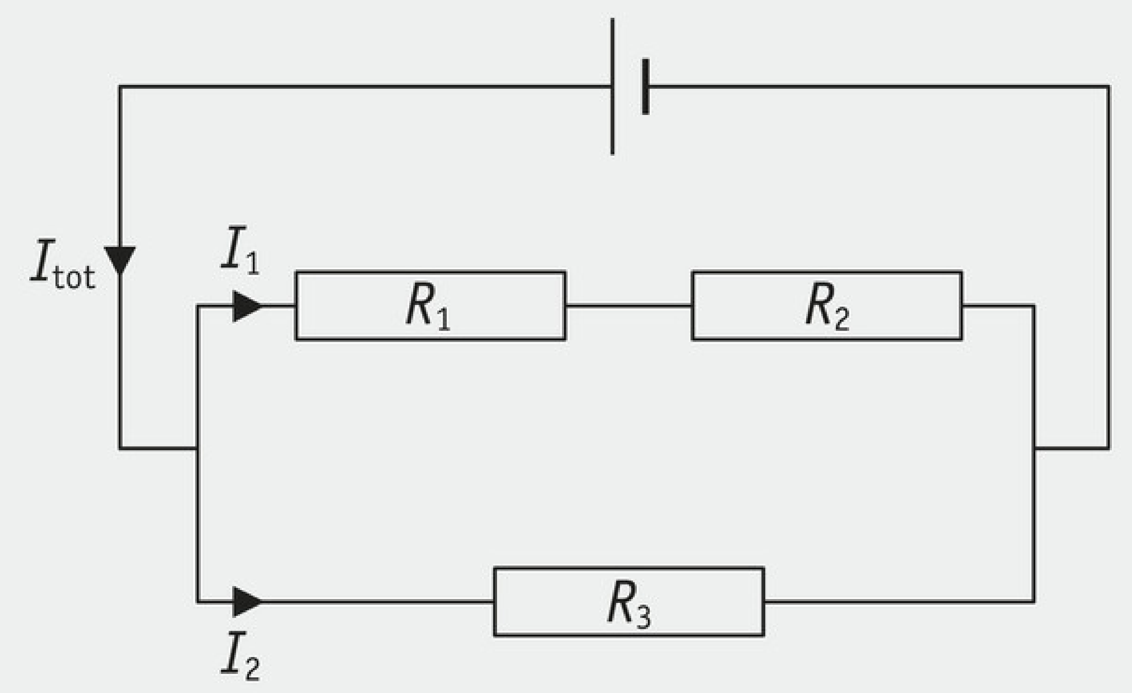
Onderzoeksvraag

Komen de gemeten stromen en spanningen bij de gemengde schakelingen overeen met de theoretische verwachting?

Benodigdheden

spanningsbron van 6,0 V; spanningsmeter; stroommeter; snoertjes; drie weerstanden: R_1 = 27 Ω, R_2 = 56 Ω en R_3 = 150 Ω (de drie weerstanden mogen ook andere waarden hebben, als de verhouding maar ongeveer klopt)

A Gemengde schakeling 1
- Stel de bronspanning met de spanningsmeter in op 6,0 V en verander deze gedurende het experiment niet meer.
- Maak de schakeling van figuur 71 waarbij je R_1 en R_2 in serie met elkaar schakelt en waarbij je R_3 parallel schakelt aan R_1 en R_2.
- Meet de stroomsterkten I_{tot}, I_1 en I_2.
- Meet de spanning over weerstand R_1.
- Meet de spanning over weerstand R_2.
- Meet de spanning over weerstand R_3.



▲ **figuur 71** een gemengde schakeling van drie weerstanden

Verwerking

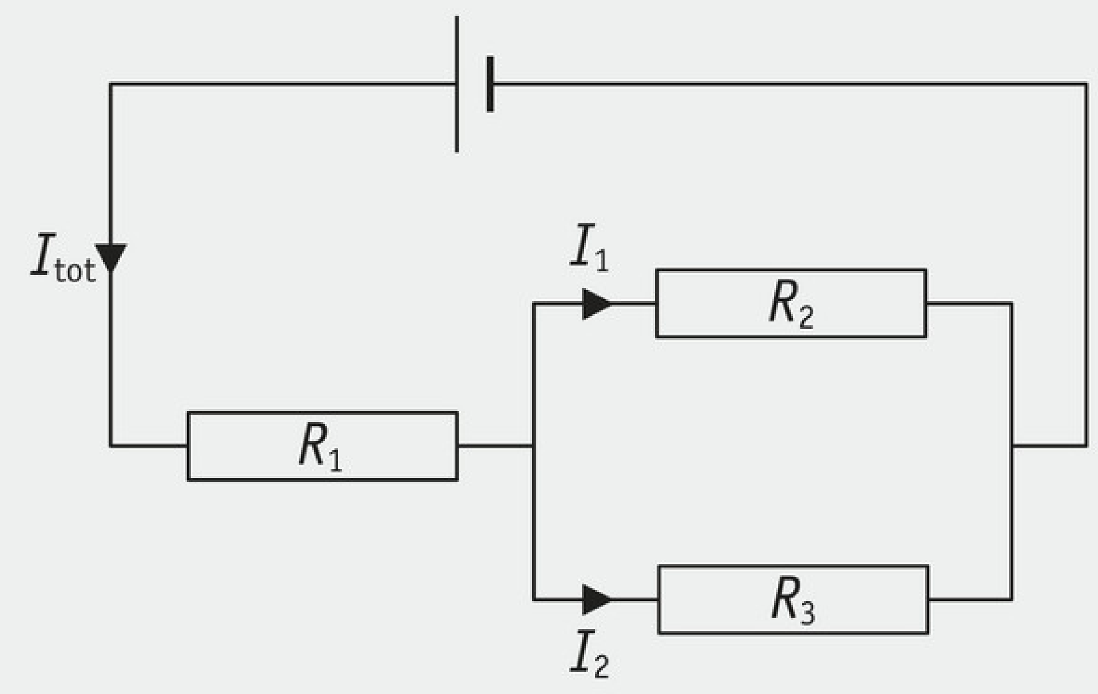
1 Vergelijk de spanning over R_3 met de spanningen over R_1 en R_2. Wat kun je hieruit concluderen?
2 Vergelijk de stroomsterkten I_{tot}, I_1 en I_2 met elkaar. Geldt $I_{tot} = I_1 + I_2$?
3 Bereken met de bronspanning en de weerstandswaarden van R_1, R_2 en R_3 de stroomsterkten I_{tot}, I_1 en I_2. Bereken ook de spanningen over elke weerstand afzonderlijk.
4 Vergelijk de berekende waarden van I_{tot}, I_1 en I_2 en van U_{R1}, U_{R2} en U_{R3} met de gemeten waarden. Komen ze met elkaar overeen?

B Gemengde schakeling 2

- Maak de schakeling van figuur 72 waarbij je R_2 en R_3 parallel schakelt. In serie hiermee schakel je R_1.
- Meet de grootte van de stroom I_{tot}.
- Meet de grootte van de deelstromen I_1 en I_2.
- Meet de spanning over weerstand R_1.
- Meet de spanning over weerstand R_2.
- Meet de spanning over weerstand R_3.

Verwerking

5 Vergelijk de gemeten hoofdstroom met de gemeten stromen I_1 en I_2. Wat kun je hieruit concluderen?



▲ **figuur 72** een tweede gemengde schakeling van weerstanden

6 Vergelijk de spanning over R_2 met de spanning over R_3.
7 Vergelijk de bronspanning met de spanning over de afzonderlijke weerstanden. Wat kun je hieruit concluderen?
8 Bereken met de bronspanning en de weerstandswaarden van R_1, R_2 en R_3 de stroomsterkten I_{tot}, I_1 en I_2. Bereken ook de spanningen over elke weerstand afzonderlijk.
9 Vergelijk de berekende waarden van I_{tot}, I_1 en I_2 en van U_{R1}, U_{R2} en U_{R3} met de gemeten waarden. Komen ze met elkaar overeen?

Conclusie

10 Beantwoord de onderzoeksvraag.

Je docent beslist of je de volgende experimenten uitvoert volgens de instructies of dat je de uitgebreide omschrijving krijgt.

EXPERIMENT 4 Eigenschappen van een draad (begripspracticum)

Inleiding

Er zijn vier eigenschappen die de weerstand van een draad noemenswaardig veranderen. Dit zijn de lengte en dikte van de draad, het materiaal waar de draad van gemaakt is en de temperatuur van de draad. De invloed van de eerste drie eigenschappen op de weerstand van een draad ga je in dit experiment onderzoeken.

Onderzoeksvraag

Welk verband is er tussen de soortelijke weerstand (a), de lengte (b) en de dikte (c) van een draad en de weerstand van deze draad?

EXPERIMENT 5 Schakelingen van weerstanden (onderzoekspracticum)

Inleiding
Met drie weerstanden kun je diverse schakelingen maken. In dit experiment ga je een serie- en een parallelschakeling maken. In deze schakelingen meet je alle stroomsterkten en spanningen. Vervolgens ga je na of de gemeten waarden overeenkomen met wat je theoretisch verwacht.

Onderzoeksvraag
Komen de gemeten stromen en spanningen bij diverse schakelingen overeen met de theoretische verwachting?

EXPERIMENT 6 Gemengde schakelingen (onderzoekspracticum)

Inleiding
Met drie weerstanden kun je verschillende gemengde schakelingen maken. In dit experiment ga je twee gemengde schakelingen maken. In deze schakelingen meet je alle stroomsterkten en spanningen. Vervolgens ga je na of de gemeten waarden overeenkomen met wat je theoretisch verwacht.

Onderzoeksvraag
Komen de gemeten stromen en spanningen bij de gemengde schakelingen overeen met de theoretische verwachting?

EXPERIMENT 7 Warmteontwikkeling in een stroomdraad (begrips-demoproef)

Inleiding
Metalen zijn goede geleiders, maar toch hebben ze weerstand. Het gevolg daarvan is dat als er stroom door een draad loopt, daarin warmteontwikkeling plaatsvindt. Daardoor stijgt de temperatuur van de draad.

Onderzoeksvraag
Wat zijn de gevolgen van het sturen van een grote stroom door verschillende typen draad?

EXPERIMENT 8 De hittedraadstroommeter (apparatuurpracticum)

Inleiding
Als door een draad stroom loopt, zal door de warmteontwikkeling in de draad de temperatuur stijgen. Door de temperatuurstijging zet de draad uit.

Onderzoeksvraag
Kan de uitzetting van de stroomdraad gebruikt worden om stroomsterkten te meten?

ONDERZOEK Deelstromen bij een parallelschakeling

Inleiding
Als je drie weerstanden parallel schakelt en aansluit op een spanningsbron, vertakt de hoofdstroom zich in drie deelstromen. In dit onderzoek ga je meten hoe de hoofdstroom zich verdeelt over de drie weerstanden.

Onderzoeksvraag
Hoe verhouden zich de deelstromen door de afzonderlijke weerstanden bij een parallelschakeling van drie weerstanden?

Praktisch
Gebruik een stroommeter. Wissel tijdens de metingen niet van bereik.

Conclusie
Beantwoord de onderzoeksvraag. Klopt de verhouding van de gemeten deelstromen met wat je verwacht uitgaande van de drie weerstandswaarden?



HOOFDSTUK 3

Krachten

Met je spierkracht ben je in staat voorwerpen een snelheid te geven. De grootte en de richting van de kracht bepalen het eindresultaat. Je zult merken dat er dikwijls nog meer krachten een rol spelen. Wat de invloed en de gevolgen van die krachten zijn, is afhankelijk van een groot aantal factoren. Die factoren ga je in dit hoofdstuk onderzoeken.

Praktijk

Theorie

Maatschappij

Studeren: Werktuigbouwkunde
Verkeersveiligheid

Praktijk

Bruggen

Als je een sloot wilt oversteken, kun je een plank over de sloot leggen. Dan heb je in feite een simpele brug gemaakt. Dit kan natuurlijk alleen als de plank sterk genoeg is. Of dat zo is, is afhankelijk van een aantal factoren. Je kunt een brede sloot bijvoorbeeld niet oversteken met een dunne plank. De plank zal doorbuigen onder je gewicht. Maar als je de dunne plank op zijn zijkant legt, buigt deze minder snel door. Niet alleen het materiaal van de plank, maar ook de vorm ervan en de manier waarop je de plank belast, bepalen de sterkte.



Verschillende soorten bruggen

Wil je een grotere afstand dan een sloot overbruggen, of de brug zwaarder belasten, dan moet je kiezen voor andere materialen of betere vormen. Steen bijvoorbeeld is een materiaal dat grote drukkrachten kan weerstaan en bogen zijn sterke vormen. De eerste echte bruggen waren dan ook stenen boogbruggen.

Het nadeel van een stenen boogbrug is dat de overspanningsbreedte, maar ook de doorvaarthoogte, beperkt is. Bovendien is de enorme hoeveelheid materiaal van de brug zelf al een grote belasting. Door gebruik te maken van andere materialen, zoals ijzer, is het mogelijk veel grotere overspanningen te maken met relatief weinig materiaal (figuur 1). Ook de ontdekking van de driehoek als sterke constructievorm heeft hieraan bijgedragen. In plaats van alleen drukkrachten wordt bij deze moderne constructies ook slim gebruikgemaakt van trekkrachten.

Bij een hangbrug houden evenwijdig lopende stalen draagkabels het betonnen wegdek omhoog. De draagkabels hangen aan dikke kabelbomen die op hun beurt zijn bevestigd aan de draagtorens en aan weerszijden van de brug zijn verankerd (figuur 2).

Om een grote overspanning te maken van beton heb je een speciaal soort beton nodig: gewapend beton. Daardoor heb je relatief weinig materiaal nodig. Er wordt gebruikgemaakt van een bepaald type gewapend beton: voorgespannen beton (figuur 3). Bij een constructie van voorgespannen

▶ **figuur 1** De Astoria-Megler-brug overspant de rivier Columbia en verbindt Astoria (Oregon) met Point Ellice (Washington). Het is een ijzeren vakwerkbrug.





▲ **figuur 2** De Golden Gate-brug in San Francisco (Californië) is misschien wel de bekendste hangbrug.

In plaats van alleen drukkrachten wordt bij deze moderne constructies ook slim gebruikgemaakt van trekkrachten.



▶ **figuur 3** De Zeeburgerbrug is een voorbeeld van een brug van voorgespannen beton.

beton wordt het wapeningsstaal al bij het maken van de constructie uitgerekt. Door het staal uit te rekken, ontstaat een trekkracht in het staal. Het uitgerekte staal wil krimpen, maar dat krimpen wordt grotendeels tegengehouden door het beton. Op het beton werkt dan een drukkracht die even groot is als de trekkracht in het uitgerekte staal.

Beweegbare bruggen

Vroeger waren steden en kastelen vaak omringd door een gracht. Om mensen binnen te laten, werd gebruikgemaakt van een zogenoemde

'valbrug'. De brug kon omhoog worden gehesen om indringers tegen te houden. Bij de valbrug zit het uiteinde vast aan kettingen. Via een katrolmechanisme worden de kettingen opgerold en kan de brug worden gehesen. Een moderne variant van de valbrug is de ophaalbrug (figuur 4). Een ophaalbrug werkt met contragewichten. Daardoor vergt het ophijsen van de brug veel minder kracht.



▶ **figuur 4** Een ophaalbrug is een moderne variant van een valbrug.

De langste brug ter wereld

In ruim vier jaar tijd is de Hangzhoubaai-brug gebouwd. Hij is met 36 kilometer de langste brug ter wereld (vergelijk de Afsluitdijk: 30 kilometer). Halverwege de brug is er een kunstmatig eiland waar automobilisten kunnen rusten of een hapje eten. De Hangzhoubaai-brug heeft twee tuiconstructies, een van 448 meter en een van 318 meter. Het wegdek is opgehangen aan dikke 'tuien' (kabels). De kabels zijn bevestigd aan zogeheten pylonen. De pylonen verdelen het gewicht van de brug over de fundering. In de tuien is sprake van trekkracht, in de pylonen van drukkracht.



▲ **figuur 5** de Hangzhoubaai-brug

Opdrachten

Bestudeer eerst de theorie van dit hoofdstuk voordat je de volgende opdrachten uitvoert.

1 Ophaalbrug
Sommige kleine ophaalbruggen over riviertjes kunnen watersporters zelf openen door aan een ketting te trekken. In figuur 6 is zo'n brug schematisch getekend. Het wegdek van de brug draait om punt A. Om de brug te openen, oefent kabel BC een kracht van $5{,}9 \cdot 10^2$ N uit op het uiteinde van het wegdek (punt B). Het zwaartepunt van het wegdek bevindt zich midden tussen A en B. De afstand AB is 3,2 m.

a Bereken de massa van het wegdek.

b Om de brug te openen trekt een watersporter aan de ketting in punt E. Aan uiteinde E van toplat EC is een extra massa aangebracht van 63 kg. De massa van de toplat zelf is te verwaarlozen. De toplat draait om punt D.
Bepaal de grootte van de kracht waarmee de watersporter minstens aan de ketting moet trekken om de brug te openen.

c Op het wegdek van de brug ligt een baksteen met een massa van 1,4 kg. Als de brug wordt geopend, schuift de baksteen bij een bepaalde stand van de brug met een constante snelheid langs het wegdek naar beneden. In die stand is de hoek die het wegdek maakt met het horizontale vlak 28°.
Bereken de grootte van de wrijvingskracht tussen de baksteen en het wegdek.

naar: examen 2000-I

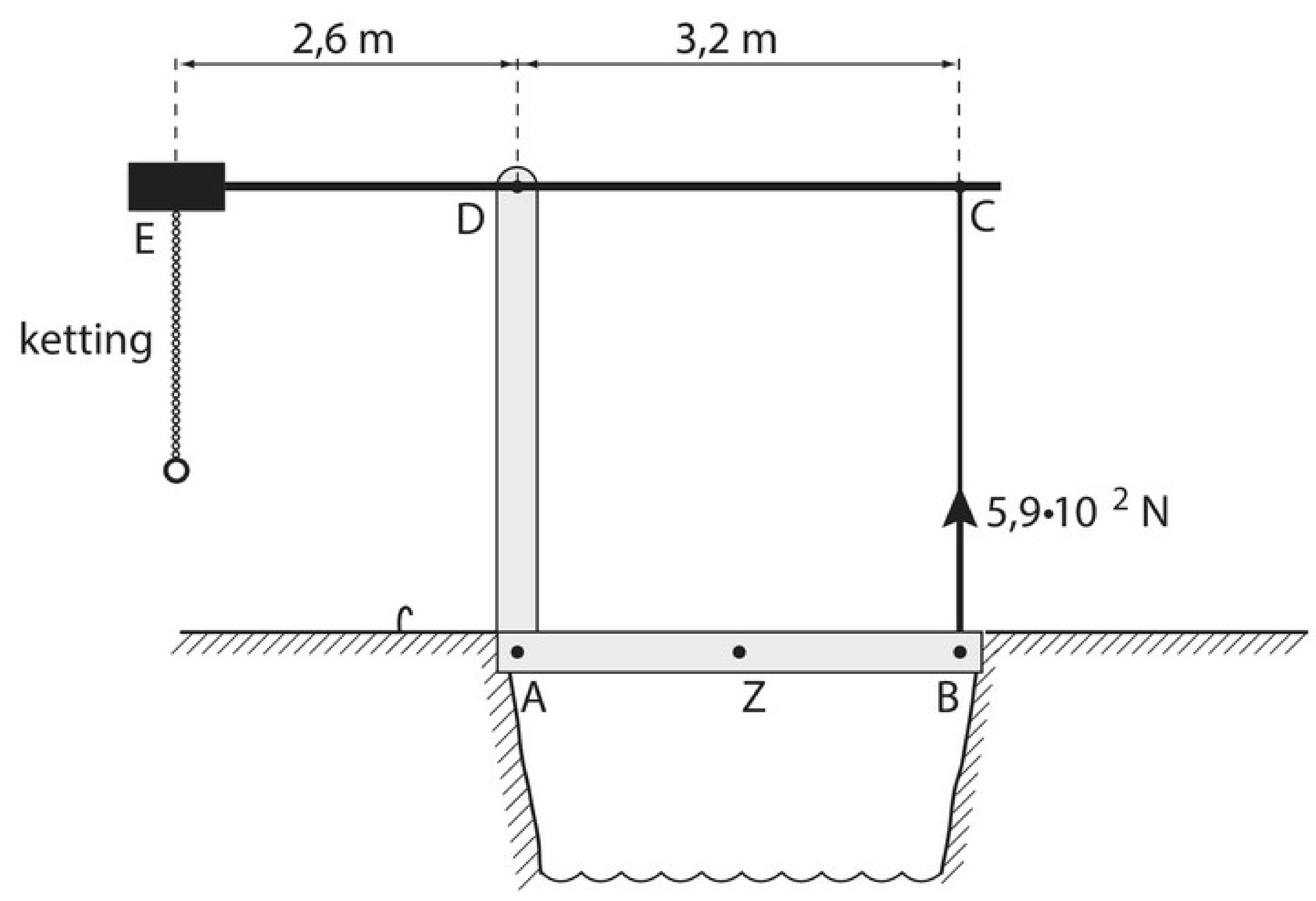
2 Helling
Maaike wil onderzoeken wat de maximale hellingshoek is waarbij een fietser nog tegen de helling van een brug kan oprijden. Daarvoor moet ze eerst schatten wat de maximale voorwaartse kracht is die een fietser kan leveren. Op internet vindt ze een diagram waarin de totale wrijvingskracht als functie van de snelheid van een (gemiddelde) fietser op een horizontale weg is weergegeven (figuur 7).

a Maaike weet dat zij op haar fiets een maximale topsnelheid van 36 km/h kan halen.
Bepaal de maximale voorwaartse kracht die Maaike volgens de gegevens in de grafiek op haar fiets zou kunnen leveren.

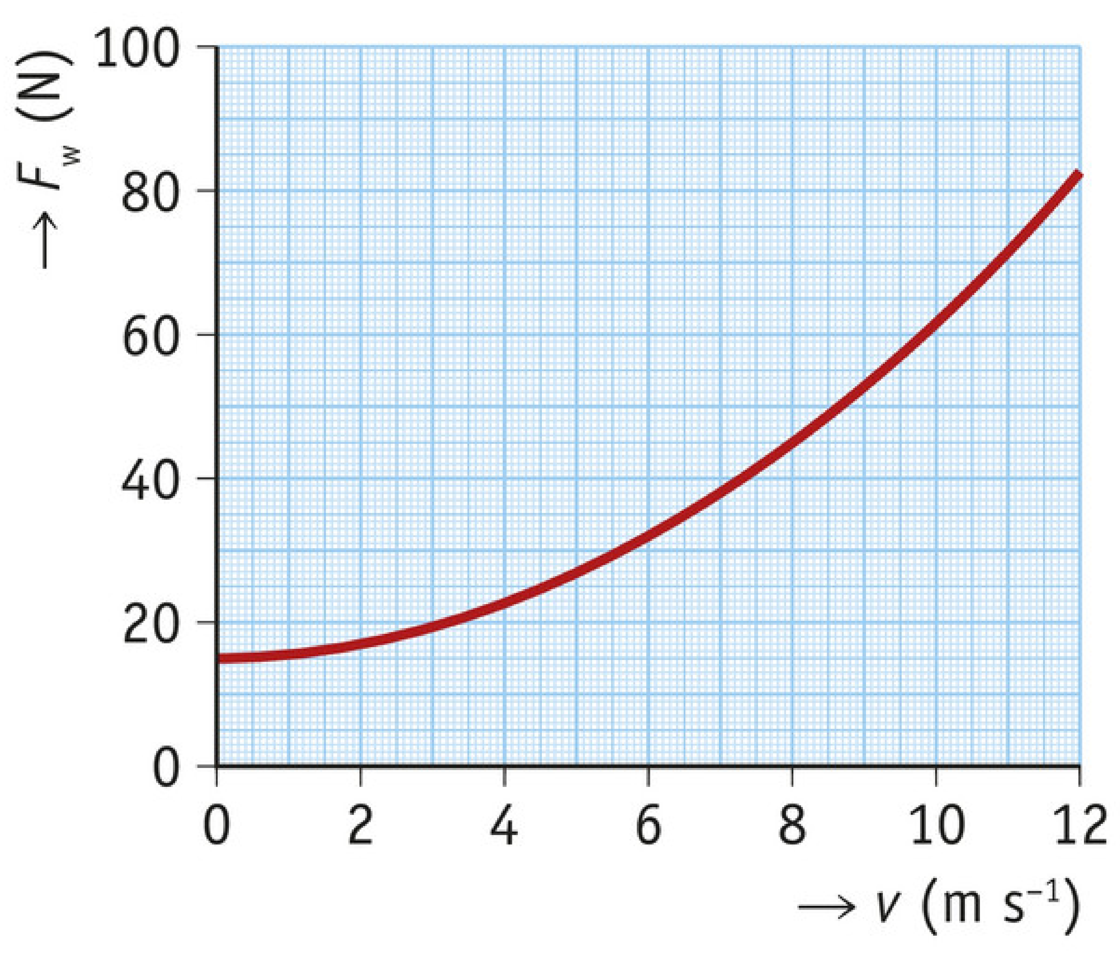
De massa van Maaike met haar fiets is 90 kg.

b Maak een schatting van de maximale hellingshoek die een oprit van een brug mag hebben. Gebruik hierbij het antwoord op opdracht a.

c Geef twee redenen waarom de werkelijke waarde (waarschijnlijk) afwijkt van de schatting in opdracht b.



▲ **figuur 6** een ophaalbrug met contragewicht



▲ **figuur 7** de wrijvingskracht op een fietser

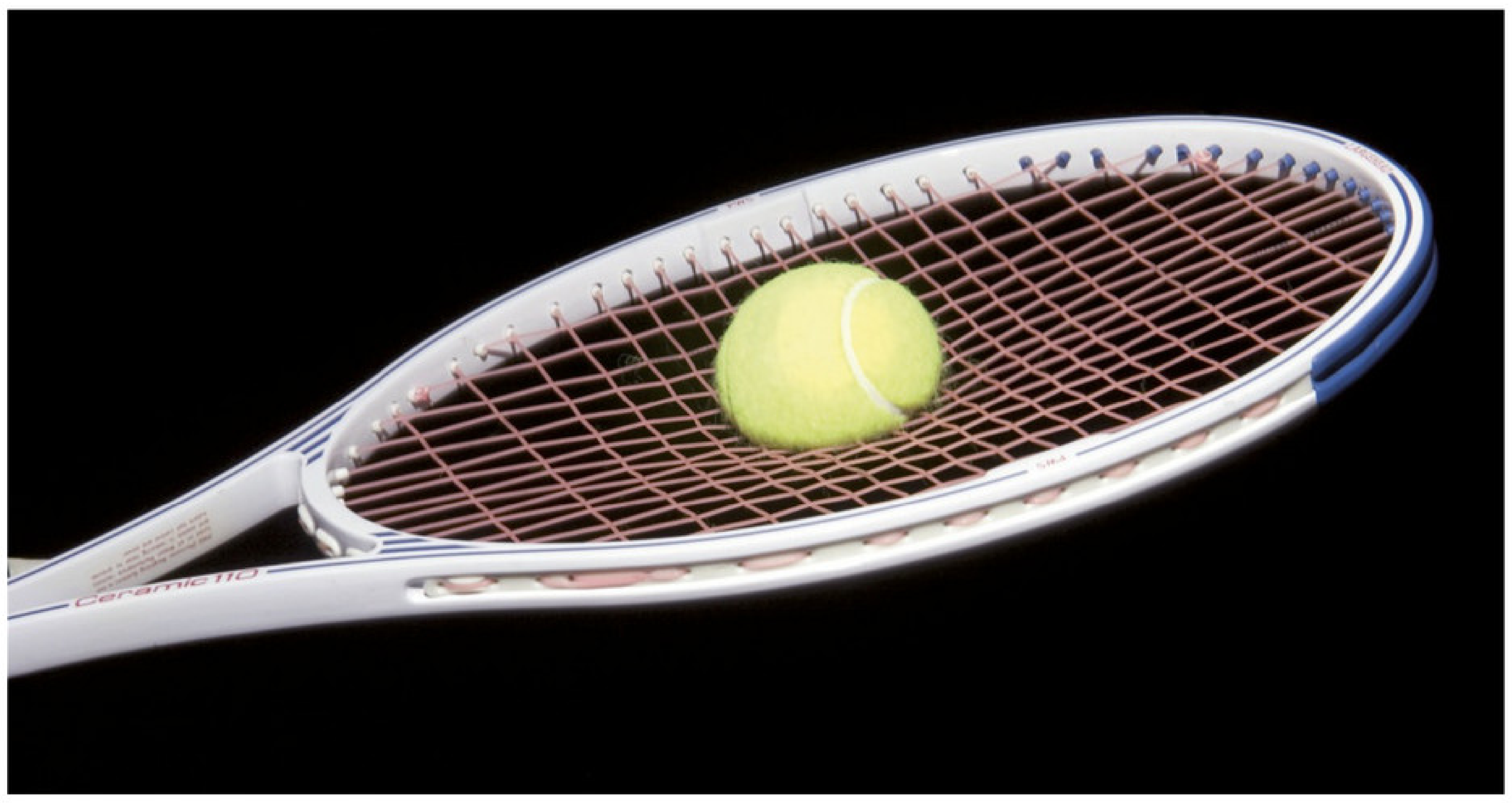
1 Krachten

In deze paragraaf leer je:
- de eigenschappen van een kracht benoemen;
- hoe je krachten tekent;
- een aantal krachten kennen.

Veel krachten ken je uit het dagelijks leven. Spierkracht is misschien wel de bekendste kracht. Die gebruik je als je turnt, voetbalt of hockeyt, maar ook als je naar school fietst of door het natuurkundelokaal loopt. Andere krachten die je waarschijnlijk al kent, zijn zwaartekracht en veerkracht. Misschien ken je nog meer krachten, zoals magnetische kracht en wrijvingskracht. Al deze krachten hebben verschillende eigenschappen.

Eigenschappen van krachten

Het is niet eenvoudig om precies te zeggen wat een kracht *is*. Het is eenvoudiger om aan te geven wat een kracht kan *doen*.
Een kracht kan een voorwerp **vervormen**. Dit kan op twee manieren: plastisch en elastisch. Een balk breekt door midden als er een te grote massa op rust. Dit heet **plastische vervorming**, omdat de balk blijvend is vervormd. De besnaring van een tennisracket vervormt als het racket een bal raakt. Dit noem je **elastische vervorming**, omdat de besnaring daarna weer terugkeert in de oorspronkelijke vorm (figuur 1).
Een kracht kan de **beweging** van het voorwerp veranderen. Als je tennist, veranderen richting en snelheid van de bal. Een parachutespringer krijgt in de eerste seconden van de val een steeds grotere snelheid door de zwaartekracht.



▲ **figuur 1** elastische vervorming

Krachten tekenen

Bij krachten is niet alleen de grootte belangrijk. Als je bij een potje volleybal de bal hard in een willekeurige richting slaat, is dat geen garantie op succes. Belangrijk is de richting waarin de kracht werkt. Een grootheid die zowel een grootte als een richting heeft, wordt een **vector** genoemd. Andere voorbeelden van vectoren zijn snelheid, versnelling en verplaatsing. Een grootheid die alleen een grootte heeft, wordt een **scalar** genoemd. Voorbeelden van scalaire grootheden zijn temperatuur, energie en massa.
Omdat krachten vectoren zijn, worden ze altijd getekend als een pijl met daarbij de letter F (van het Engelse woord voor kracht: *force*). De eenheid van kracht is newton (N). De krachten-pijl bevat alle gegevens over de kracht, namelijk:
- De richting van de pijl is de richting van de kracht.
- De lengte van de pijl komt overeen met de grootte van de kracht.
- De plaats waar de pijl begint, heet het **aangrijpingspunt** van de kracht: het punt waarop de kracht werkt.

In figuur 2 zie je hoe je een kracht tekent met een pijl. In de figuur is de pijl 2,0 cm lang. De kracht van de karateka is $F = 400$ N. Dat betekent dat 1,0 cm overeenkomt met een kracht van 200 N. Dat noteer je als: 1,0 cm $\triangleq$ 200 N. Dit wordt een **krachtenschaal** genoemd.
Als de karateka nu op een nieuw blok dakpannen een kracht van 500 N zou uitoefenen, dan zou de pijl 2,5 cm moeten zijn.

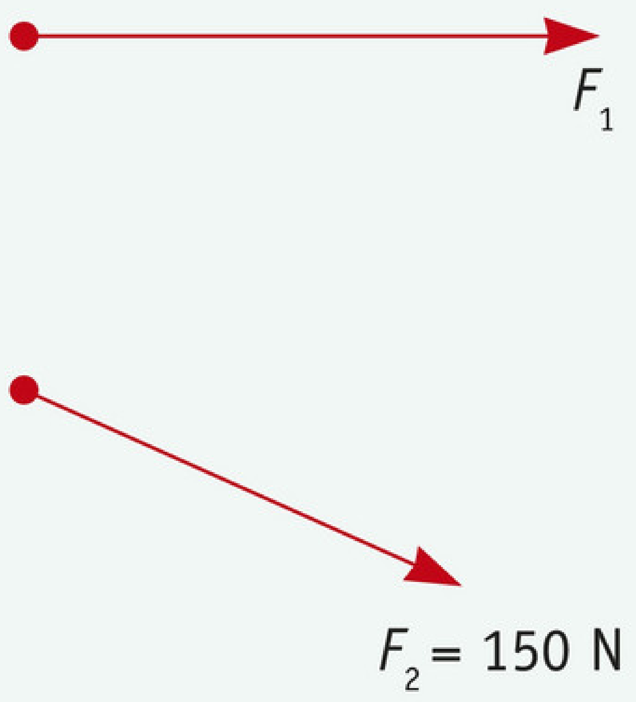


▲ **figuur 2** Een karateka oefent een kracht uit op een aantal dakpannen.

Voorbeeldopgave 1

Gebruik figuur 3.

a Hoe groot is kracht F_1 als gegeven is dat 1,0 cm $\triangleq$ 15 N?
b Bepaal de krachtenschaal bij kracht F_2.



▲ **figuur 3** twee krachten

Uitwerking

a De krachtenschaal is 1,0 cm $\triangleq$ 15 N.
Kracht F_1 is 3,0 cm lang. Dus $F_1 = 3{,}0 \times 15 = 45$ N.
b De vectorpijl van F_2 is 2,5 cm lang en F_2 heeft een grootte van 150 N, dus

$$1{,}0 \text{ cm} \triangleq \frac{150}{2{,}5} = 60 \text{ N.}$$

Massa, zwaartekracht, gewicht, normaalkracht en spankracht

De natuurkundige grootheden massa, zwaartekracht, gewicht en normaalkracht hebben zoveel met elkaar te maken dat ze regelmatig door elkaar worden gehaald.
De **massa *m*** is een maat voor de hoeveelheid materie waaruit een voorwerp bestaat en wordt uitgedrukt in kilogram. Massa is geen kracht en is ook geen vector (dus een scalar).
De **zwaartekracht F_z** is de kracht waarmee een voorwerp door de aarde (of het hemellichaam waarop het zich bevindt) wordt aangetrokken. De zwaartekracht wordt zoals alle krachten uitgedrukt in newton (N) en is een vector. Je berekent de zwaartekracht met:

$$F_z = m \cdot g$$

Hierin is:
- F_z de zwaartekracht in newton (N);
- m de massa in kilogram (kg);
- g de valversnelling in meter per seconde kwadraat (in m/s^2 of m s^{-2}).

In Nederland en België geldt: g = 9,81 m s^{-2}. In Binas tabel 31 vind je de waarde van g (onder 'gravitatieversnelling aan het oppervlak') op andere planeten en op de maan. Daarmee kun je ook de zwaartekracht op een andere planeet uitrekenen.

Voorbeeldopgave 2

Op Mars werkt een zwaartekracht van 2,6 N op een voorwerp.

a Bereken de massa van dat voorwerp.
b Hoe groot is de zwaartekracht die in Nederland op datzelfde voorwerp wordt uitgeoefend?

Uitwerking

a In Binas tabel 31 vind je g_{Mars} = 3,7 m s^{-2}.

$$m = \frac{F_z}{g} = \frac{2{,}6}{3{,}7} = 0{,}70 \text{ kg}$$

b In Nederland geldt dan: $F_z = m \cdot g = 0{,}70 \times 9{,}81 = 6{,}9$ N

Het **gewicht *G*** is de kracht die een voorwerp op zijn steunvlak uitoefent. Ook het gewicht is een kracht, dus is het een vector met de eenheid N.
De **normaalkracht F_N** is de kracht die het steunvlak op het voorwerp uitoefent. De normaalkracht staat altijd loodrecht (⊥) op het steunvlak. Ook deze kracht heeft alle eigenschappen die je van krachten kent.
Bij een hangend voorwerp werkt er ook een steunkracht op het voorwerp: de **spankracht F_s**. De spankracht is de kracht die het uiteinde van een touw of kabel op een voorwerp uitoefent. In plaats van aan een touw kun je een voorwerp ook aan een veer hangen. De kracht die de veer op het voorwerp uitoefent, heet de **veerkracht**.

Wrijvingskrachten

De kracht die een verhuizer tegenwerkt als hij een zware kist probeert te verschuiven, heet **schuifwrijvingskracht** of schuifweerstand. Deze kracht treedt op als twee oppervlakken over elkaar bewegen of proberen te bewegen. Zolang de kist nog niet beweegt, is de schuifwrijving gelijk aan de kracht waarmee de verhuizer tegen de kist duwt. Als de kist gaat bewegen, heeft de schuifwrijving zijn maximale waarde bereikt. Deze waarde hangt onder andere af van de ruwheid van de oppervlakken (van kist en vloer) en de kracht waarmee de oppervlakken tegen elkaar duwen (de normaalkracht).

De twee belangrijkste krachten die de beweging van een fietser (of auto) tegenwerken, zijn de **luchtweerstandskracht** en de **rolweerstandskracht**. Een andere naam voor deze krachten is luchtwrijving en rolwrijving. Luchtweerstand op een fietser ontstaat door de wrijving tussen de bewegende fietser en de luchtmoleculen eromheen. De luchtweerstand is evenredig met het kwadraat van de snelheid: bij een twee keer zo grote snelheid neemt de luchtweerstand toe met een factor 4. Rolweerstand is de weerstand die een voorwerp ondervindt door de vervorming van banden en ondergrond. De rolweerstand is net als de schuifwrijving recht evenredig met de normaalkracht op het voorwerp en hangt niet af van de snelheid van het voertuig.

Krachten meten

Een van de eigenschappen van krachten is dat ze voorwerpen kunnen vervormen. Soms gebeurt dat zo regelmatig dat je de mate van vervorming kunt gebruiken voor het meten van die krachten. Als je aan een veer een massa hangt, zal de veer volkomen elastisch uitrekken. Bij een twee keer zo grote kracht op de veer is de uitrekking u ook twee keer zo groot.

Kortom: $\frac{F}{u}$ is constant. Deze constante heet **veerconstante**.

In hoofdstuk 4 (paragraaf 2) leer je meer over deze veerconstante. Het verband tussen de op de veer uitgeoefende kracht en de uitrekking is lineair. Je kunt de veer ijken om er een krachtmeter van te maken. Hiervoor moet je een schaalverdeling aanbrengen. Je hebt nu een krachtmeter: de veerunster (figuur 4).
In plaats van een veer uit te rekken, kun je deze ook indrukken. Ook dan gelden voor de vervorming van de veer dezelfde eigenschappen. Daarvan maak je gebruik bij een weegschaal.



▶ **figuur 4** een veerunster

Onthoud!

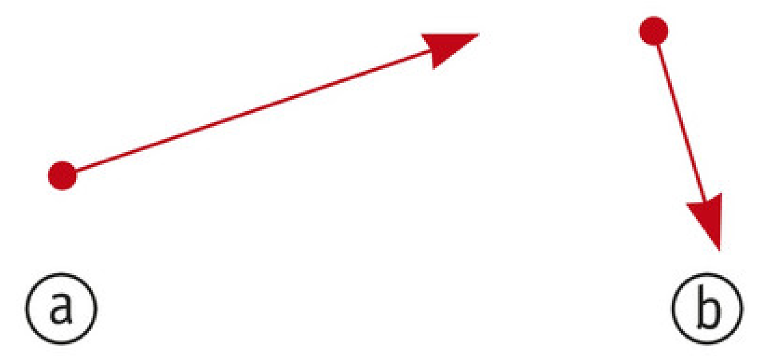
- Een kracht kan een voorwerp vervormen en/of de beweging (richting en snelheid) veranderen.
- Een kracht is een vector en wordt aangegeven met een pijl.
- De zwaartekracht op een voorwerp bereken je met $F_z = m \cdot g$.

Opdrachten

1 Krachten
Krachten hebben verschillende eigenschappen.
a Leg uit wat het verschil is tussen plastische en elastische vervorming.
b Noem drie grootheden die als vector worden weergegeven en drie grootheden die scalair zijn.
c Wat is het verschil tussen zwaartekracht en gewicht?

2 Krachten benoemen
Noem de krachten die werken op:
a een massa die aan een veer hangt.
b een blokje dat heel langzaam langs een helling omlaag schuift.
c een wielrenner die met een lekke band fietst.
d een auto die met een sleepkabel vooruit wordt getrokken.
e een brugdeel dat is opgehangen aan metalen kabels.

3 Krachtenschaal
Aan de hand van een tekening van een kracht kun je de grootte van de kracht bepalen als de krachtenschaal is gegeven.



▲ **figuur 5** twee krachten

a Bepaal de grootte van de kracht in figuur 5a als gegeven is dat 1,0 cm ≙ 50 N.
b Bepaal de krachtenschaal in figuur 5b als gegeven is dat de kracht 24 N is.

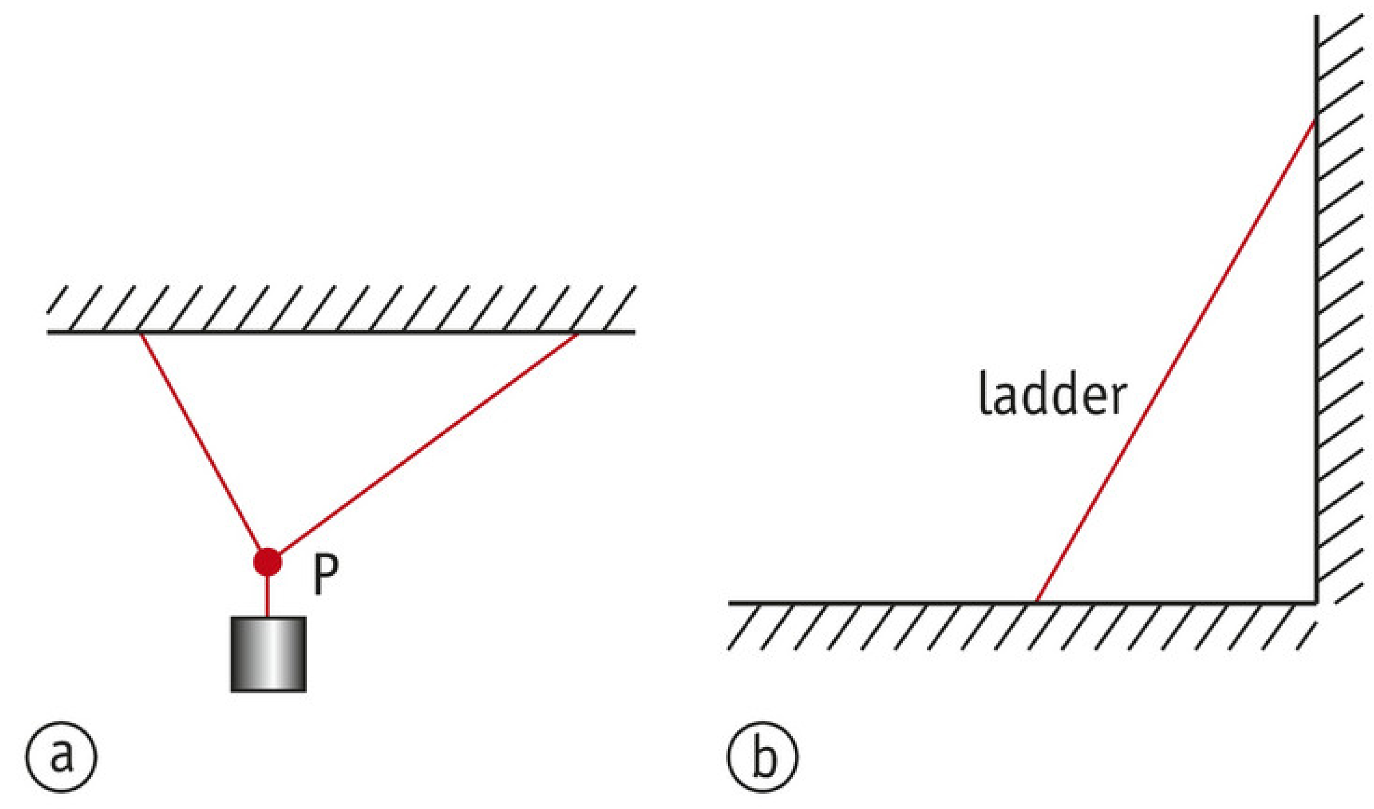
4 Veer
Als je aan een veer trekt met een kracht van 0,10 N, rekt die veer 1,0 cm uit. Aan deze veer wordt een massa van 150 g gehangen.
Bereken de uitrekking van de veer bij deze last.

5 Astronaut
De massa van een astronaut en zijn ruimtepak is 110 kg.
a Bereken de zwaartekracht die in Nederland op de astronaut werkt.

Na een ruimtereis stapt de astronaut uit een maanlander en staat op de maan.
b Bereken de zwaartekracht die nu op de astronaut werkt.
c Leg uit hoe groot de normaalkracht op de astronaut is.

6 Marslander
Op een Marslander die zich op het Marsoppervlak bevindt, werkt een zwaartekracht van $2{,}3 \cdot 10^3$ N.
Bereken de massa van de Marslander.

7 Krachten tekenen
Via een schematische tekening kun je een kracht weergeven.



▲ **figuur 6** een blokje (a) en een ladder (b)

a Schets de twee spankrachten op punt P in de twee ophangtouwen in figuur 6a.
b Schets de twee normaalkrachten op de ladder in figuur 6b.

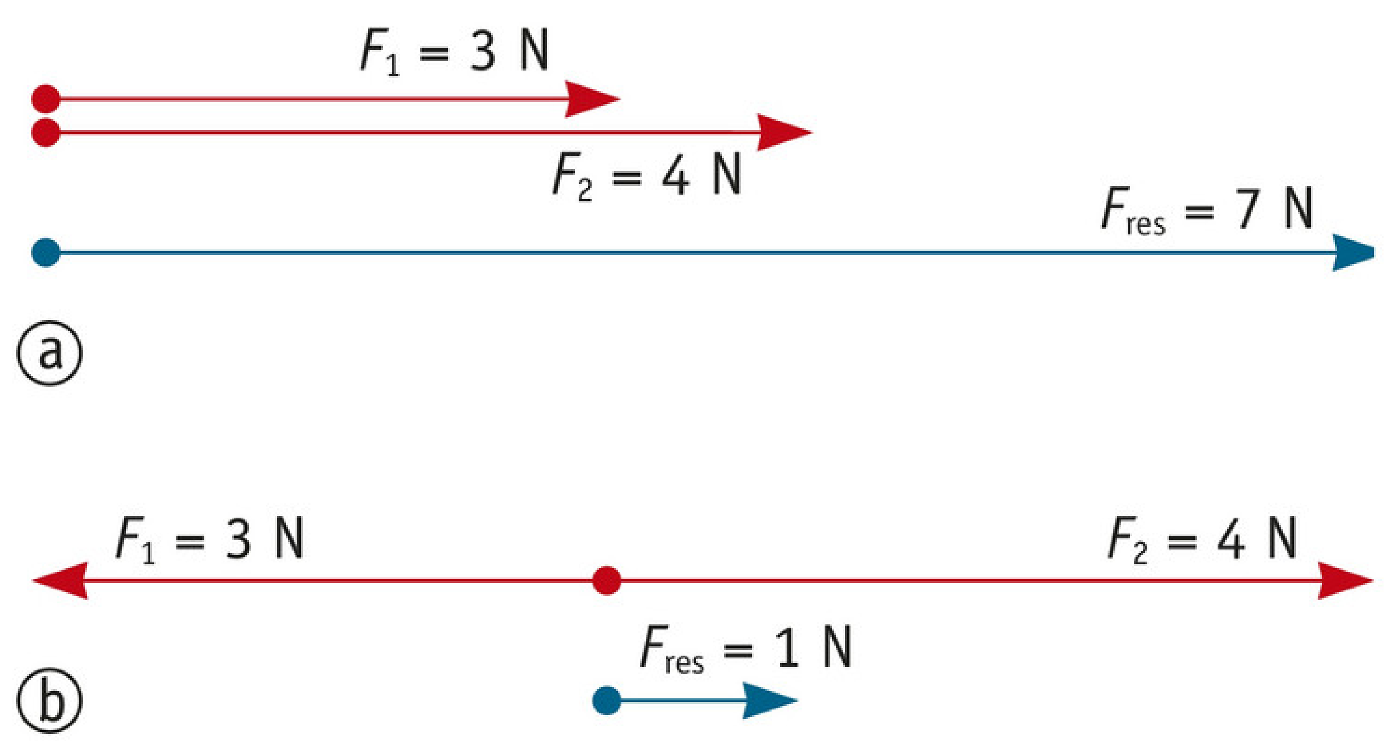
2 Krachten samenstellen

In deze paragraaf leer je:
- hoe je krachten samenstelt tot een resulterende kracht;
- hoe je de resulterende kracht berekent als twee krachten loodrecht op elkaar staan;
- hoe je de resulterende kracht bepaalt met een constructie;
- dat de snelheid van een voorwerp niet verandert als de resulterende kracht nul is.

Als er meer krachten op een voorwerp werken, is het handig om deze krachten te vervangen door één kracht die dezelfde gevolgen heeft als alle afzonderlijke krachten samen. Dit heet het samenstellen van krachten.

Krachten langs één lijn samenstellen

Die ene kracht die alle andere krachten vervangt, heet de **resulterende kracht** of korter de **resultante**. Soms wordt de resulterende kracht ook wel de somkracht of de nettokracht genoemd. Het symbool voor de resulterende kracht is F_{res}.
Als alle krachten langs één lijn werken, is het samenstellen van die krachten eenvoudig. Krachten die in dezelfde richting werken, tel je bij elkaar op. Zijn de krachten tegengesteld gericht aan elkaar, dan trek je ze van elkaar af.

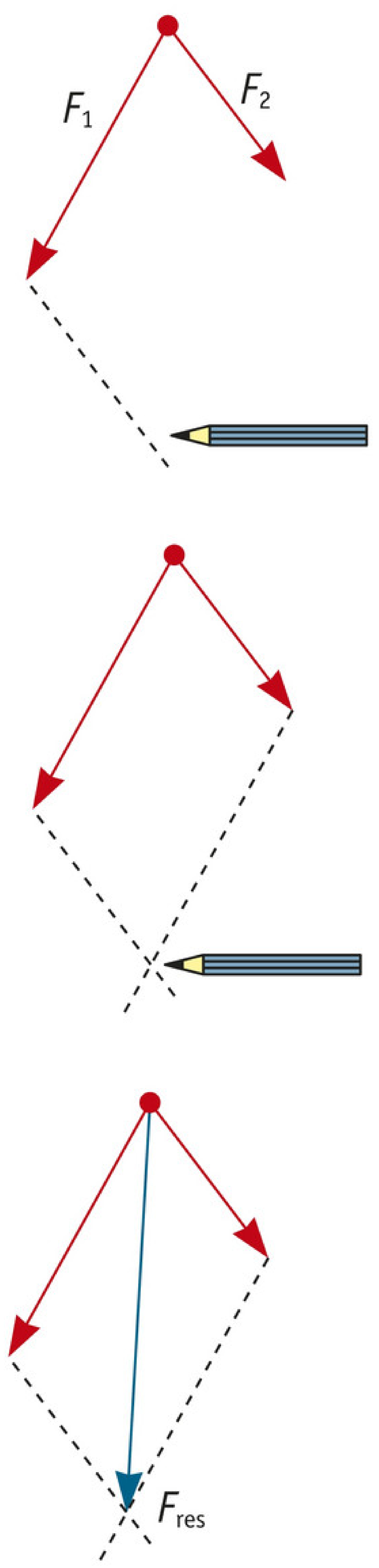


▲ **figuur 7** samenstellen van krachten langs één lijn

In figuur 7a geldt $F_{res} = F_1 + F_2 = 3 + 4 = 7$ N naar rechts.
In figuur 7b geldt $F_{res} = F_2 - F_1 = 4 - 3 = 1$ N naar rechts.

Krachten die een hoek met elkaar maken samenstellen

Als krachten een hoek maken met elkaar, bepaal je de resulterende kracht met de **parallellogrammethode** (figuur 8). Deze methode werkt als volgt.
- Kies een geschikte krachtenschaal. De pijlen moeten niet te klein, maar ook niet te groot zijn.
- Teken de krachten op schaal met de juiste hoek ertussen.
- Beschouw de twee pijlen als de twee zijden van een parallellogram. Maak dit parallellogram af door evenwijdig aan de twee pijlen de twee andere zijden te stippelen.
- Teken een pijl als diagonaal van het parallellogram. Deze pijl begint waar de oorspronkelijke pijlen beginnen (het aangrijpingspunt). De pijl eindigt in het tegenoverliggende hoekpunt van het parallellogram. De richting van deze pijl is de richting van de resulterende kracht.
- Meet de lengte van deze diagonale pijl. Met de afgesproken krachtenschaal kun je nu de grootte van de resulterende kracht bepalen.

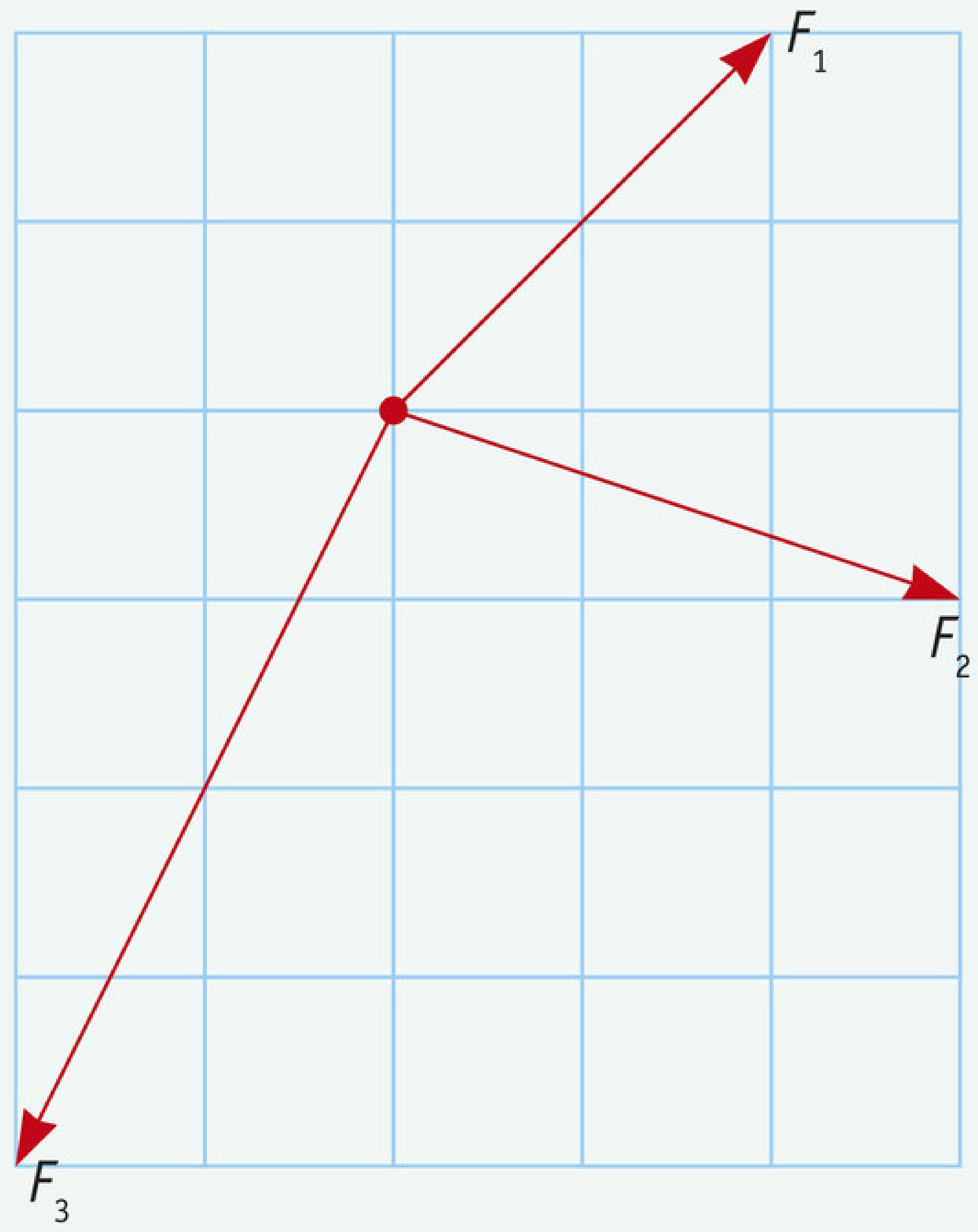


▲ **figuur 8** de parallellogrammethode

Natuurkundigen noemen het tekenen van de resulterende kracht op deze manier een **constructie**. Om de resultante van drie krachten te bepalen, begin je met het krachtenparallellogram van twee van de drie krachten te tekenen. Het maakt hierbij niet uit welke twee krachten je kiest.

Voorbeeldopgave 3

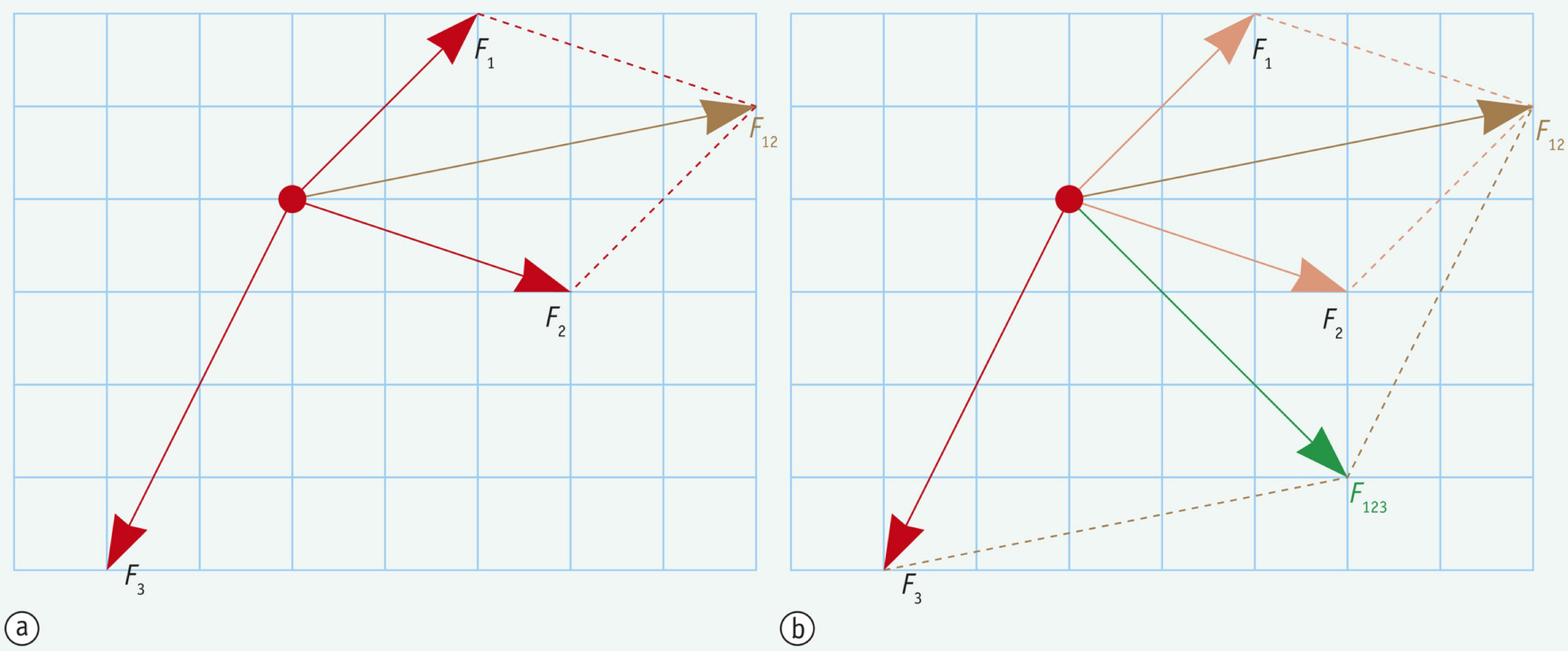
Op een voorwerp werken drie krachten: F_1, F_2 en F_3 (figuur 9).



▲ **figuur 9** Hoe stel je drie krachten samen?

Construeer de resulterende kracht F_{res}.

Uitwerking
Kies twee van de drie krachten: F_1 en F_2. Teken de resultante (F_{12}) van deze twee krachten (figuur 10a). Teken tot slot de resultante van F_{12} en F_3 (figuur 10b).



▲ **figuur 10** drie krachten en hun resultante

Als je met twee andere krachten begint, bijvoorbeeld F_1 en F_3, vind je uiteindelijk dezelfde resulterende kracht.

Loodrechte krachten samenstellen

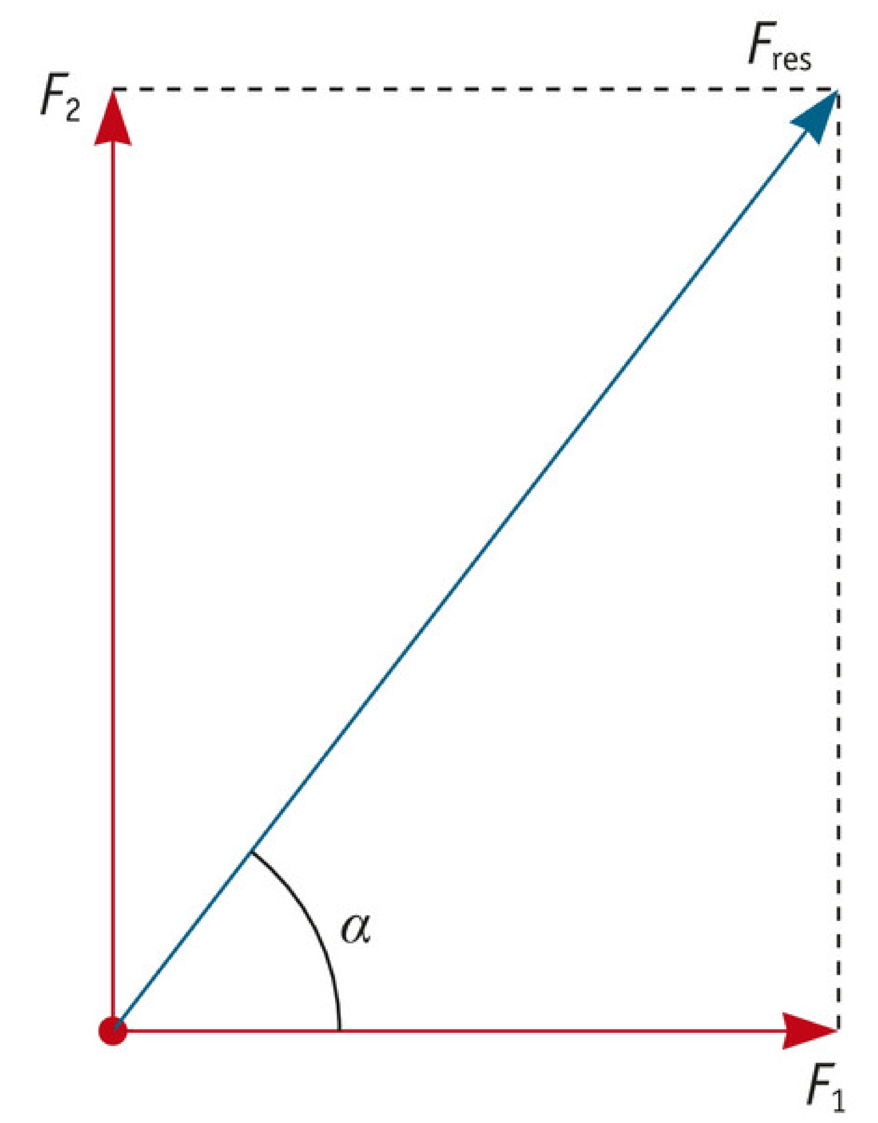
Als je twee krachten moet samenstellen die loodrecht op elkaar staan, wordt het parallellogram een rechthoek. Je kunt de grootte en richting van de resulterende kracht dan bepalen met de hiervoor beschreven parallellogrammethode, maar je kunt ze ook uitrekenen. Dit gaat door de **stelling van Pythagoras** toe te passen en met de definities van sinus, cosinus en tangens in een rechthoekige driehoek:

- sin α = overstaande zijde/schuine zijde;
- cos α = aanliggende zijde/schuine zijde;
- tan α = overstaande zijde/aanliggende zijde.

Het is handig om ook dan een schets te maken, zoals in figuur 11. In deze figuur geldt de stelling van Pythagoras:

$F_{res}^2 = F_1^2 + F_2^2$ ofwel $F_{res} = \sqrt{F_1^2 + F_2^2}$

$\sin \alpha = \dfrac{F_2}{F_{res}}$ $\quad \cos \alpha = \dfrac{F_1}{F_{res}}$ $\quad \tan \alpha = \dfrac{F_2}{F_1}$



▶ **figuur 11** twee loodrechte krachten F_1 en F_2 en hun resultante F_{res}

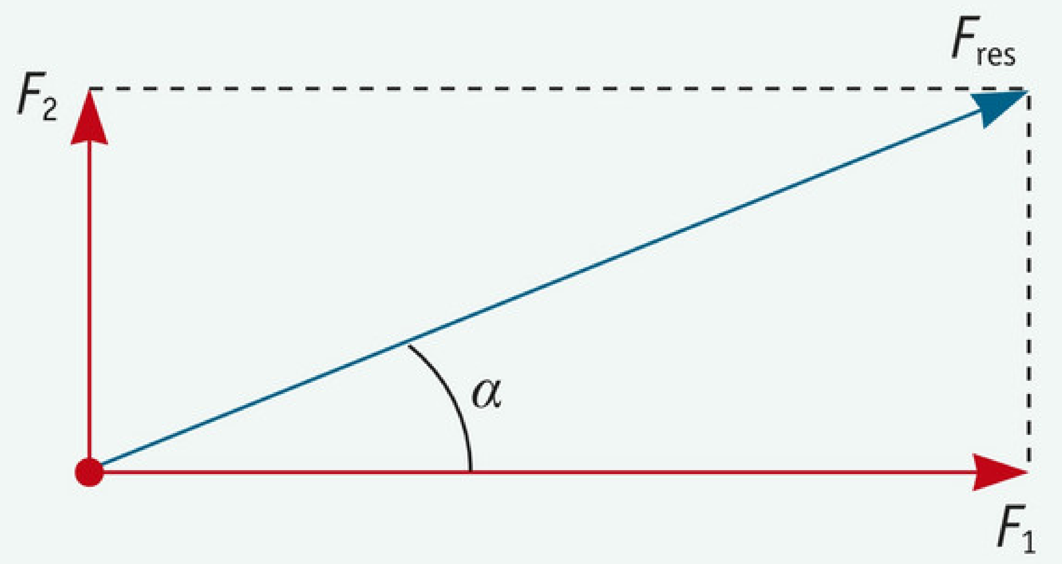
Voorbeeldopgave 4

Op een voorwerp werkt een kracht F_1 = 50 N naar rechts en een kracht F_2 = 20 N loodrecht op F_1 omhoog gericht.

a Bepaal de grootte en de richting van de resulterende kracht ten opzichte van F_1.
b Bereken de grootte en de richting van de resulterende kracht ten opzichte van F_1.

Uitwerking

a Om de grootte van de resulterende kracht te bepalen, teken je de krachten op schaal. In figuur 12 is gekozen voor een schaal van 1,0 cm ≙ 10 N.



▲ **figuur 12** twee krachten en hun resultante

De resulterende kracht is nu te bepalen met de parallellogrammethode. Maak het krachtenparallellogram (dat nu een rechthoek is) en teken hierin de diagonaal. De diagonaal is 5,4 cm lang en dus geldt: F_{res} = 5,4 × 10 = 54 N.
De hoek α van de resulterende kracht ten opzichte van F_1 meet je met een geodriehoek: α = 22°.

b De grootte van de resulterende kracht bereken je met de stelling van Pythagoras:

$F_{res} = \sqrt{F_1^2 + F_2^2} = \sqrt{20^2 + 50^2} = 54$ N

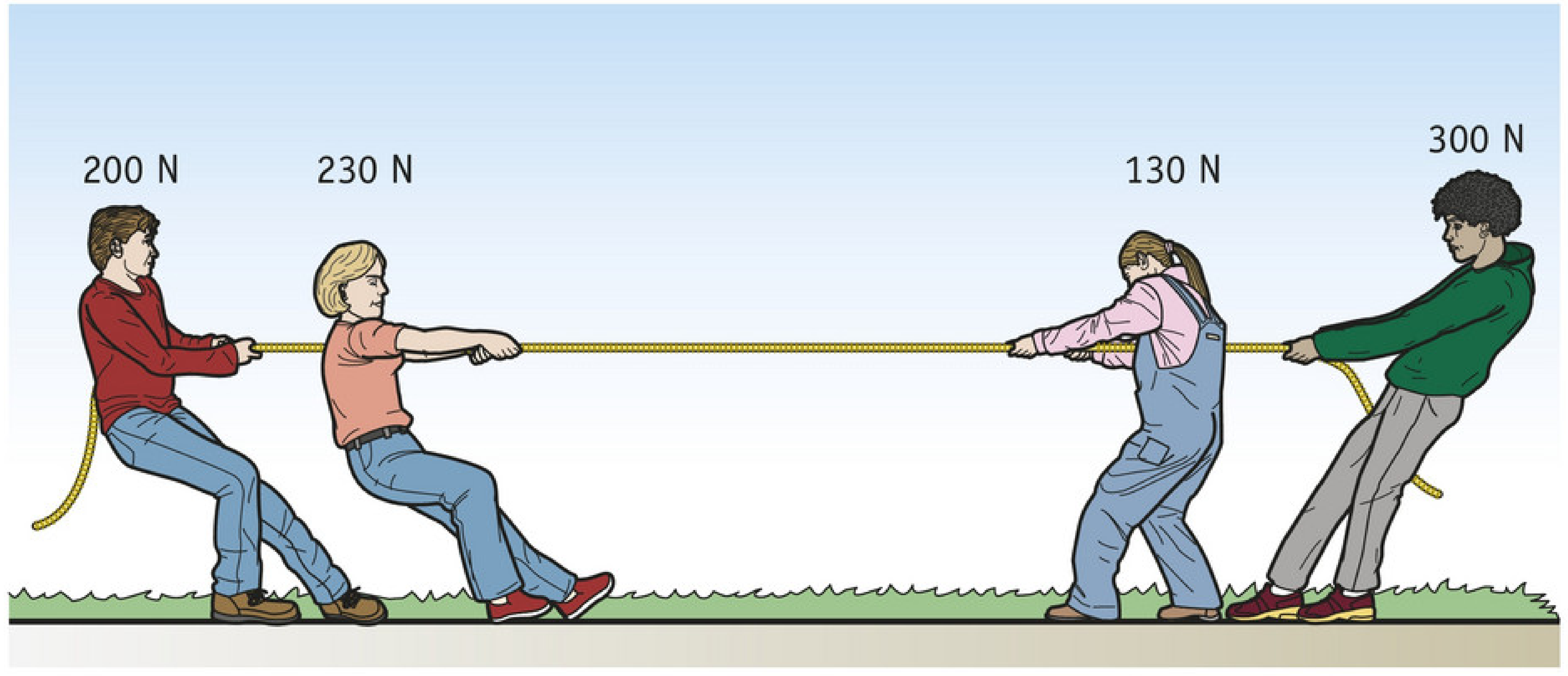
De richting van de kracht kun je bijvoorbeeld met de tangens berekenen:

$\tan \alpha = \frac{F_2}{F_1} = \frac{20}{50} = 0{,}40$ waaruit volgt dat $\alpha = \tan^{-1} 0{,}40 = 22°$.

Let op! De berekeningsmethode in deze voorbeeldopgave mag je alleen toepassen als de krachten loodrecht op elkaar staan.

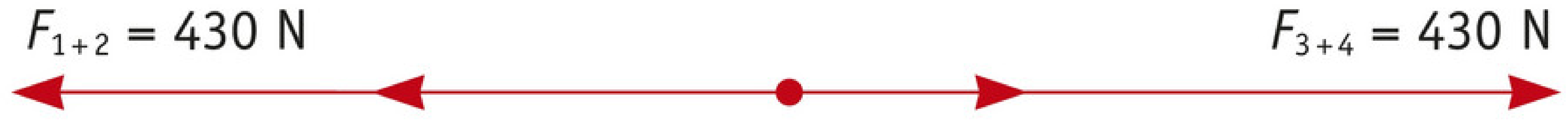
Evenwicht van krachten

Als je met een groepje leerlingen gaat touwtrekken, trekt natuurlijk niet iedereen even hard aan het touw. Zo'n situatie is getekend in figuur 13. Bij elke persoon staat aangegeven met welke kracht aan het touw wordt getrokken. In deze figuur beweegt het touw niet naar links en niet naar rechts. Dit komt doordat er evenwicht van krachten is. De resulterende kracht is:
F_{res} = 130 N + 300 N – 200 N – 230 N = 0 N. In het algemeen geldt dat een voorwerp in evenwicht is als de krachten elkaar opheffen en de resulterende kracht dus nul is.



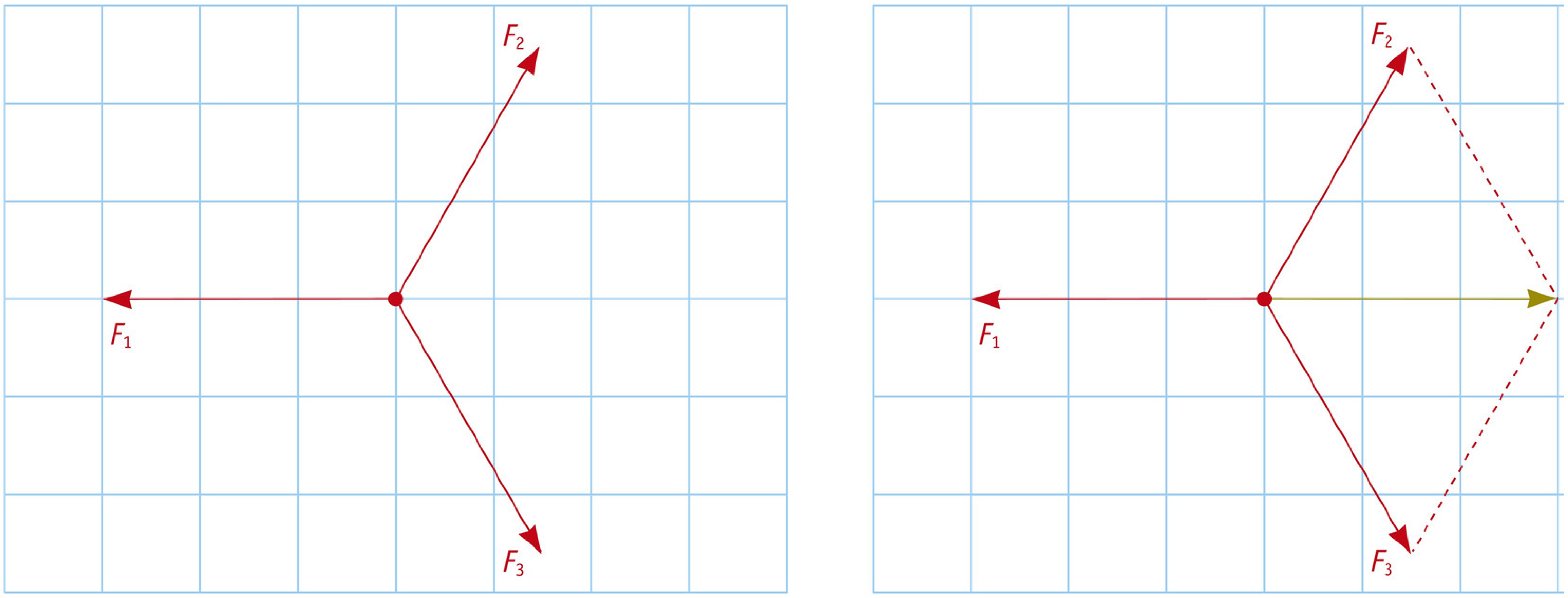
▲ **figuur 13** touwtrekken

Het evenwicht bij het touwtrekken is in figuur 14 vereenvoudigd weergegeven. In deze figuur is alle informatie weggelaten die niet van belang is. Alleen de trekkrachten zijn getekend en het touw is als een punt weergegeven.
Natuurkundigen noemen zo'n tekening een **krachtendiagram**: de krachten op een voorwerp waarvan de vorm en afmetingen niet van belang zijn, teken je dan vanuit één punt.



▲ **figuur 14** evenwicht bij touwtrekken

Ook als krachten een hoek maken met elkaar, kunnen ze in evenwicht zijn. Kijk maar naar figuur 15. Op een voorwerp dat stilstaat, werken drie krachten F_1, F_2 en F_3. Bepaal eerst met de parallellogrammethode de resultante van twee krachten, bijvoorbeeld F_2 en F_3. Noem deze resultante F_{23}. Kracht F_{23} is even groot als F_1 en tegengesteld gericht aan F_1. Dat betekent dat de totale resulterende kracht nul is. Dit is een belangrijk resultaat: een stilstaand voorwerp waarop drie krachten werken, blijft in evenwicht als de resultante van twee van deze drie krachten even groot is als de derde kracht, maar tegengesteld gericht hieraan (figuur 15).



▲ **figuur 15** evenwicht van drie krachten

Onthoud!

- De resulterende kracht F_{res} is de kracht die dezelfde gevolgen heeft als alle afzonderlijke krachten samen.
- Voor het bepalen van de resulterende kracht van twee krachten onder een hoek maak je gebruik van de parallellogrammethode.
- Als krachten loodrecht op elkaar staan, kun je de grootte en richting van de resulterende kracht berekenen met de stelling van Pythagoras en de definities van sinus, cosinus en tangens in een rechthoekige driehoek.
- Een voorwerp is in evenwicht als de krachten die op dat voorwerp werken elkaar opheffen, zodat de resulterende kracht nul is.
- Een voorwerp waarop drie krachten werken is in evenwicht als de resultante van twee van deze drie krachten even groot is als de derde kracht, maar tegengesteld gericht hieraan.

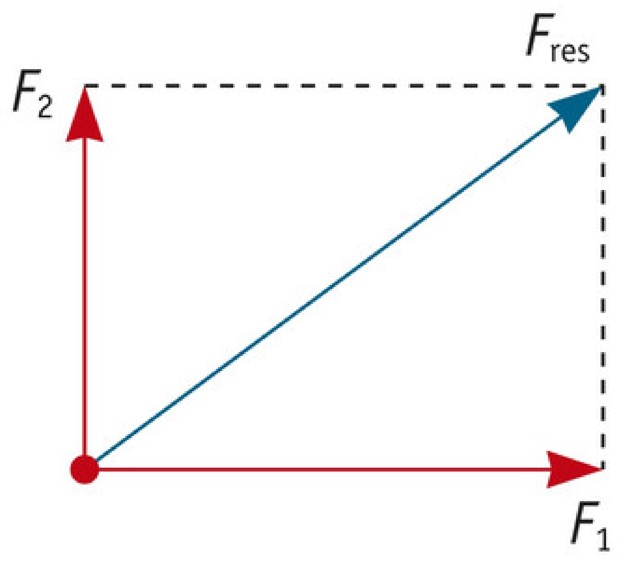
Opdrachten

8 Krachten samenstellen
Beantwoord de volgende vragen.
a Leg uit wat de parallellogrammethode is.
b Leg uit wat de ‘resulterende kracht’ is.
c Geef de definities van sinus, cosinus en tangens in een rechthoekige driehoek.

9 Resulterende kracht
Op welke twee manieren kun je de grootte en richting van de resulterende kracht van twee loodrechte krachten vinden? Leg beide manieren uit.

10 Krachten bepalen en berekenen

In figuur 16 is een punt getekend waarop twee krachten werken. De krachtenschaal is 1,0 cm ≙ 150 N.



▲ **figuur 16** twee krachten samenstellen

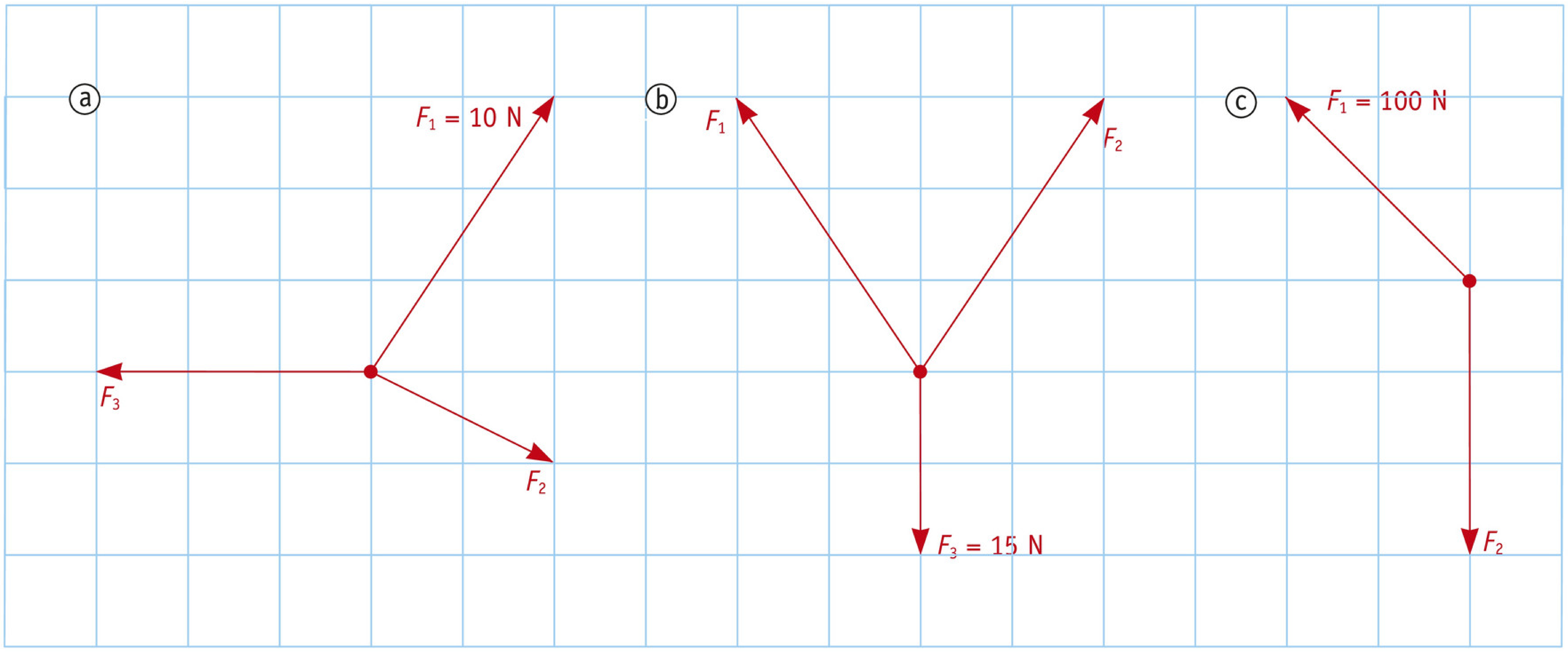
a Bepaal de grootte van F_1 en van F_2.
b Bereken met de antwoorden op opdracht a de grootte van F_{res}.
c Bereken met de antwoorden op opdracht a en b de hoek tussen F_1 en F_{res}.
d Meet de hoek tussen F_1 en F_{res} op in figuur 16. Vergelijk je antwoord met het antwoord op opdracht c en verklaar eventuele verschillen.

11 Krachten samenstellen

Neem figuur 9 uit voorbeeldopgave 3 exact over en bekijk figuur 10.
a Stel de krachten F_2 en F_3 samen tot de resultante F_{23}.
b Construeer de resulterende kracht van F_{23} en F_1.
c Controleer of je dezelfde resultante (F_{123}) hebt gevonden als in figuur 10b. Welke conclusie kun je hieruit trekken?

12 Krachtendiagrammen

In figuur 17 zijn drie krachtendiagrammen getekend.



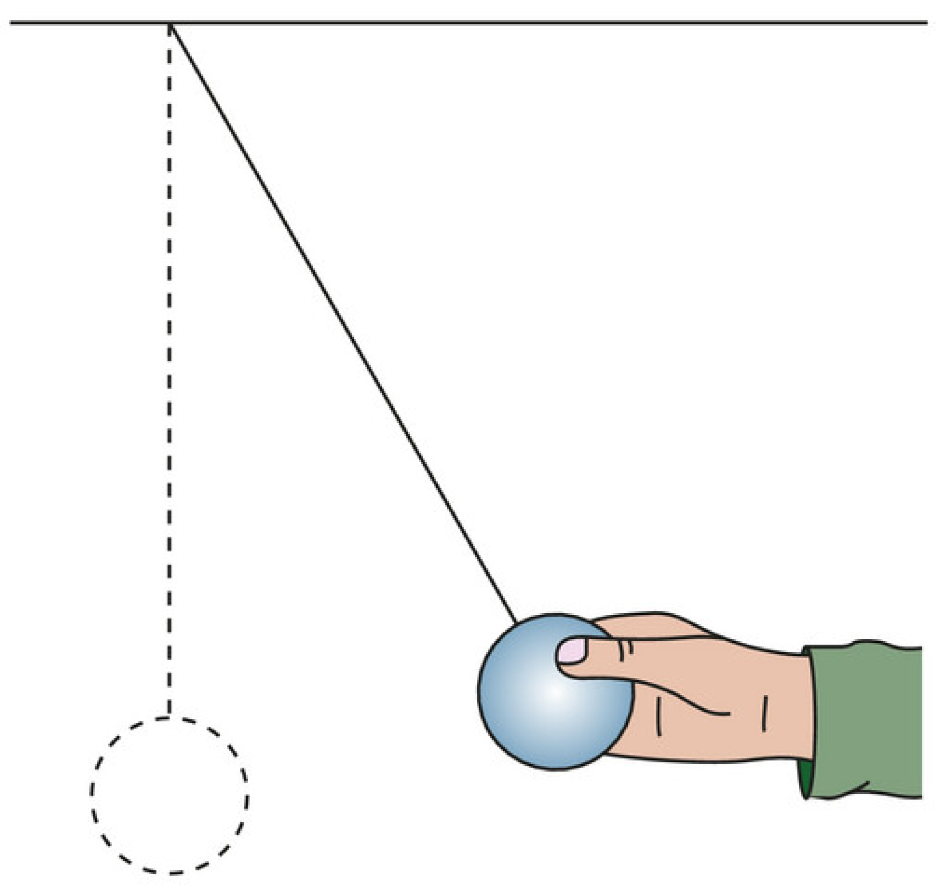
▲ **figuur 17** Bepaal de resultante.

a Bepaal met een constructie in figuur 17 de richting en de grootte van de resulterende kracht.
b In elk diagram werkt een (niet-getekende) extra kracht waardoor de krachten in evenwicht zijn.
Teken deze extra kracht (met een andere kleur) in de figuren.
c Bepaal voor elk diagram de grootte en de richting van deze extra kracht.

13 Krachten berekenen
Gegeven zijn twee loodrecht op elkaar staande krachten van 15 N (naar rechts) en 10 N (omhoog) die op een voorwerp werken.

a Schets de twee krachten en de resulterende kracht. (Omdat er ‘schets’ staat, hoef je de krachten dus niet op schaal te tekenen.)
b Bereken de grootte van de resulterende kracht.
c Bereken de hoek die de resulterende kracht maakt met de kracht van 15 N.

+14 Slinger
Een leerling brengt een slinger in beweging door hem uit de evenwichtsstand naar rechts te trekken met een horizontale kracht F_1 = 0,255 N (figuur 18). De slinger heeft een massa van 45 g.



▲ **figuur 18** een slinger

a Bereken de zwaartekracht op de slinger.
b Teken in figuur 18 F_z en F_1 op schaal. Vermeld de gekozen krachtenschaal. Laat alle krachtpijlen in het midden van de bol beginnen.
c Teken de resultante van F_z en F_1 en noem deze F_{res}.
d Bereken de grootte van F_{res}.
e Op de slinger werkt ook nog de spankracht van het touw.
Bepaal de grootte en richting van deze spankracht vlak voor de leerling de slinger loslaat.

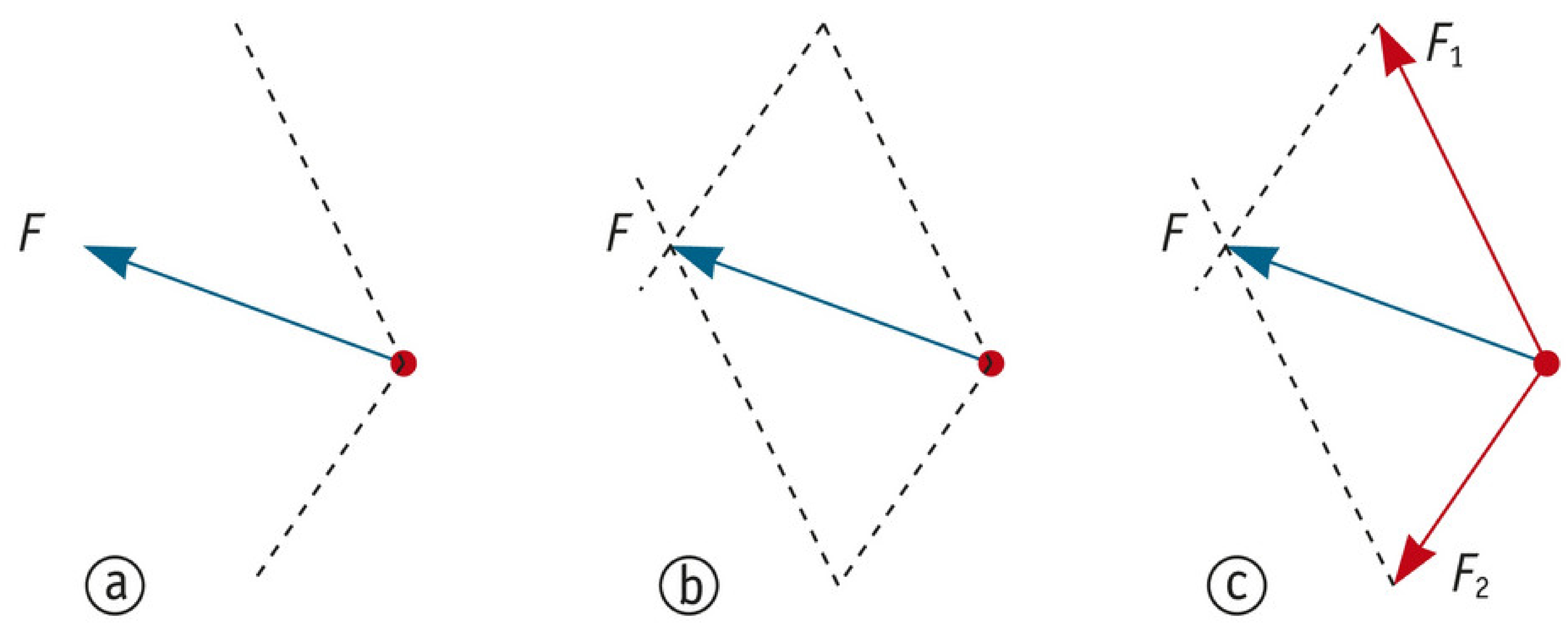
3 Krachten ontbinden

In deze paragraaf leer je:
- dat je een kracht kunt ontbinden in componenten;
- hoe je de grootte van de componenten van een kracht kunt bepalen;
- hoe je bij twee loodrechte componenten de grootte en richting van de kracht kunt berekenen.

In de vorige paragraaf heb je gezien dat je verschillende krachten kunt vervangen door één resulterende kracht. Het omgekeerde kan ook: je vervangt één kracht door twee krachten die dan samen dezelfde gevolgen hebben als de oorspronkelijke kracht.

Een kracht ontbinden in componenten

Het vervangen van één kracht door twee krachten die samen dezelfde gevolgen hebben als de oorspronkelijke kracht, heet het ontbinden van een kracht in componenten. De twee nieuwe krachten zijn de **componenten**.
De richtingen van deze componenten moeten zijn gegeven. In figuur 19a moet de getekende kracht worden ontbonden in twee componenten langs de aangegeven richtingen (de stippellijnen).



▲ **figuur 19** een kracht in componenten ontbinden

Ook nu gebruik je de parallellogrammethode. Deze werkt bij het ontbinden van krachten als volgt:
- De gegeven kracht is de diagonaal van het parallellogram dat je moet tekenen.
- Maak een parallellogram door twee lijnen door de pijlpunt van de gegeven kracht te tekenen evenwijdig aan de gegeven richtingen (figuur 19b).
- Teken nu de twee componenten. Deze pijlen beginnen op dezelfde plaats waar de oorspronkelijke kracht begint en ze eindigen bij de hoekpunten van het parallellogram (figuur 19c).
- Meet de lengte van de twee componenten. Met de afgesproken krachtenschaal kun je nu de grootte van deze componenten bepalen.

Een toepassing van het ontbinden van krachten: evenwicht

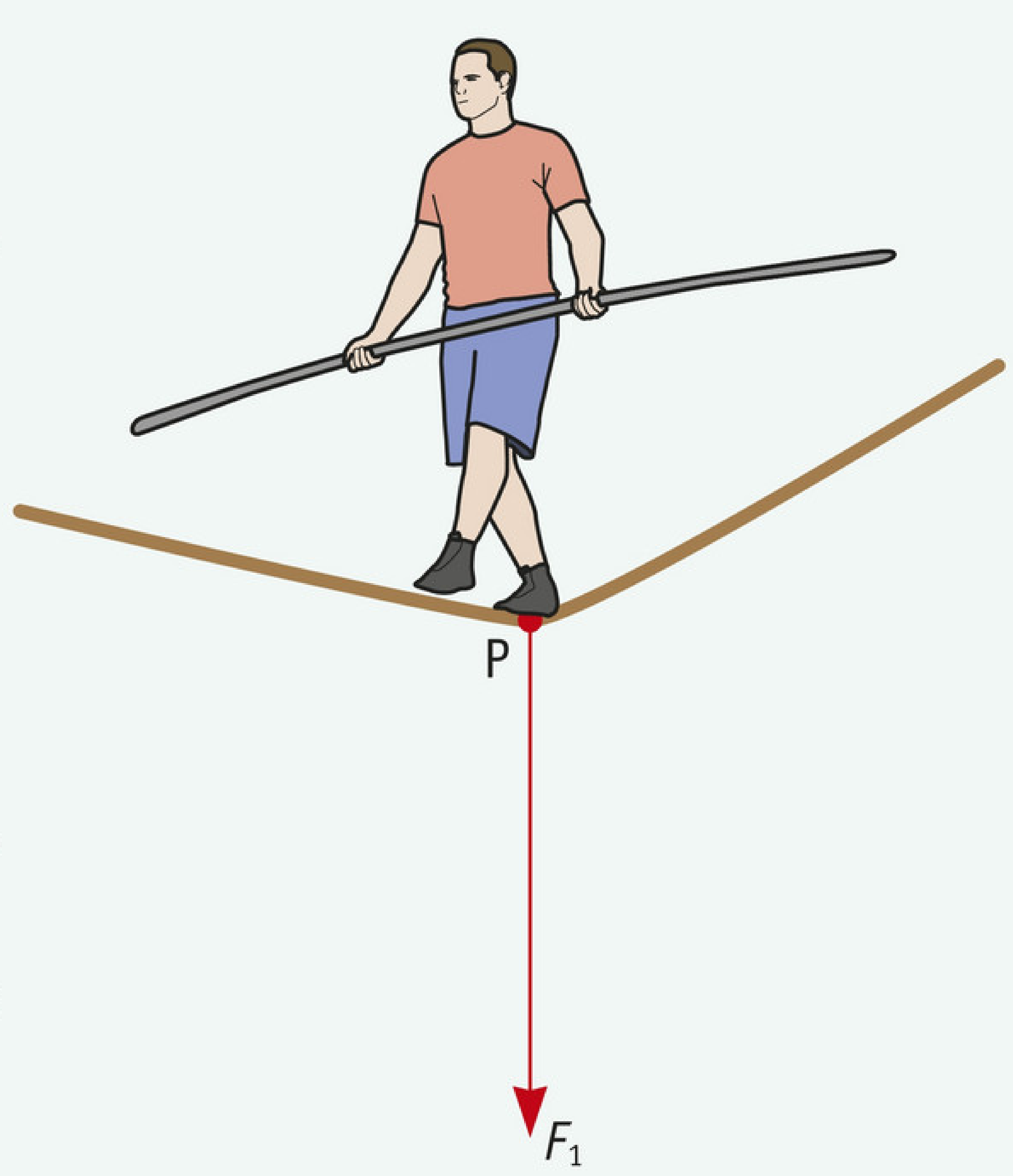
Het ontbinden van een kracht in twee componenten is handig bij het oplossen van evenwichtsvraagstukken. Dat zie je in voorbeeldopgave 5.

Voorbeeldopgave 5

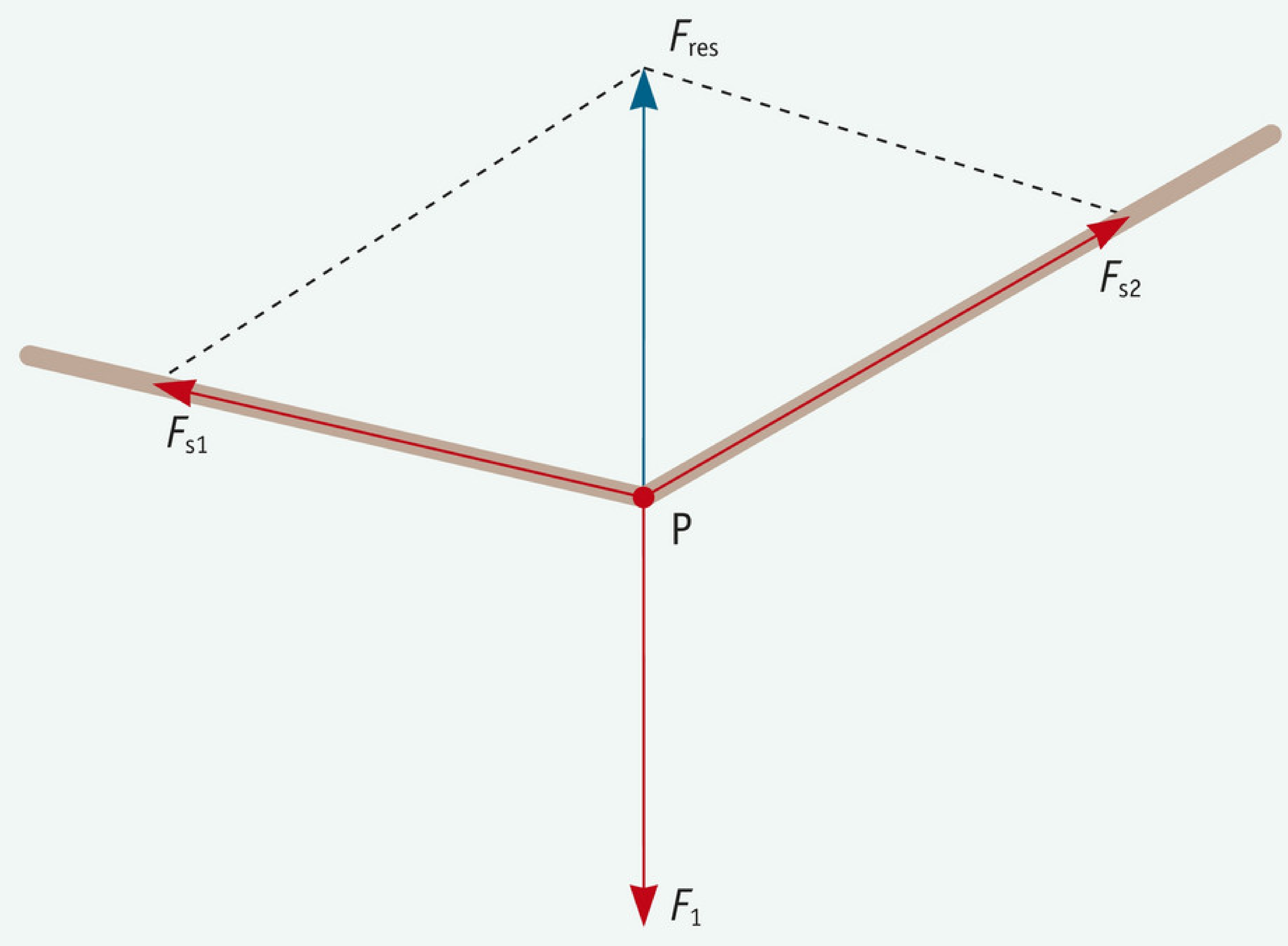
Een koorddanser van 60,0 kg staat midden op een koord (figuur 20).
Bepaal de grootte van de spankrachten in het koord links en rechts van de koorddanser.

Uitwerking
De koorddanser oefent een kracht F_1 van $60{,}0 \times 9{,}81 = 589$ N uit op het touw. Noem dit punt P (figuur 20). Teken de kracht, waarbij je gebruikmaakt van een geschikte krachtenschaal, bijvoorbeeld 1,0 cm ≙ 200 N.

De pijl wordt dus $\frac{589}{200} = 2{,}95$ cm lang. Punt P is in rust, dus moeten de twee spankrachten in het touw links en rechts van dit punt de getekende kracht F_1 opheffen. Je hebt in de vorige paragraaf geleerd dat een voorwerp waarop drie krachten werken in evenwicht is als de resultante van twee van deze drie krachten even groot is als de derde kracht, maar tegengesteld gericht hieraan.



▲ **figuur 20** een koorddanser



◀ **figuur 21** Zo bepaal je de grootte van de twee spankrachten.

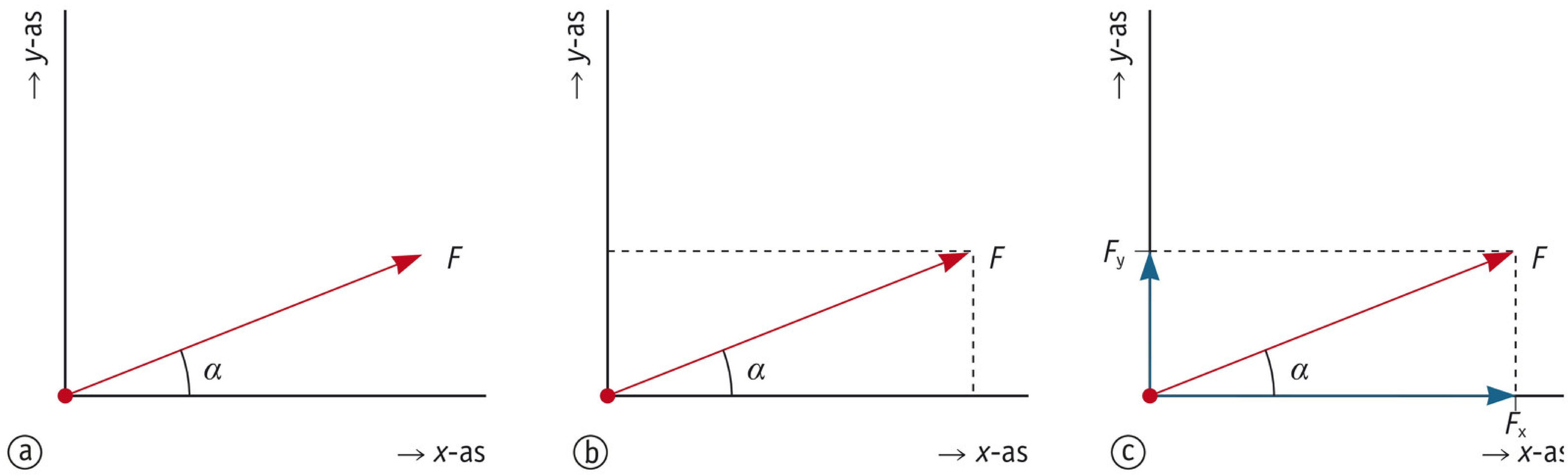
De resultante van de twee spankrachten is dus even groot als F_1 en omhoog gericht. Teken deze resultante F_{res} (figuur 21).
Ontbind de net getekende resultante nu in twee componenten langs het touw links en rechts (figuur 21). De twee componenten zijn de spankrachten F_{s1} en F_{s2} links en rechts van de koorddanser.

F_{s1} is 3,5 cm lang, dus met de krachtenschaal vind je: $F_{s1} = 3{,}5 \times 200 = 7{,}0 \cdot 10^2$ N.
Zo vind je ook $F_{s2} = 3{,}9 \times 200 = 7{,}8 \cdot 10^2$ N.

Merk op dat de lengten van de stukken koord links en rechts van de koorddanser *niet* van belang zijn voor het vinden van het juiste antwoord. Afhankelijk van de krachtenschaal die je kiest, kan het zijn dat de pijlen (componenten) die je moet tekenen dus (veel) korter of zelfs langer zijn dan de lengten van de getekende koorden.

Een kracht ontbinden in twee loodrechte componenten

Een kracht wordt vaak ontbonden in twee loodrecht op elkaar staande componenten, langs de *x*-as en de *y*-as. In figuur 22 zie je hoe je een kracht in een *x*-component en een *y*-component kunt ontbinden.



▲ **figuur 22** Zo ontbind je een kracht in een *x*- en een *y*-component.

De grootte van de componenten F_x en F_y is weer op dezelfde manier te *bepalen*:
- Je spreekt een krachtenschaal af en tekent de kracht F die moet worden ontbonden op schaal en onder de juiste hoek.
- Teken de componenten en meet de lengte op.
- Bereken vervolgens met de krachtenschaal de grootte van de componenten.

In figuur 22 geldt $F = 78$ N, de gekozen krachtenschaal is 1,0 cm ≙ 20 N. Ga na dat voor de componenten geldt:
$F_x = 72$ N
$F_y = 28$ N

Componenten berekenen

Als de hoek tussen een van de componenten en kracht F bekend is, kun je de componenten van een kracht ook *berekenen*. Zo geldt in figuur 22c:

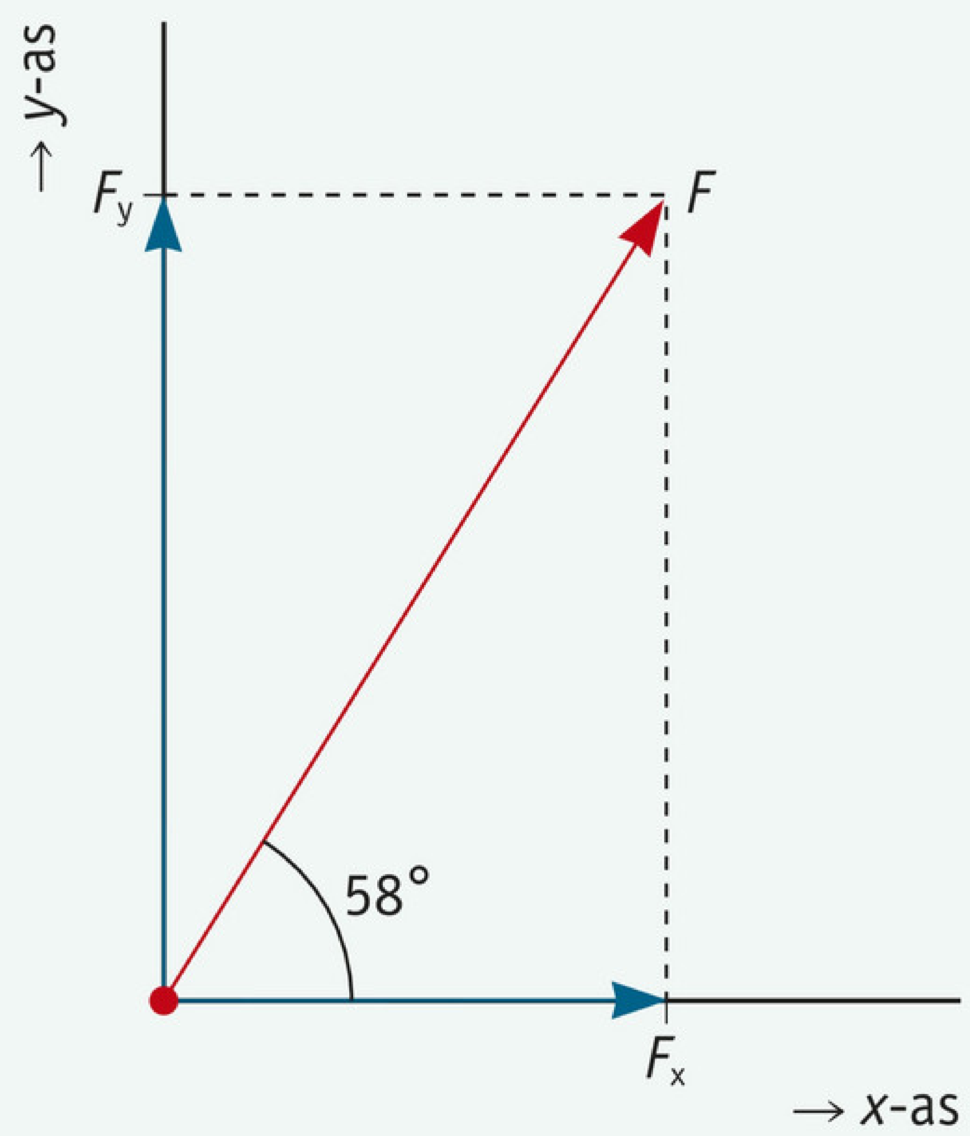
$$F^2 = F_x^2 + F_y^2$$

$$\sin \alpha = \frac{F_y}{F} \qquad \cos \alpha = \frac{F_x}{F} \qquad \tan \alpha = \frac{F_y}{F_x}$$

Voorbeeldopgave 6

Kracht F heeft een x-component van 67 N. De kracht maakt een hoek van 58° met de x-as. Bereken de grootte van kracht F en van de y-component F_y.

Uitwerking
In figuur 23 is de situatie (niet op schaal) getekend.



▲ **figuur 23** een kracht ontbonden in een *x*- en een *y*-component

Er geldt: $\cos 58° = \frac{F_x}{F} = \frac{67}{F}$

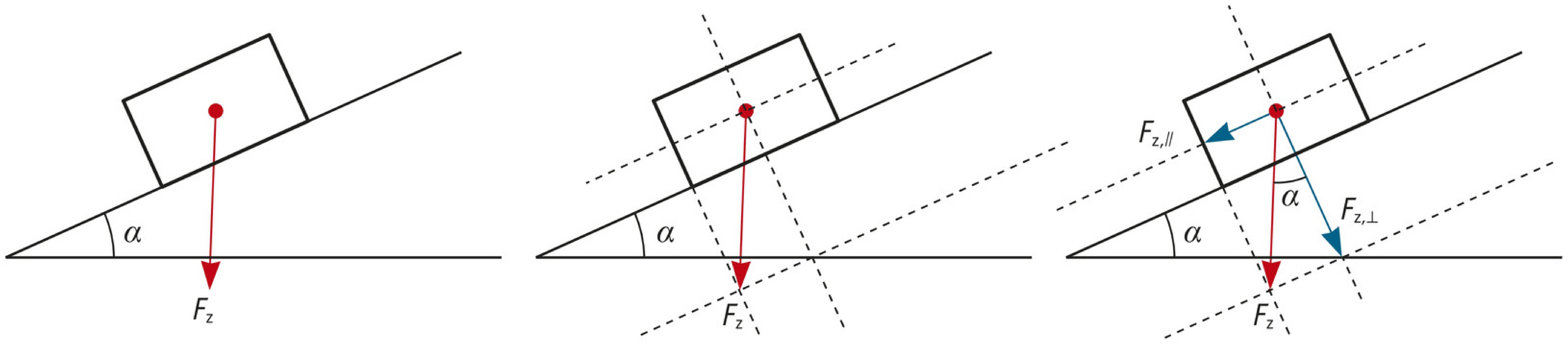
Hieruit volgt: $F = \frac{67}{\cos 58°} = 1{,}3 \cdot 10^2$ N

$\tan 58° = \frac{F_y}{F_x} = \frac{F_y}{67}$

Hieruit volgt: $F_y = 67 \times \tan 58° = 1{,}1 \cdot 10^2$ N
Dit is niet de enige oplossing. Je kunt ook gebruikmaken van de sinus van de hoek van 58° of van de stelling van Pythagoras. Je vindt dan natuurlijk dezelfde antwoorden.

Het hellend vlak

Het hellend vlak is een toepassing van het ontbinden van een kracht in twee loodrecht op elkaar staande componenten. Je kunt daarbij denken aan een auto op een berghelling of een skiër tijdens een afdaling. Omdat de beweging van de auto of skiër langs het vlak plaatsvindt, is het handig om de zwaartekracht te ontbinden in een component $F_{z,\perp}$ loodrecht op het hellend vlak, en een component $F_{z,//}$ evenwijdig aan het hellend vlak. Dit is in figuur 24 stap voor stap getekend.

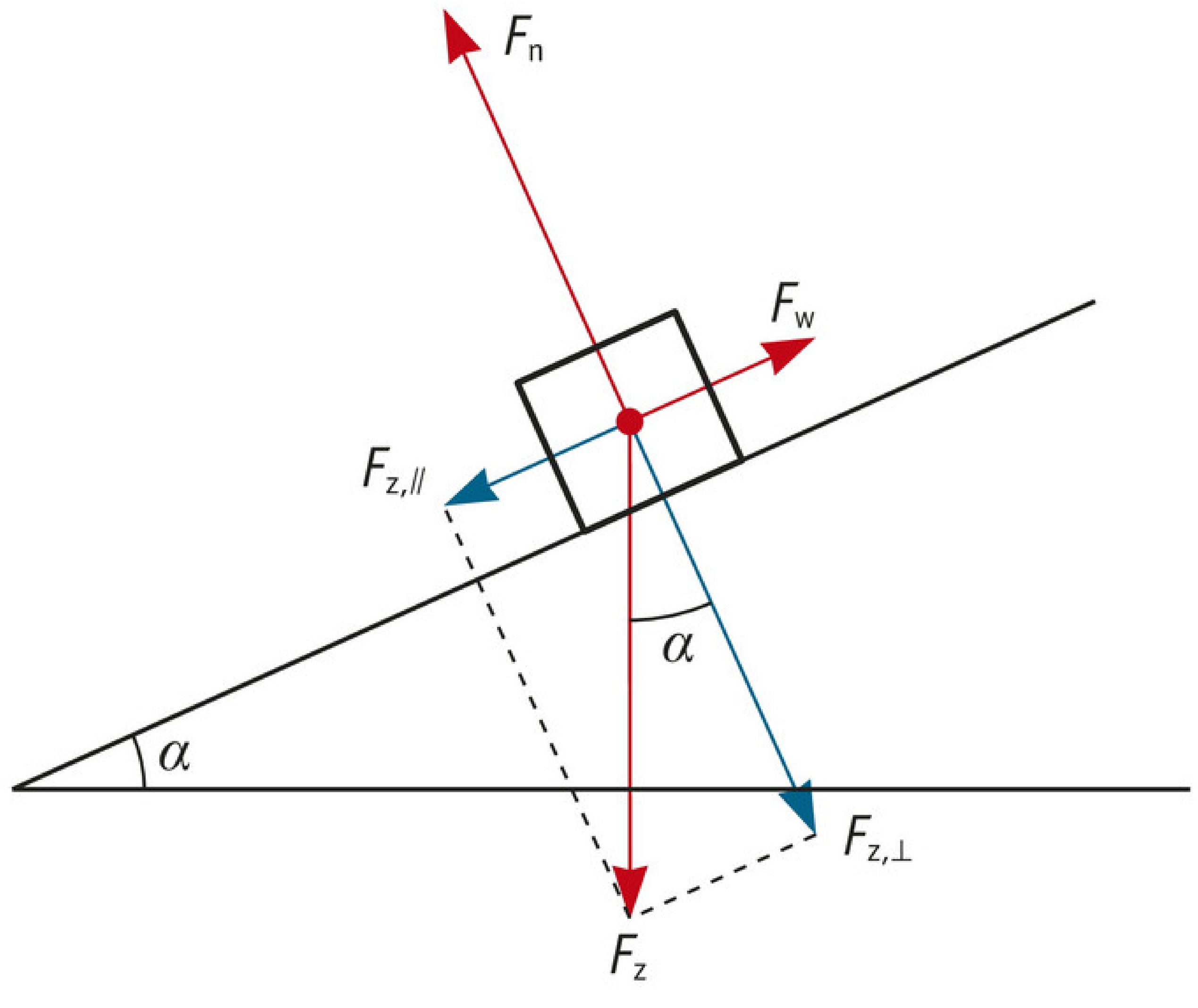


▲ **figuur 24** ontbinden van de zwaartekracht op een hellend vlak

De zwaartekracht veroorzaakt twee effecten:

- Hij duwt het voorwerp tegen het vlak aan. Dat doet $F_{z,\perp}$.
- Hij probeert het voorwerp langs het vlak omlaag te trekken. Dat doet $F_{z,//}$.

Als een voorwerp stilligt op een helling, is de resulterende kracht op het voorwerp nul. Dat betekent dat de krachten die loodrecht op het hellend vlak op het voorwerp werken, elkaar opheffen. Ook de krachten die evenwijdig aan het hellend vlak op het voorwerp werken, heffen elkaar op.
In figuur 25 is een doos getekend die stilligt op een helling. Ook zijn alle krachten getekend die op de doos werken (het krachtendiagram) en is de zwaartekracht al ontbonden in twee loodrechte componenten. Omdat de doos stilligt, moet er dus een kracht op de doos werken die $F_{z,\perp}$ opheft. Deze kracht staat ook loodrecht op de helling en is tegengesteld gericht aan $F_{z,\perp}$. Dit is de normaalkracht F_n. Voor de grootte van de krachten geldt: $F_n = F_{z,\perp}$.



▲ **figuur 25** Een doos ligt stil op een helling.

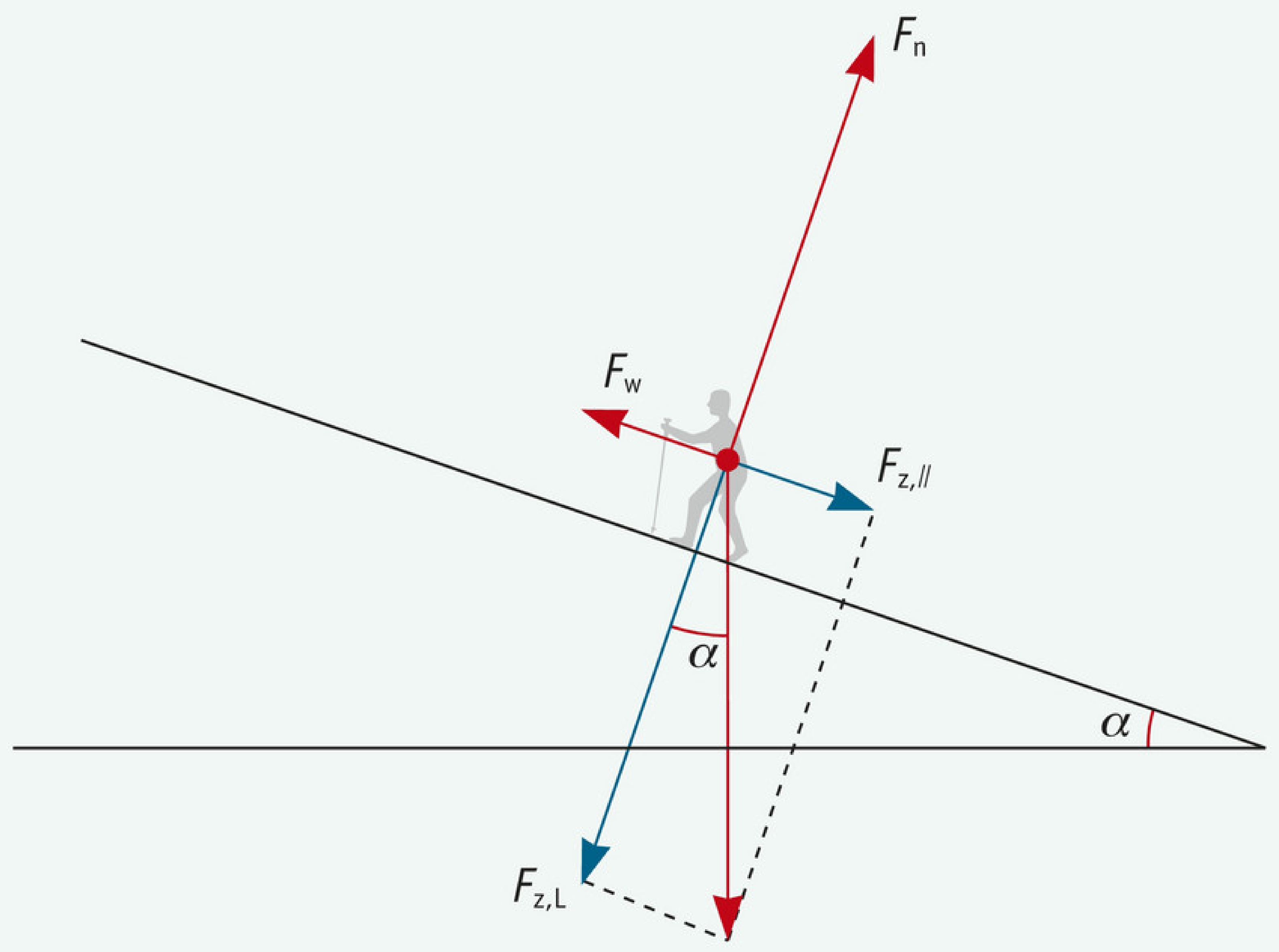
Er moet ook een kracht op de doos werken die $F_{z,//}$ opheft. Deze kracht werkt evenwijdig aan de helling, langs de helling omhoog. Dat is de wrijvingskracht F_w die het omlaagglijden van de doos verhindert. Er geldt: $F_w = F_{z,//}$.

De krachten in figuur 25 hebben in werkelijkheid verschillende aangrijpingspunten. In de figuur zie je nogmaals dat het vaak handig is om in een krachtendiagram de krachten op een voorwerp vanuit één punt te tekenen. Verder moet je erop letten dat je in een krachtendiagram alleen de krachten tekent die op het voorwerp zelf werken. Je tekent dus niet de krachten die het voorwerp uitoefent op een ander voorwerp, zoals de kracht van de doos op de ondergrond (de gewichtskracht).

Voorbeeldopgave 7

Een bergbeklimmer van 79,0 kg staat stil op een berghelling met een hellingshoek van 19°. Bepaal de normaalkracht en de wrijvingskracht die op de bergbeklimmer werken.

Uitwerking
De zwaartekracht op de bergbeklimmer is $F_z = m \cdot g = 79{,}0 \times 9{,}81 = 7{,}75 \cdot 10^2$ N.
Teken de helling onder de juiste hoek (figuur 26). Kies een geschikte krachtenschaal (1,0 cm ≙ 250 N) en teken de kracht F_z op schaal. De pijl wordt dus $\frac{775}{250} = 3{,}10$ cm lang.



▲ **figuur 26** een bergbeklimmer op een helling

Teken de component $F_{z,//}$ en $F_{z,\perp}$ en meet de lengte op. Zo vind je: $F_{z,\perp}$ is 2,9 cm lang, dus $F_{z,\perp} = 2{,}9 \times 250 = 7{,}3 \cdot 10^2$ N.
$F_{z,//}$ is 1,0 cm lang, dus $F_{z,//} = 1{,}0 \times 250 = 2{,}5 \cdot 10^2$ N.
De bergbeklimmer staat stil, dus geldt:
$F_n = F_{z,\perp} = 7{,}3 \cdot 10^2$ N
$F_w = F_{z,//} = 2{,}5 \cdot 10^2$ N

In voorbeeldopgave 8 zie je hoe je bij een bekende hellingshoek α de normaalkracht en wrijvingskracht kunt *berekenen*.

Voorbeeldopgave 8

Bereken de normaalkracht en de wrijvingskracht op de bergbeklimmer uit voorbeeldopgave 7.

Uitwerking
Omdat er staat *bereken*, mag je de componenten niet opmeten. In het krachtendiagram van figuur 26 zijn alle krachten en de componenten van de zwaartekracht al weergegeven. Hellingshoek α is ook terug te vinden in de krachtendriehoek. Het is de hoek tussen $F_{z,\perp}$ en F_z (ga dit na).
Als hellingshoek α bekend is (α = 19°), zijn de componenten van de zwaartekracht als volgt te berekenen:

$$\sin \alpha = \frac{F_{x,//}}{F_z}, \text{ dus } F_{z,//} = F_z \cdot \sin \alpha = m \cdot g \cdot \sin \alpha = 79{,}0 \times 9{,}81 \times \sin 19° = 2{,}52 \cdot 10^2 \text{ N}$$

$$\cos \alpha = \frac{F_{z,\perp}}{F_z}, \text{ dus } F_{z,\perp} = F_z \cdot \cos \alpha = m \cdot g \cdot \cos \alpha = 79{,}0 \times 9{,}81 \times \cos 19° = 7{,}32 \cdot 10^2 \text{ N}$$

Omdat de bergbeklimmer stilstaat, geldt weer:
$F_n = F_{z,\perp} = 7{,}32 \cdot 10^2$ N
$F_w = F_{z,//} = 2{,}52 \cdot 10^2$ N

▶ **EXPERIMENT 1** Krachten op een karretje

Onthoud!

- Je kunt met de parallellogrammethode een kracht ontbinden in componenten.
- Met een constructie (exacte tekening op schaal) kun je de grootte van de componenten van een kracht bepalen.
- Als je een kracht ontbindt in twee loodrechte componenten, kun je de grootte van deze componenten ook berekenen met de stelling van Pythagoras en de definities van sinus, cosinus en tangens in een rechthoekige driehoek.
- Bij een hellend vlak ontbind je de zwaartekracht in een component $F_{z,//}$ evenwijdig aan de helling en een component $F_{z,\perp}$ loodrecht op de helling.
- De normaalkracht is bij een hellend vlak even groot als $F_{z,\perp}$.

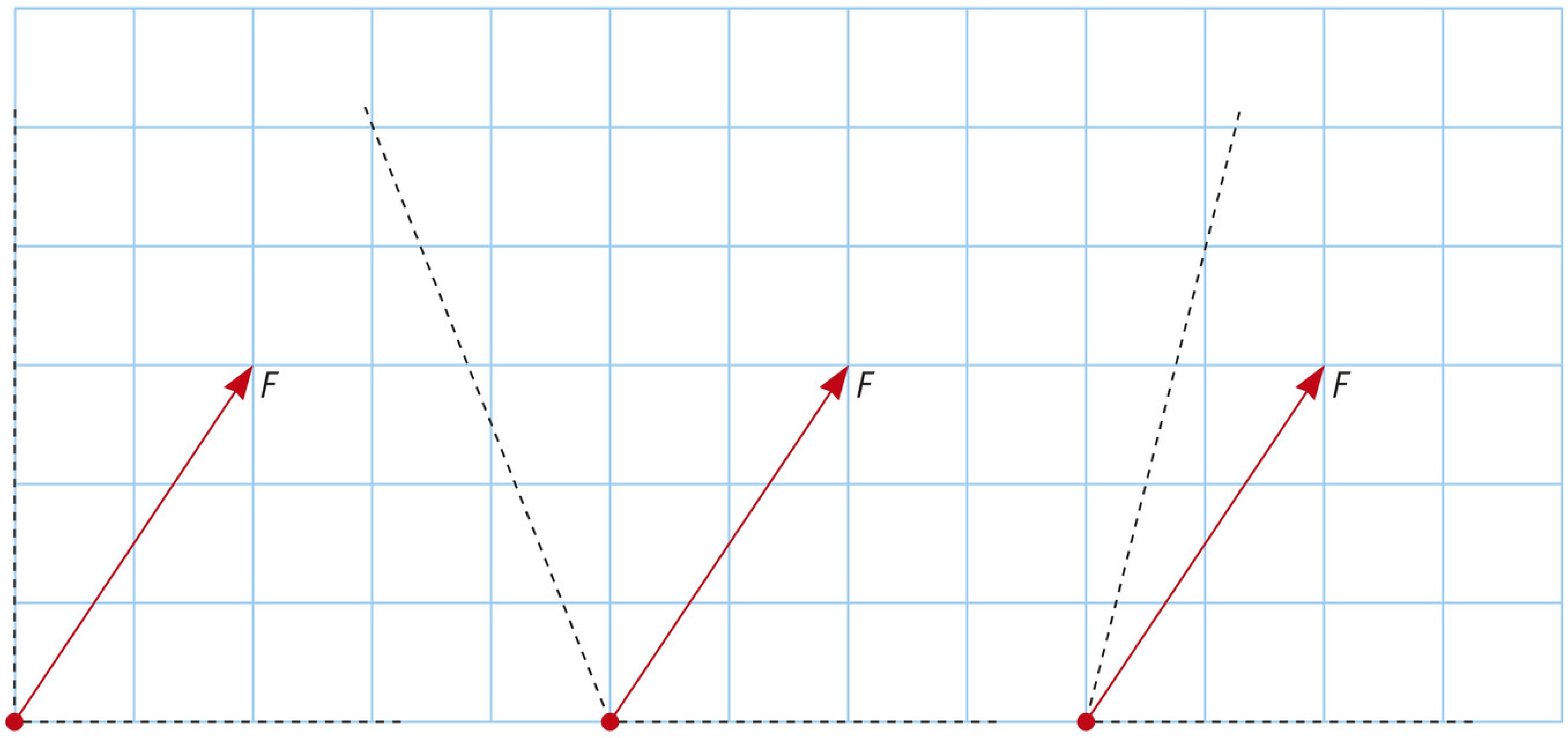
Opdrachten

15 Krachten ontbinden
Maak de volgende opdrachten.

a Leg met een tekening uit hoe je een kracht ontbindt in twee componenten die niet loodrecht op elkaar staan.
b Leg uit hoe je bij opdracht a de grootte van de componenten kunt bepalen.
c Teken een kracht (*F*) en ontbind deze in twee loodrecht op elkaar staande componenten (F_x en F_y).
d Noem de hoek tussen *F* en F_x hoek α en leg uit hoe je de grootte van de componenten uit opdracht c kunt berekenen.
e Teken een voorwerp op een helling (met hellingshoek α) en geef met een vectorpijl de zwaartekracht aan die op dat voorwerp werkt. Ontbind deze zwaartekracht in twee componenten: één loodrecht op de helling ($F_{z,\perp}$) en één evenwijdig aan de helling ($F_{z,//}$).
f Leg uit hoe je de twee componenten van opdracht e kunt berekenen.

16 Componenten

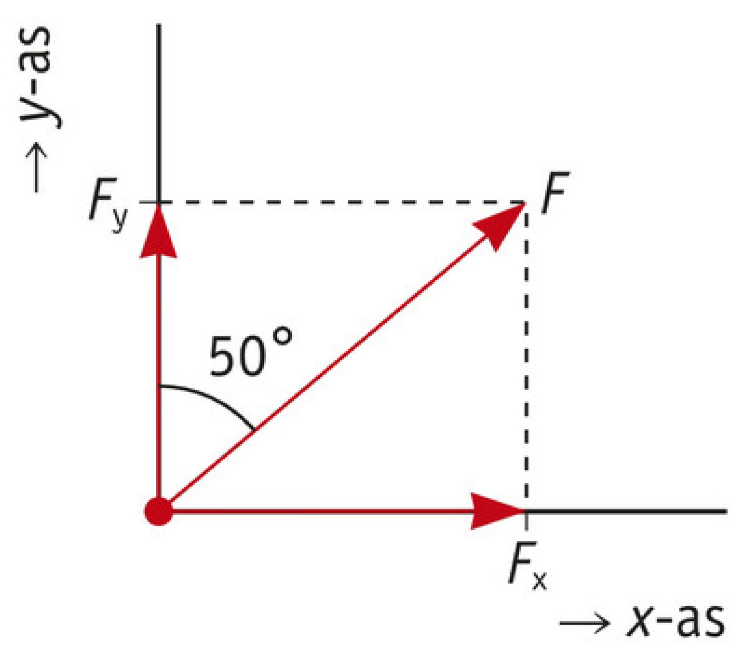
Kracht F in figuur 27 is 50 N. Ontbind de kracht in elke tekening in twee componenten, telkens in de aangegeven richtingen. Bepaal ook de grootte van de componenten.



▲ **figuur 27** eenzelfde kracht drie keer ontbinden in componenten

17 Hangbrug

In de kabel van een hangbrug werkt een spankracht van 25 kN onder een hoek van 50° met de y-as (figuur 28).



▲ **figuur 28** een kracht van 25 kN ontbinden

a Bepaal met behulp van de figuur de grootte van de x- en y-component van deze kracht.
b Bereken de grootte van de x- en y-component van deze kracht.

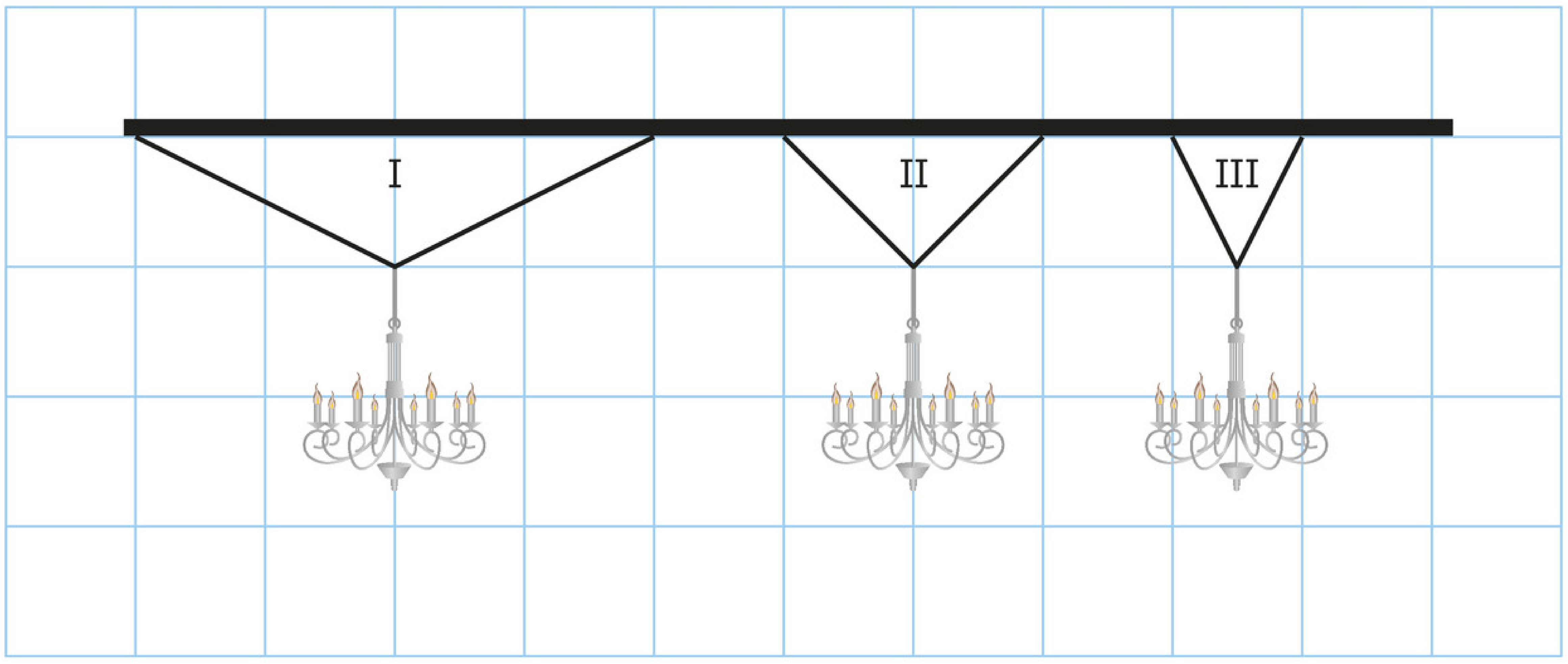
18 Kist

Een kist gevuld met 30 appels staat stil op een helling van 20°. De zwaartekracht die op de kist werkt, is 800 N.

a Teken de situatie en geef in je tekening de zwaartekracht aan met een pijl van 4,0 cm.
b Ontbind de zwaartekracht in je tekening in een component evenwijdig aan de helling, en een component loodrecht op de helling.
c Teken de normaalkracht op de kist in de juiste verhouding tot $F_{z,\perp}$ en bepaal de normaalkracht die op de kist met appels werkt.
d Teken de wrijvingskracht op de kist in de juiste verhouding tot $F_{z,P}$ en bepaal de wrijvingskracht die op de kist werkt.

19 Helling
Op een voorwerp werkt een zwaartekracht van 0,040 N. Het voorwerp staat stil op een helling van 25°.
a Schets de situatie en geef de drie krachten op het voorwerp aan in de juiste richting.
b Bereken de grootte van deze krachten.

20 Lamp
Bas wil een lamp ophangen. Het plafond is van een materiaal gemaakt dat niet geschikt is om er een schroefoog in vast te draaien waaraan een last van meer dan 100 N komt te hangen. Om de kracht op het schroefoog te verkleinen, besluit Bas twee schroefogen te gebruiken en een stuk touw. Met deze twee schroefogen lukt het hem om de lamp stevig te monteren.



▲ **figuur 29** drie manieren om een lamp op te hangen

In figuur 29 zie je drie manieren om de lamp op te hangen. De lamp heeft een massa van 12,2 kg.
a Bepaal in figuur 29 voor elke manier de spankracht in het touw.
b Leg uit welke manier in de gegeven situatie de meest geschikte is om de lamp op te hangen.

4 De eerste wet van Newton

In deze paragraaf leer je:
- de eerste wet van Newton;
- wat traagheid is.

Al meer dan driehonderd jaar geleden voerde de Engelse natuurkundige Isaac Newton onderzoek uit naar krachten en bewegingen. Dit leidde tot een aantal wetten: de wetten van Newton. Hij maakte bij zijn onderzoek dankbaar gebruik van eerdere onderzoeken uitgevoerd door de Italiaan Galileo Galilei.

▶ **EXPERIMENT 2** Krachten

Traagheidswet

Als je een houten blokje op een vloerkleed legt en het blokje een zetje geeft, zal het blokje door de tegenwerkende kracht van het vloerkleed snel tot stilstand komen. Herhaal je dezelfde proef op een laminaatvloer, dan is die tegenwerkende kracht blijkbaar minder groot, want het blokje schuift veel verder door. Breng je op de vloer een zeer gladde laag aan, bijvoorbeeld van groene zeep, dan glijdt het blokje nog veel verder. Er is dan bijna geen tegenwerkende kracht van die vloer.
Galilei veronderstelde dat, als er geen tegenwerkende kracht meer is, een voorwerp zijn snelheid langs een rechte lijn behoudt. Newton werkte dit idee verder uit in zijn eerste wet: een voorwerp waarop geen kracht werkt of waarop de krachten die erop werken elkaar opheffen, behoudt zijn snelheid. Dat geldt voor de grootte en richting van de snelheid. Als het voorwerp in rust is, zal het in rust blijven. De eerste wet van Newton wordt ook wel de **traagheidswet** genoemd.

Als er geen tegenwerkende (wrijvings)krachten zijn, heb je dus geen kracht nodig om een voorwerp met constante snelheid (langs een rechte lijn) te laten bewegen. Denk maar aan de beweging van een ruimtevaartuig in het heelal. Waarom deze wet de ‘traagheidswet’ wordt genoemd, wordt duidelijk aan de hand van de volgende voorbeelden.

- Als de bestuurder van een snelle sportwagen gas geeft, word je als inzittende diep in de rugleuning ‘geduwd’. De snelheidstoename van de auto wordt niet meteen overgenomen door je lichaam. Je blijft tijdelijk achter ten opzichte van de auto.
- Wanneer een rijdende auto plotseling krachtig remt, schieten de passagiers naar voren. In dit geval kunnen de passagiers de plotselinge snelheidsafname niet meteen overnemen. Daarom is het belangrijk altijd een gordel te dragen in de auto.
- Een auto die met grote snelheid door een bocht gaat, zal bij gladheid ‘uit de bocht vliegen’: rechtdoor rijden in plaats van met de bocht mee te gaan.

Deze voorbeelden maken duidelijk dat een voorwerp zich als het ware verzet tegen een verandering van snelheid (grootte en richting). Dat effect heet **traagheid**. De traagheid van een voorwerp is gekoppeld aan zijn massa. Hoe groter de massa, des te groter de traagheid.

Onthoud!

- Als op een voorwerp geen (resulterende) kracht werkt, blijft het voorwerp in rust als het in rust was of houdt het zijn eenparig rechtlijnige beweging (beweging langs een rechte lijn met constante snelheid). Dit heet de eerste wet van Newton.
- De eigenschap dat een voorwerp zich tegen een snelheidsverandering verzet, wordt traagheid genoemd.

Opdrachten

21 Snelheid en traagheid
Beantwoord de volgende vragen.
a Welke (drie) soorten snelheidsverandering zijn er?
b Wat kun je zeggen over de snelheid van een voorwerp als er geen resulterende kracht op werkt?
c Leg uit wat ‘traagheid’ is.

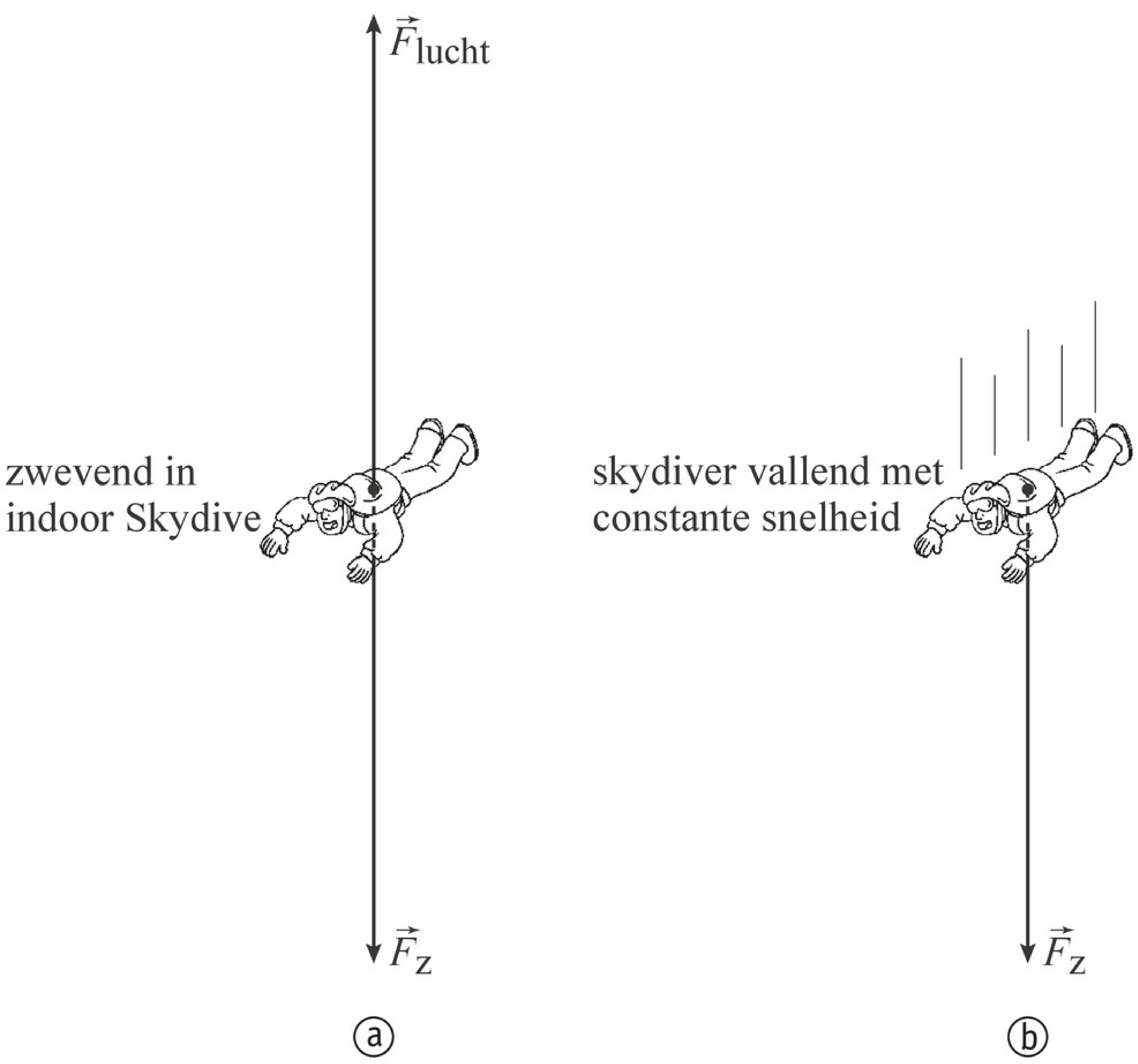
22 Fietsen
Bij het fietsen moet je voortdurend een kracht op de pedalen blijven uitoefenen om met constante snelheid te blijven bewegen.
Leg uit dat dit niet in tegenspraak is met de eerste wet van Newton.

23 Maan
De maan beweegt met (bijna) constante snelheid rondom de aarde.
Leg uit of er op de maan een kracht moet werken.

24 Trein
Over de vloer van een treincoupé rol je een bal dwars op de richting waarin de trein zich beweegt.
Geef met drie tekeningen (bovenaanzicht) weer hoe je de bal ziet bewegen als:
a de trein eenparig beweegt;
b de trein versnelt;
c de trein vertraagt.

25 Goederenwagon
Een zwaarbeladen goederenwagon rolt verder door dan een lege wagon.
Hoe kun je dat verklaren?

26 Windtunnel
De *indoor skydive* is een grote schacht waarin lucht met hoge snelheid verticaal omhoog wordt geblazen. Als je in deze windtunnel horizontaal op de luchtstroom gaat ‘liggen’, kun je blijven zweven. In figuur 30a zie je een persoon zweven in de skydive.
In figuur 30b is *dezelfde* persoon getekend die uit een vliegtuig is gesprongen en met constante snelheid verticaal naar beneden valt.



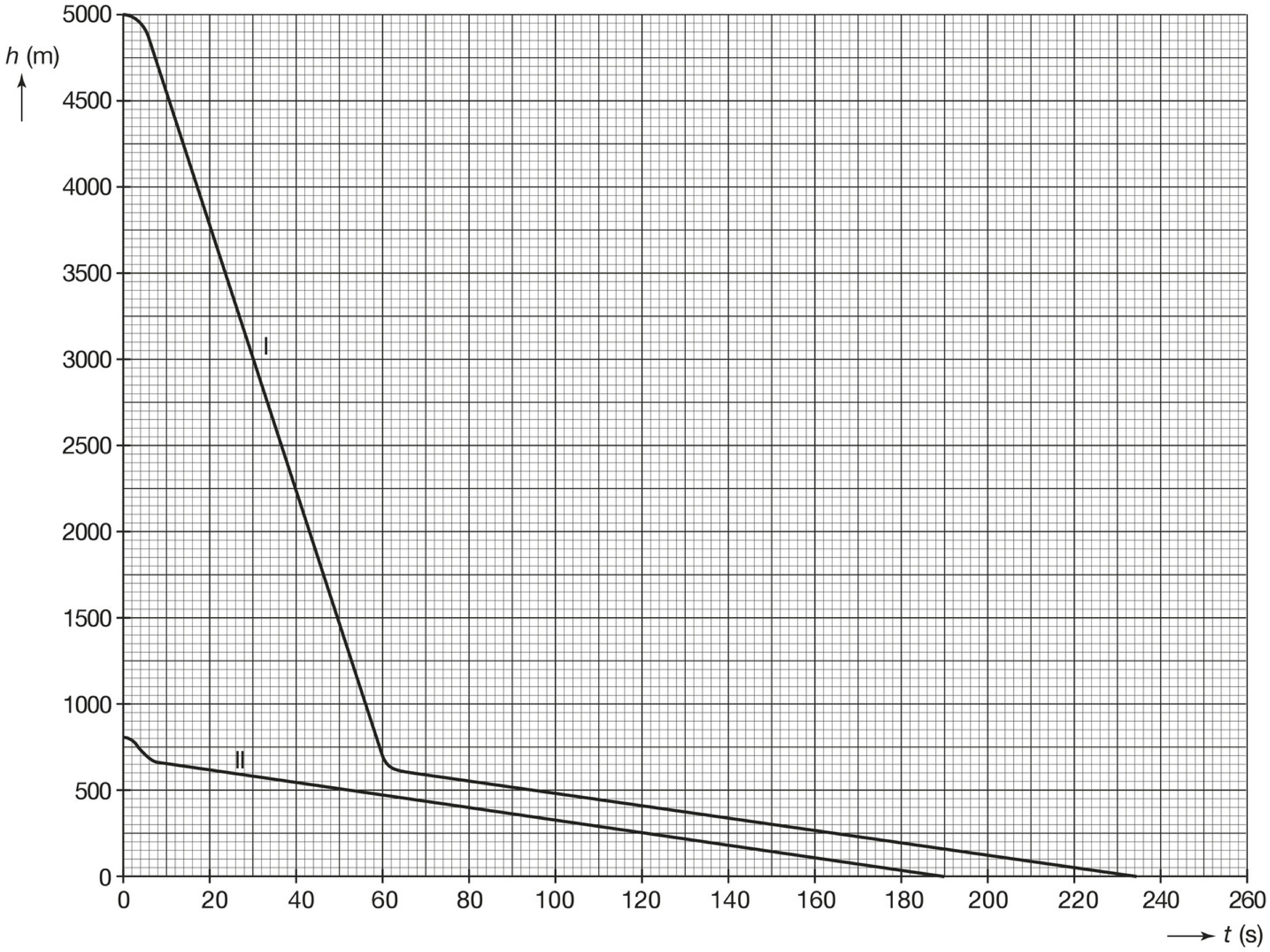
▲ **figuur 30** de krachten op een skydiver

Teken in figuur 30b de vector van de luchtweerstand voor deze situatie. Let daarbij op de richting en de lengte van de vector. Licht je tekening toe.
naar: examen 2013-I

+27 Parachutesprong
Luuk en Sid willen weten hoe een parachutesprong verloopt. Ze vragen een ervaren parachutist om inlichtingen. Deze laat de (hoogte,tijd)-grafieken zien van twee van zijn sprongen. In het diagram van figuur 31 zijn beide (h,t)-grafieken weergegeven.
Eén sprong is vanaf 5000 m hoogte (sprong I) en één sprong vanaf 800 m (sprong II). Bij beide sprongen ging de parachute open op een hoogte van 700 m.
Uit figuur 31 blijkt dat je bij beide sprongen met dezelfde snelheid op de grond neerkomt.

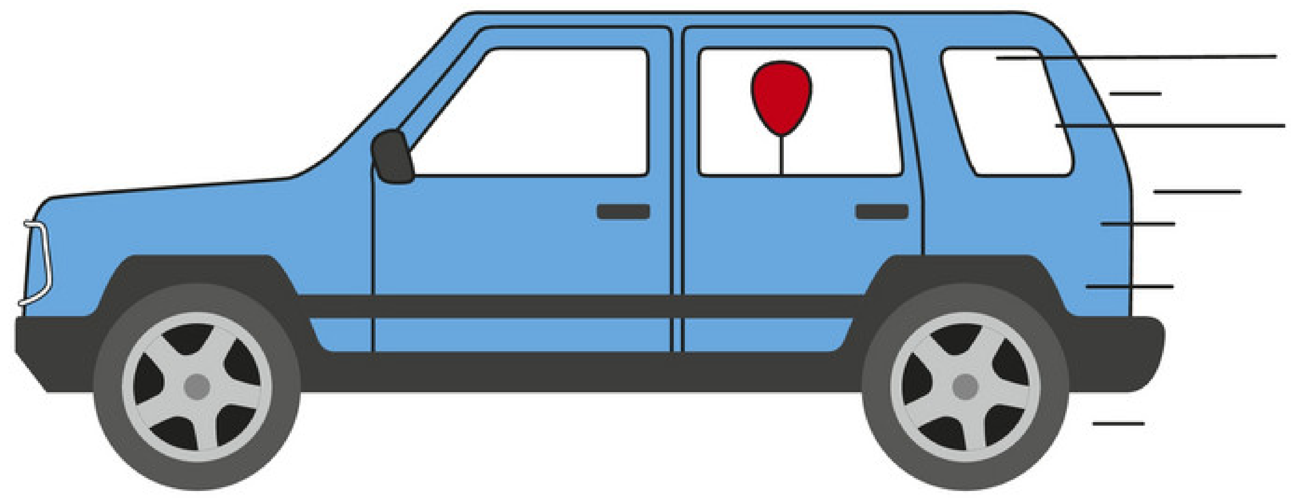
a Leg uit hoe je dit uit de grafieken kunt afleiden.
b Kijk naar de grafiek van de sprong vanaf 5000 m hoogte.
Leg uit of de wrijvingskracht op de parachutist (plus parachute) op een hoogte van 500 m groter dan, kleiner dan, of gelijk is aan de wrijvingskracht op 1500 m.

naar: examen vwo 2002-I



▲ **figuur 31** het (h,t)-diagram van twee parachutesprongen

+28 Traagheid
De auto in figuur 32 rijdt naar links. Midden in de auto hangt een heliumballon.
De bestuurder in de auto moet plotseling remmen.



▲ **figuur 32** een heliumballon in een auto

Leg uit in welke richting (de voorkant of achterkant van de auto) de ballon zal bewegen.

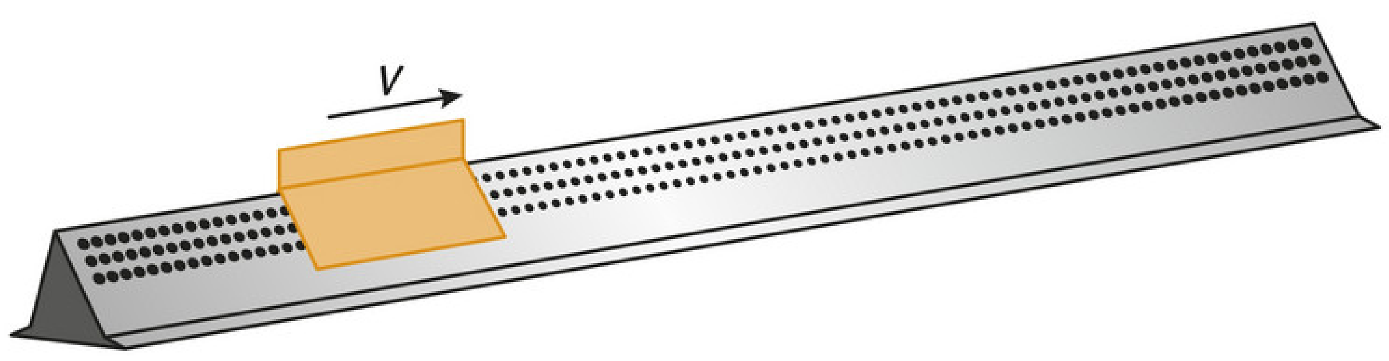
5 De tweede wet van Newton

In deze paragraaf leer je:
- de effecten van een resulterende kracht op de beweging van een voorwerp;
- de tweede wet van Newton.

De eerste wet van Newton zegt dat de snelheid van een voorwerp constant blijft als er geen resulterende kracht op dat voorwerp werkt. Maar wat gebeurt er als er wel een resulterende kracht op een voorwerp werkt?

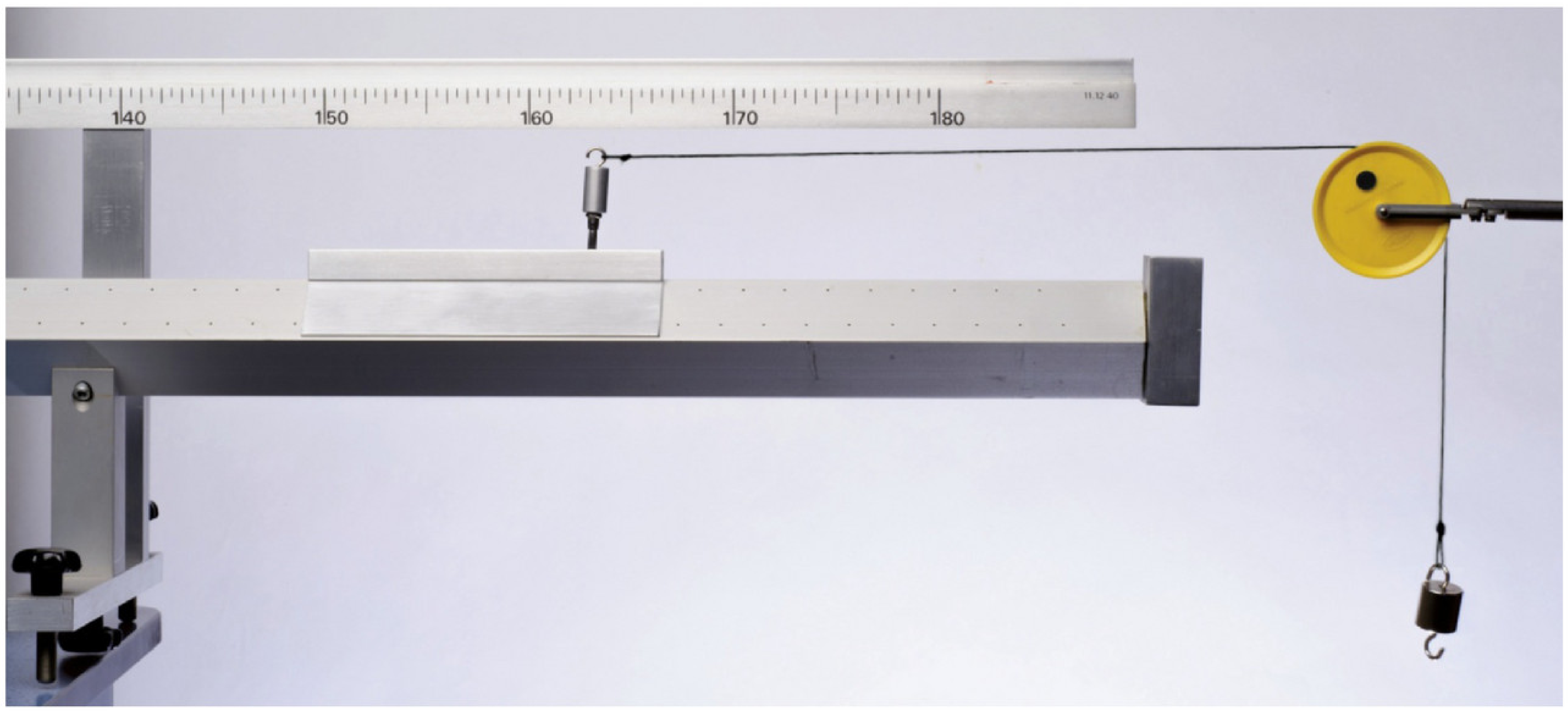
Luchtkussenbaan

Een luchtkussenbaan is een lange holle buis met veel kleine gaatjes waar lucht doorheen wordt geperst (figuur 33). De lucht ontsnapt door deze gaatjes. Op de buis rust een sleetje dat door de ontsnappende lucht iets wordt opgetild. Daardoor zweeft het sleetje boven de baan. Het voordeel daarvan is dat het sleetje vrijwel zonder wrijving over de baan kan bewegen.



▲ **figuur 33** Een luchtkussenbaan heeft veel kleine gaatjes.

Aan het sleetje is een touw vastgemaakt, waaraan een gewichtje is bevestigd (figuur 34). Het touw hangt over een katrol, zodat het gewichtje een kracht uitoefent op het sleetje.
Je kunt in deze situatie twee grootheden veranderen:
- de massa van het sleetje;
- de massa van het gewichtje dat de aandrijfkracht uitoefent.



▲ **figuur 34** een luchtkussenbaan met hanggewichtje

Als je deze proeven goed uitvoert, dan blijkt het volgende:
- Een (constante) resulterende kracht op het sleetje veroorzaakt een constante versnelling van dat sleetje.
- Als je de kracht op het sleetje 2× zo groot maakt, krijgt het sleetje een 2× zo grote versnelling. Dus de versnelling van het sleetje is recht evenredig met de resulterende kracht.
- Als je de massa van het sleetje verdubbelt, wordt de versnelling van dat sleetje, bij dezelfde kracht, 2× zo klein. Dus de versnelling van het sleetje is omgekeerd evenredig met de massa van het sleetje.

De tweede wet van Newton

Je kunt uit deze resultaten een formule afleiden. Deze formule geeft het verband aan tussen de resulterende kracht F_{res}, de massa m waarop deze kracht werkt, en de versnelling a die deze massa m daardoor krijgt:

$$F_{res} = m \cdot a$$

Hierin is:
- F_{res} de resulterende kracht in newton (N);
- m de massa in kilogram (kg);
- a de versnelling in meter per seconde kwadraat (m s^{-2}).

Deze formule heet de **tweede wet van Newton**.

Voorbeeldopgave 9

Op een stilstaand blokje van 50 g wordt gedurende 3,0 s een (horizontale) duwkracht van 6,0 N uitgeoefend. De (constante) wrijvingskracht op het blokje is 4,0 N.

a Bereken de versnelling van het blokje.
b Bereken de snelheid van het blokje op t = 3,0 s.

Uitwerking

a m = 50 g = 0,050 kg
F_{res} = 6,0 – 4,0 = 2,0 N

$$a = \frac{F_{res}}{m} = \frac{2,0}{0,050} = 40 \text{ m s}^{-2}$$

b Uit $a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$ volgt: $\Delta v = a \cdot \Delta t = 40 \times 3,0 = 1,2 \cdot 10^2$ m s^{-1}

Invullen van $\Delta v = v_{eind} - v_{begin}$ geeft: $1,2 \cdot 10^2 = v_{eind} - 0$
Dus geldt: $v_{eind} = 1,2 \cdot 10^2$ m s^{-1}

De resulterende kracht op een voorwerp wordt bij experimenteel onderzoek vaak bepaald door het (v,t)-diagram op te meten.

Voorbeeldopgave 10

In figuur 35 zie je een deel van het (v,t)-diagram van een formule 1-race van Max Verstappen. De massa van de raceauto inclusief bestuurder is 650 kg. Gedurende de eerste 20 s is de beweging eenparig versneld.

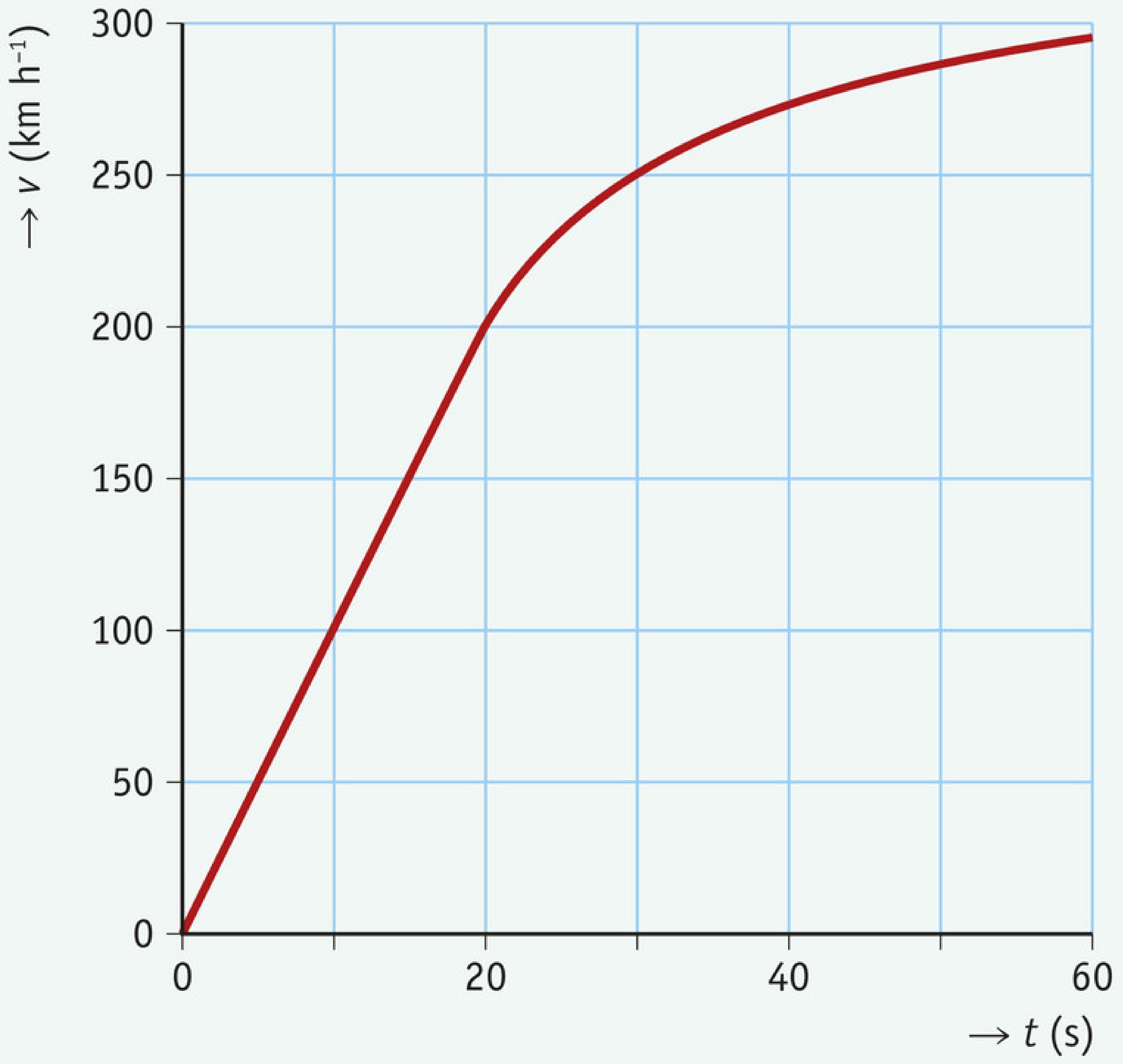
a Bepaal de resulterende kracht op de raceauto gedurende de eerste 20 s.
b Leg uit hoe uit de grafiek blijkt dat de resulterende kracht op de auto vanaf het tijdstip t = 20 s afneemt.

Uitwerking

a De versnelling a is de steilheid van het (v,t)-diagram. Er geldt $\Delta v = \frac{200}{3,6} = 55,6$ m s^{-1} en Δt = 20 s.

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{55,6}{20} = 2,8 \text{ m s}^{-2}$$

De resulterende kracht op de auto bereken je met $F_{res} = m \cdot a$.
Hieruit volgt: $F_{res} = m \cdot a = 650 \times 2,78 = 1,8$ kN



▲ **figuur 35** het (v,t)-diagram van Max Verstappen

b Vanaf het tijdstip $t = 20$ s is de versnelling niet meer constant. De versnelling bepaal je dan met $a = \left(\frac{\Delta v}{\Delta t}\right)_{raaklijn}$. De steilheid van deze raaklijn neemt vanaf $t = 20$ s voortdurend af.

De versnelling wordt dus kleiner. Uit de formule $F_{res} = m \cdot a$ volgt dan dat ook F_{res} kleiner wordt (de massa blijft immers vrijwel hetzelfde).

Versnellen en vertragen

De versnelling van een voorwerp heeft dezelfde richting als de richting van de resulterende kracht op dat voorwerp. Bij een rechtlijnige beweging kan dit twee dingen betekenen:

- De resulterende kracht op het voorwerp heeft dezelfde richting als de richting waarin dat voorwerp beweegt. Het voorwerp versnelt en krijgt een steeds grotere snelheid.
- De resulterende kracht op het voorwerp werkt tegengesteld aan de richting waarin dit voorwerp beweegt. Het voorwerp vertraagt en krijgt een steeds kleinere snelheid. In dit geval moet je in de formule $F_{res} = m \cdot a$ de grootheid F_{res} negatief invullen. Dit treedt vooral op bij remkrachten.

Voorbeeldopgave 11

Een fietser (met een massa van 80 kg inclusief fiets) rijdt met 5,0 m s^{-1}. Omdat het verkeerslicht op rood staat, remt de fietser af met een kracht van 40 N.

a Bereken de versnelling van de fietser.
b Bereken de remtijd van de fietser.

Uitwerking

a Er is sprake van een remkracht. Dat is een kracht die tegengesteld werkt aan de bewegingsrichting van de fietser. Dus geldt: $F_{res} = -40$ N.

$$a = \frac{F_{res}}{m} = \frac{-40}{80} = -0{,}50 \text{ m s}^{-2}$$

Je ziet aan de negatieve waarde van a dat het om een vertraging gaat.

b $\Delta v = v_{eind} - v_{begin} = 0 - 5{,}0 = -5{,}0$ m s^{-1}

Uit $a = \dfrac{\Delta v}{\Delta t}$ volgt: $\Delta t = \dfrac{\Delta v}{a} = \dfrac{-5{,}0}{-0{,}50} = 10$ s

De eerste wet van Newton zit verborgen in de tweede wet van Newton. Als er op een voorwerp geen resulterende kracht werkt, geldt: $F_{res} = 0$ N dus $0 = m \cdot a$.
Doordat de massa van een voorwerp natuurlijk niet nul kan zijn, klopt deze vergelijking alleen als de versnelling 0 m s^{-2} is. En dat betekent weer dat de snelheid van het voorwerp niet verandert. Dat was nou net de eerste wet van Newton: als de resulterende kracht op een voorwerp nul is, dan verandert de snelheid van dat voorwerp niet.

Ook de formule voor de zwaartekracht kun je afleiden uit de tweede wet van Newton. Als je een voorwerp in vacuüm laat vallen, voert het een vrije val uit (zie hoofdstuk 1, paragraaf 8). Dit voorwerp voert dan een eenparig versnelde beweging uit met de valversnelling g. De enige en dus resulterende kracht die op het voorwerp werkt, is de zwaartekracht F_z. Er geldt:
$F_{res} = F_z$
$a = g$

En dus gaat de tweede wet van Newton $F_{res} = m \cdot a$ dan over in: $F_z = m \cdot g$.

Onthoud!

- De tweede wet van Newton luidt: $F_{res} = m \cdot a$.
- Als de resulterende kracht tegengesteld gericht is aan de bewegingsrichting, moet je deze negatief invullen in de formule. Er ontstaat dan een negatieve versnelling, ofwel een vertraging.

Opdrachten

29 De tweede wet van Newton
Beantwoord de volgende vragen.
a Hoe luidt de tweede wet van Newton?
b Noem de eenheden waarin de grootheden in de tweede wet van Newton moeten worden ingevuld.
c Wat gebeurt er met de snelheid van een voorwerp als de resulterende kracht op dat voorwerp dezelfde richting heeft als de beginsnelheid?
d Wat gebeurt er met de snelheid van een voorwerp als de resulterende kracht op dat voorwerp tegengesteld gericht is aan de beginsnelheid?
e Leg uit hoe de eerste wet van Newton (de traagheidswet) uit de tweede wet van Newton volgt.
f Geef de formule waarmee je de zwaartekracht op een voorwerp met massa m berekent.

30 Kracht en versnelling
Je duwt 15 s met een kracht van 25 N tegen een stilstaand voorwerp van 10 kg. Verwaarloos eventuele wrijvingskrachten op het voorwerp.
a Bereken de versnelling van het voorwerp.
b Bereken de snelheidsverandering van het voorwerp.
c Bereken de snelheid van het voorwerp na 15 s.

31 Auto

Een automobilist trekt met gierende banden op. De resulterende kracht op de auto is dan $2{,}7 \cdot 10^3$ N. In 10 s bereikt hij een snelheid van 108 km h^{-1}.

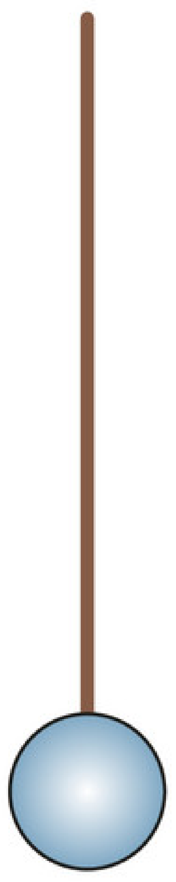
a Bereken de versnelling van de auto.

b Bereken de massa van de auto (inclusief automobilist).

c De auto rijdt nog een tijdje door met een snelheid van 108 km h^{-1}. Leg uit hoe groot de resulterende kracht op de auto nu is.

32 Kogel aan touw

Een kogel van 2,0 kg hangt aan een touw (figuur 36).



▶ **figuur 36** Een kogel hangt aan een touw.

a Bereken de zwaartekracht op de kogel.

b Bereken de spankracht in het touw als de kogel stilhangt.

Bij de volgende vragen wordt de kogel aan het touw voortbewogen.
Bereken de spankracht in de volgende situaties.

c De kogel beweegt aan het touw omhoog met een snelheid van 3,0 m s^{-1}.

d De kogel beweegt aan het touw omlaag met een snelheid van 3,0 m s^{-1}.

e De kogel beweegt aan het touw omlaag met een versnelling van 3,0 m s^{-2}.

f De kogel beweegt aan het touw omhoog met een versnelling van 3,0 m s^{-2}.

g De kogel beweegt aan het touw omlaag met een vertraging van 3,0 m s^{-2}.

33 Wielrenner

Een wielrenner die een snelheid van 36 km h^{-1} heeft, remt plotseling af voor een stoplicht. De remkracht is 50 N. De massa van de wielrenner met fiets is 75 kg.

a Bereken de vertraging.

b Bereken hoelang het duurt voordat de wielrenner stilstaat.

34 Luchtkussenbaan

Het sleetje in figuur 34 heeft een massa van 200 g en wordt op de luchtkussenbaan versneld door een hangend gewichtje van 25 g.

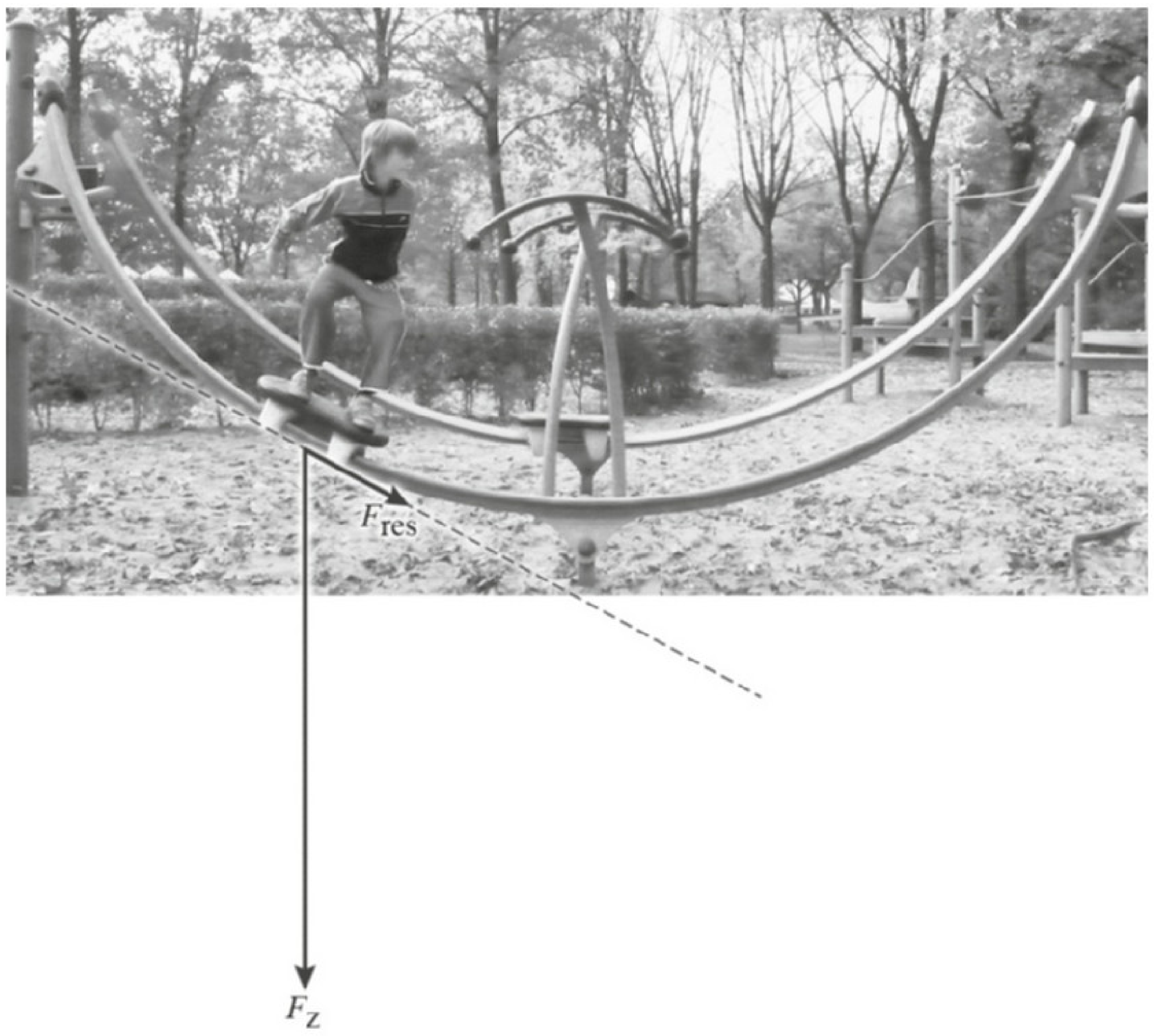
a Bereken de versnelling van het sleetje.

b Bereken hoe groot de versnelling wordt als het sleetje en het hanggewichtje 2× zo zwaar worden gemaakt.

35 Skater

In figuur 37 zie je een skater die versneld omlaag beweegt. Hiervoor is een resulterende kracht in voorwaartse richting nodig. In de foto is deze kracht samen met de zwaartekracht op schaal weergegeven. De totale massa van de skater en het skateboard is 31 kg.

De vectorpijl voor F_z is 3,8 cm, de vectorpijl voor F_{res} is 0,8 cm en de hoek tussen F_z en F_{res} is 61°.



▲ **figuur 37** het krachtendiagram van de skater

a Construeer in figuur 37 de component van de zwaartekracht langs de railbaan.
b Bepaal de grootte van de wrijvingskracht langs de railbaan op het moment van de foto.
c Bepaal de versnelling van de skater op het moment van de foto.
naar: pilotexamen 2013-II

36 Eenheden
De eenheid van kracht is de newton. In deze opdracht ga je de newton uitdrukken in SI-grondeenheden.
a Wat is de SI-eenheid van massa?
b Wat is de SI-eenheid van versnelling?
c Leid met behulp van de formule $F_{res} = m \cdot a$ af hoe de eenheid newton kan worden uitgedrukt in SI-grondeenheden.

37 Veiligheid
Een autofabrikant heeft ooit een promotiefilmpje gemaakt om de veiligheid van een bepaald model auto aan te tonen. Daarbij viel de auto 15 m verticaal recht omlaag. De foto's in figuur 38 tonen drie screenshots uit het filmpje.



▲ **figuur 38** een vallende auto

In de middelste foto werken de normaalkracht F_N en de zwaartekracht F_z op de auto.
Is in deze foto $F_N < F_z$, $F_N = F_z$, of is $F_N > F_z$? Licht je antwoord toe.
naar: pilotexamen 2014-II

38 Astronaut
Astronaut Young landde in 1972 met de *Apollo 16* op de maan. Daar maakte hij op een gegeven moment een sprong recht omhoog. De massa van Young was inclusief bepakking 120 kg. Tijdens het afzetten was zijn versnelling 3,3 m s^{-2}.
Bereken de grootte van de kracht die hij tijdens het afzetten op het maanoppervlak uitoefende. Houd daarbij rekening met de zwaartekracht van de maan.
naar: pilotexamen 2012-I

39 Modelleren
In figuur 39 zie je een model voor een vallende parachutist. De constante *k* (regel 7 bij de startwaarden) bepaalt hoe groot de luchtwrijvingskracht is.

modelregels	startwaarden en constanten
1 t := t + dt	1 dt := 0.05 ‘s
2 Fz := m*g	2 t := 0 ‘s
3 Fwl := k*v^2	3 y := 1000 ‘m (hoogte boven de grond)
4 Fres : = ...	4 v := 0 ‘m/s
5 a := Fres/m	5 g := 9.81 ‘m/s^2
6 v := v + a*dt	6 m := 95 ‘kg
7 y := y – v*dt	7 k := 0.52 ‘kg/m (wrijvingsconstante)

▲ **figuur 39** het model van een parachutist

a Noem twee factoren waarvan de constante *k* afhangt.
b Modelregel 4 is nog niet helemaal ingevuld. Geef de volledige modelregel.
c In het model is nog geen stopconditie (als … dan … stop) opgenomen.
Geef de modelvergelijking die moet worden toegevoegd om het model te laten stoppen als de parachutist de grond raakt.

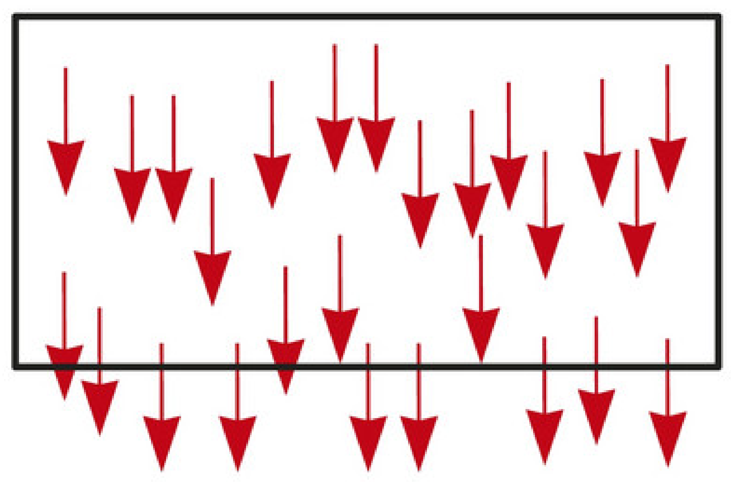
6 De hefboomwet

In deze paragraaf leer je:
- wat het zwaartepunt, een werklijn, het draaipunt en de arm van een kracht is;
- wanneer een voorwerp in evenwicht is;
- de hefboomwet toepassen.

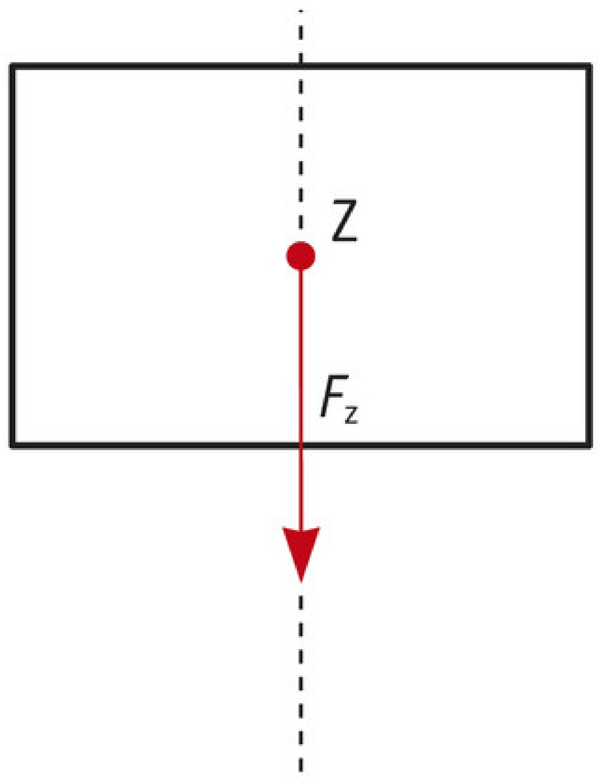
Op elk voorwerp werkt zwaartekracht. De zwaartekracht werkt dus op alle moleculen van een voorwerp. Als je de zwaartekracht op een blokje wilt tekenen, kun je dat doen zoals in figuur 40. Je zou eigenlijk nog veel meer pijltjes moeten tekenen, want het blokje bestaat uit enorm veel moleculen.

Het zwaartepunt

Gemakkelijker dan het tekenen van al die pijltjes is het om de totale zwaartekracht F_z in één punt te laten aangrijpen. Dat punt is het **zwaartepunt Z** (figuur 41). Het zwaartepunt Z is een denkbeeldig punt van het voorwerp waar de zwaartekracht aangrijpt.



▲ **figuur 40** schematische weergave van de zwaartekracht op de moleculen van een blokje

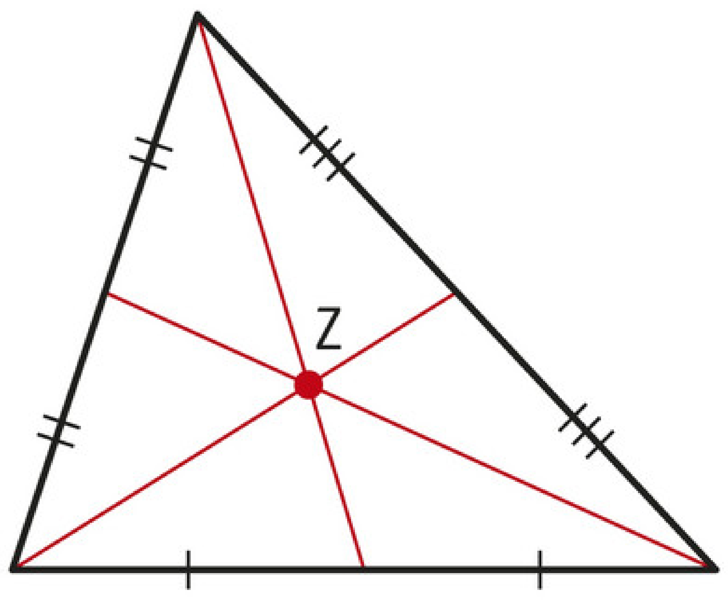


▲ **figuur 41** het zwaartepunt Z van een blokje

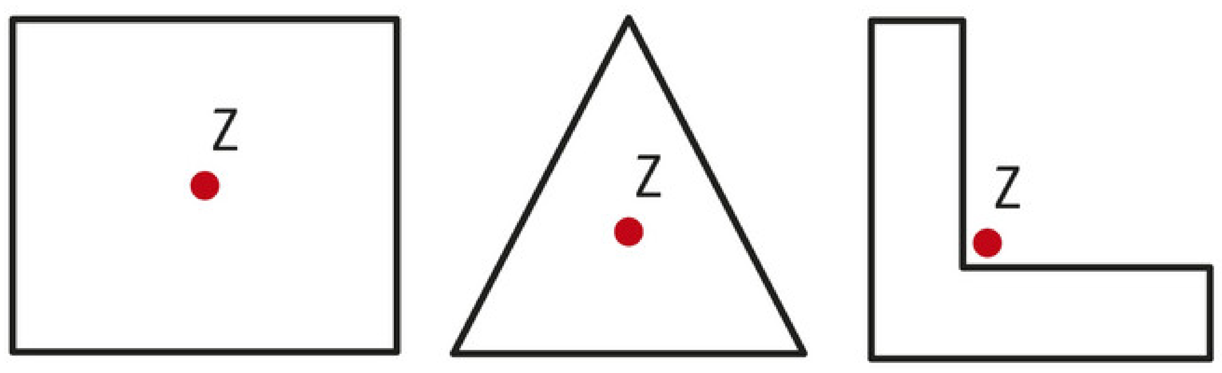
Elk voorwerp heeft een zwaartepunt. Je kunt het zwaartepunt van voorwerpen als volgt bepalen:
- Hang het voorwerp aan één punt op en teken vanuit het ophangpunt een lijn recht omlaag.
- Hang het voorwerp vervolgens op aan andere punten en teken steeds een lijn recht omlaag. Al die lijnen snijden elkaar in één punt. Dat is het zwaartepunt van het voorwerp.

Zwaartepunt bij verschillende voorwerpen

Het zwaartepunt van een aantal voorwerpen is aangegeven in figuur 42 en 43. Zoals je in figuur 43 ziet (bij de winkelhaak) kan het zwaartepunt ook in een gebied liggen waar geen massa is.



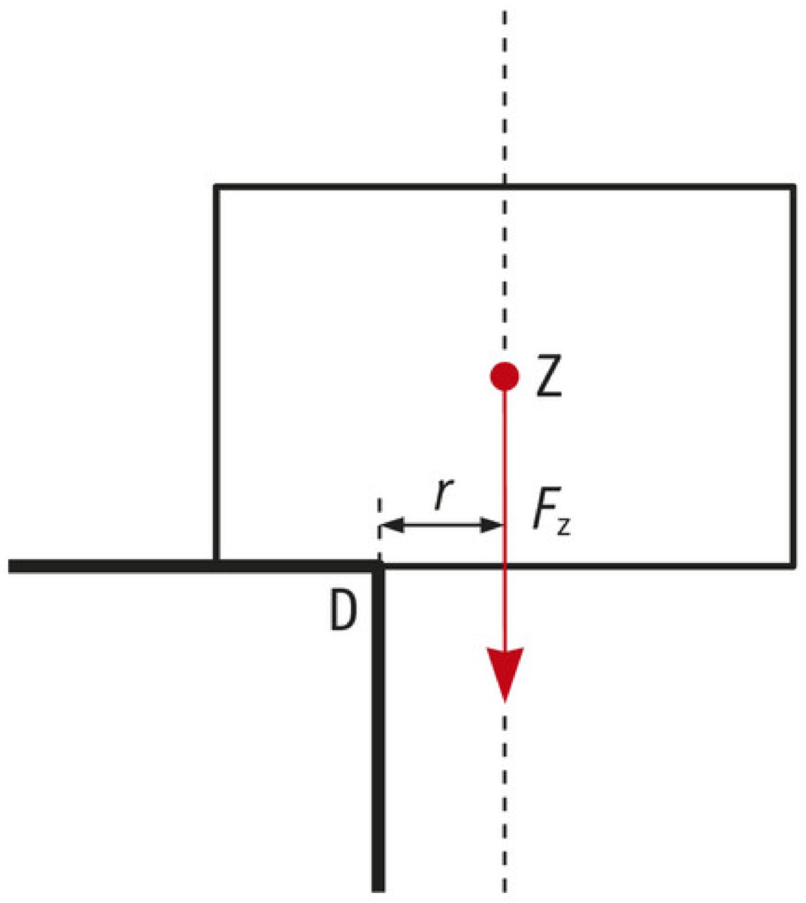
▲ **figuur 42** het zwaartepunt Z van een driehoek



▲ **figuur 43** drie voorwerpen met hun zwaartepunt

Werklijn, draaipunt en arm

De denkbeeldige rechte lijn waarop een krachtenpijl ligt, heet de **werklijn** van de kracht. In figuur 44 is de werklijn van de zwaartekracht met een stippellijn aangegeven.
Het voorwerp in figuur 44 blijft niet in rust: het gaat draaien. Een voorwerp dat kan draaien, heeft een **draaipunt** (of scharnierpunt). In figuur 44 is het draaipunt van het voorwerp aangegeven met de letter D.

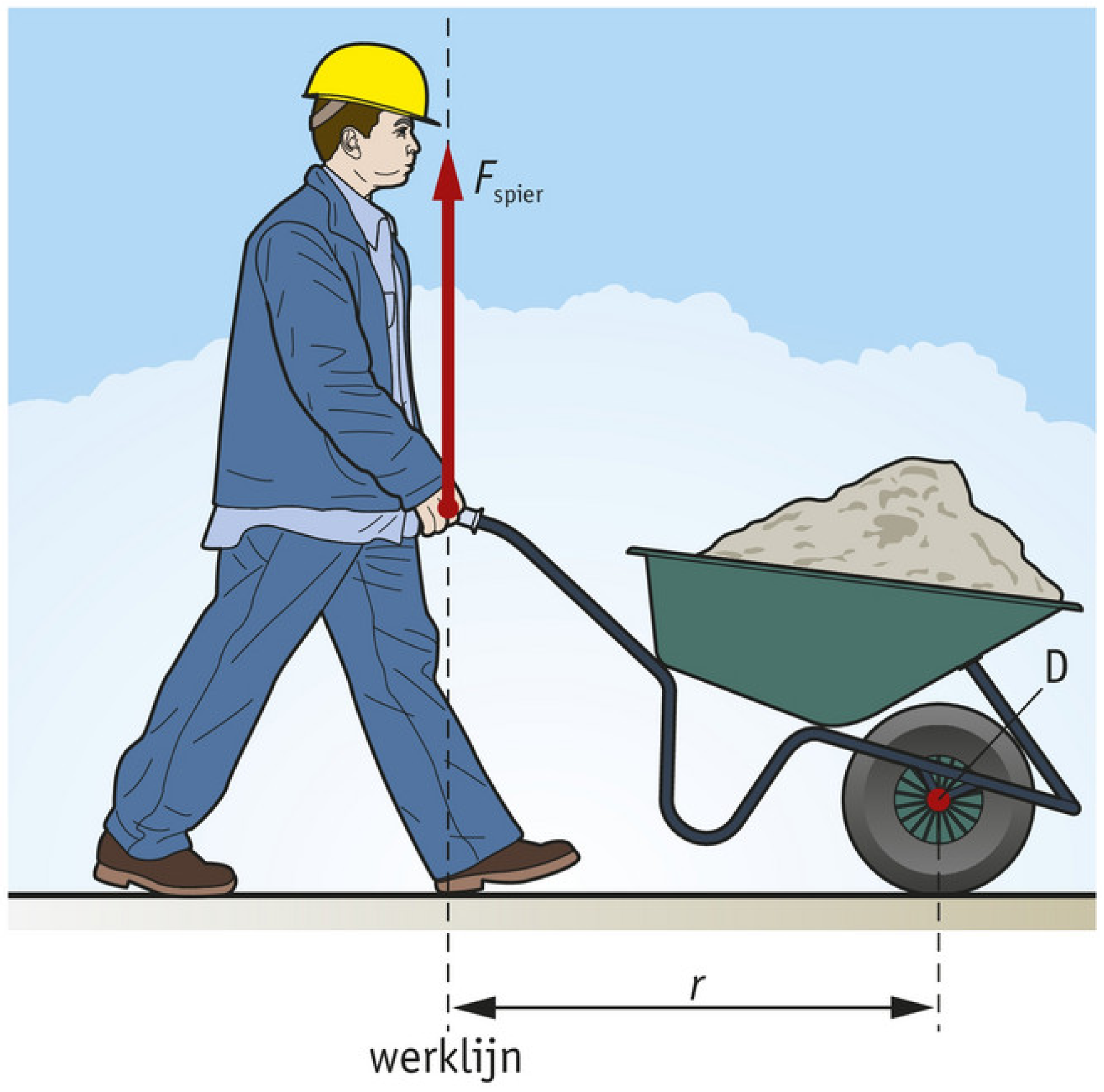


▲ **figuur 44** Het voorwerp draait om draaipunt D.

Omdat de werklijn van de zwaartekracht niet boven het steunvlak ligt, laat de zwaartekracht het blok kantelen (draaien). Het (draai-)effect hangt dan af van twee factoren:

- de grootte van de kracht F (in dit geval F_z);
- de kortste afstand r van de werklijn van die kracht tot het draaipunt (de 'arm' van de kracht).

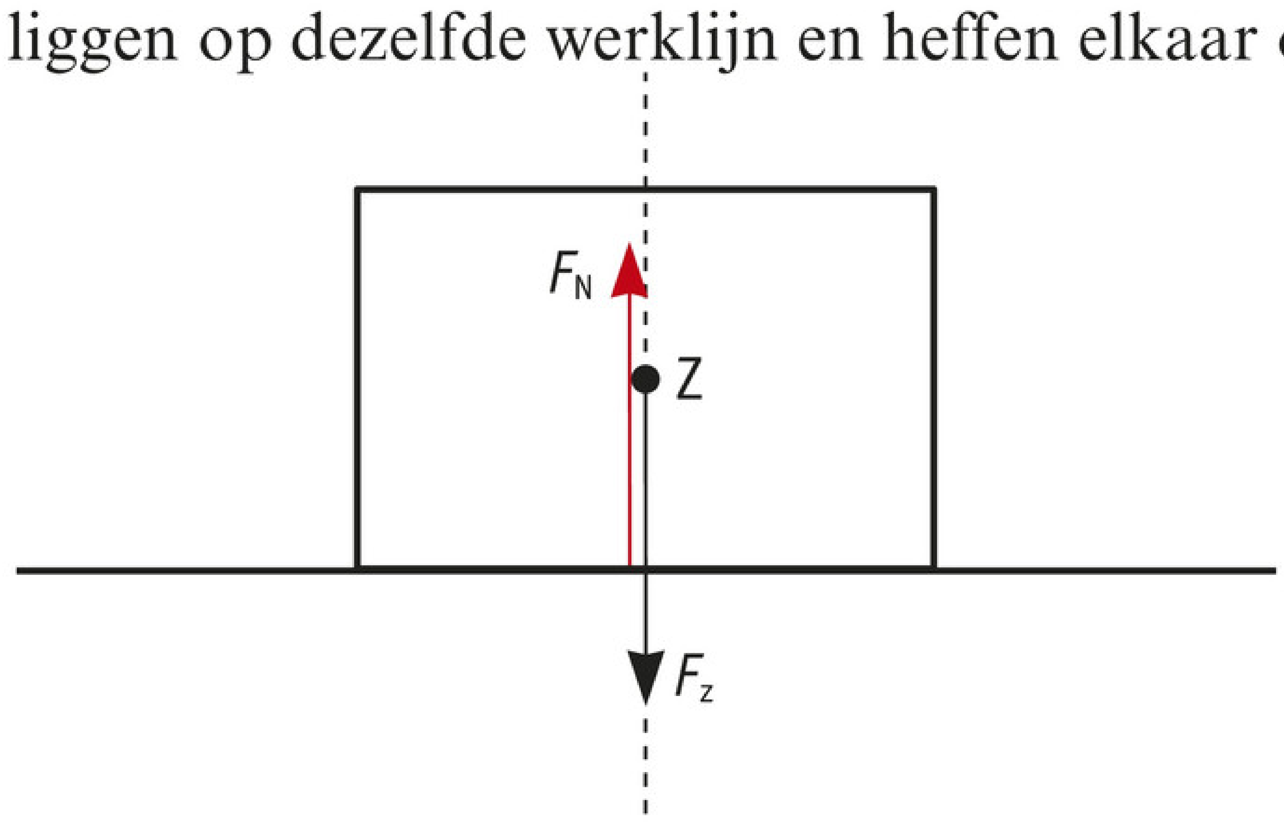
De **arm *r*** van de kracht is altijd de kortste verbindingslijn van het draaipunt tot de werklijn van de kracht. Dit is de loodlijn (figuur 45).



▲ **figuur 45** De arm *r* is de loodlijn op de werklijn van de kracht.

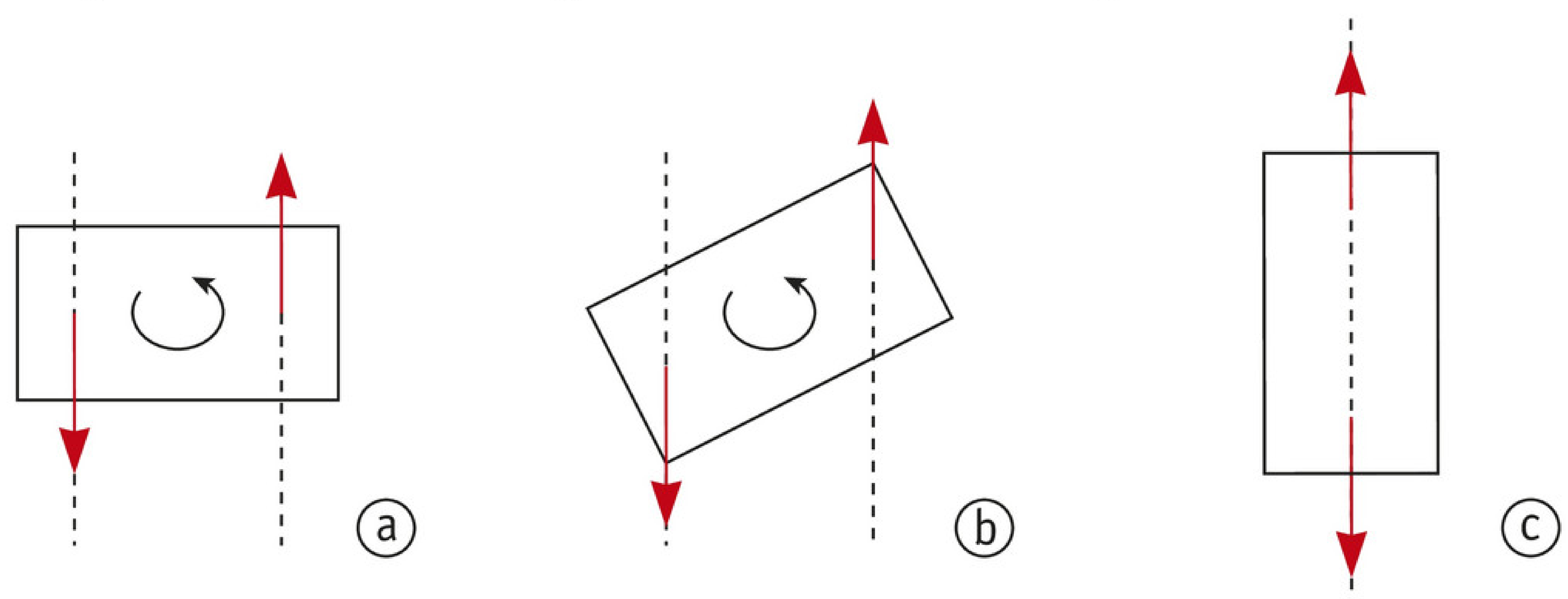
Evenwicht

Op het voorwerp in figuur 46 werken twee even grote tegengestelde krachten. Beide krachten liggen op dezelfde werklijn en heffen elkaar op.



▲ **figuur 46** Twee krachten heffen elkaar op.

In figuur 47a zie je een voorwerp waarop ook twee even grote tegengestelde krachten werken. De werklijnen van deze krachten vallen niet samen. Dit voorwerp zal gaan draaien totdat de werklijnen van beide krachten samenvallen (figuur 47b en 47c). In figuur 47c stopt het voorwerp met draaien. Je zegt dan dat het voorwerp in **evenwicht** is.



▲ **figuur 47** Twee tegengestelde krachten laten het voorwerp draaien tot de werklijnen samenvallen.

De hefboomwet

Toen je klein was, heb je vast weleens met iemand samen op een wip gezeten en geprobeerd deze in evenwicht te houden. Misschien kreeg je toen al door dat er evenwicht ontstaat als het zwaarste kind dichter bij het midden van de wip gaat zitten dan het lichtste kind. Eigenlijk maak je dan gebruik van de **hefboomwet** die aangeeft wanneer een hefboom in evenwicht is.
Een **hefboom** is een voorwerp waarop krachten kunnen worden uitgeoefend en dat om een as (draaipunt) kan draaien. Voorbeelden van hefbomen zijn werktuigen als een schaar, een koevoet en een katrol.
De hefboomwet luidt als volgt: een hefboom is in evenwicht als $(F \cdot r)_{\text{linksom}} = (F \cdot r)_{\text{rechtsom}}$
Dit kun je ook schrijven als:

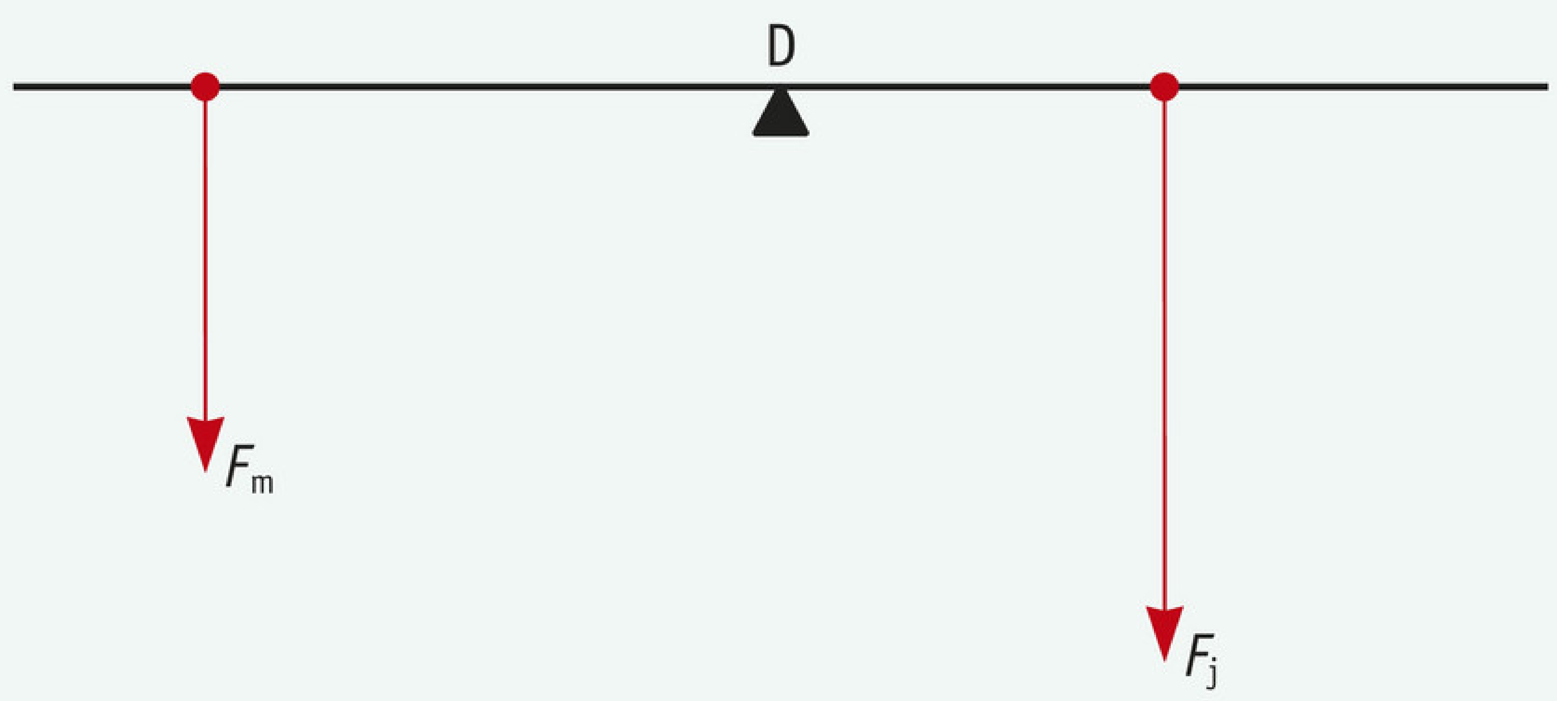
$$F_1 \cdot r_1 = F_2 \cdot r_2$$

Hierin zijn:
- F_1 en F_2 de krachten (buiten het draaipunt) op de hefboom in newton (N);
- r_1 en r_2 de bijbehorende armen in meter (m).

In plaats van meter mag je ook een andere eenheid (bijvoorbeeld centimeter of millimeter) voor de arm in de formule gebruiken, als je links en rechts van het =-teken maar dezelfde eenheid gebruikt.
Het product $F \cdot r$ wordt ook wel het **moment *M*** van de kracht genoemd. Een moment druk je uit in de eenheid newtonmeter (Nm). Hoe groter het moment, hoe groter het draai-effect van de kracht. Je kunt de hefboomwet dus ook als volgt formuleren: $M_{\text{linksom}} = M_{\text{rechtsom}}$

Voorbeeldopgave 12

Op de balk van een wip zit op 3,0 m links van het draaipunt een meisje, rechts zit een jongen. Het meisje oefent een kracht van 400 N uit op de wip, de jongen een kracht van 600 N (figuur 48).



▲ **figuur 48** voorstelling van een wip in evenwicht

Bereken op welke afstand van het draaipunt de jongen moet zitten om de wip in evenwicht te houden.

Uitwerking
Noem de kracht die de jongen op de wip uitoefent F_j en de kracht die het meisje uitoefent F_m.
Noem de armen van beide krachten r_j en r_m.
Dan geldt:
$F_m \cdot r_m = F_j \cdot r_j$
$400 \times 3,0 = 600 \cdot r_j$

$$r_j = \frac{400 \times 3,0}{600} = 2,0 \text{ m}$$

De jongen moet dus op 2,0 m van het draaipunt zitten.

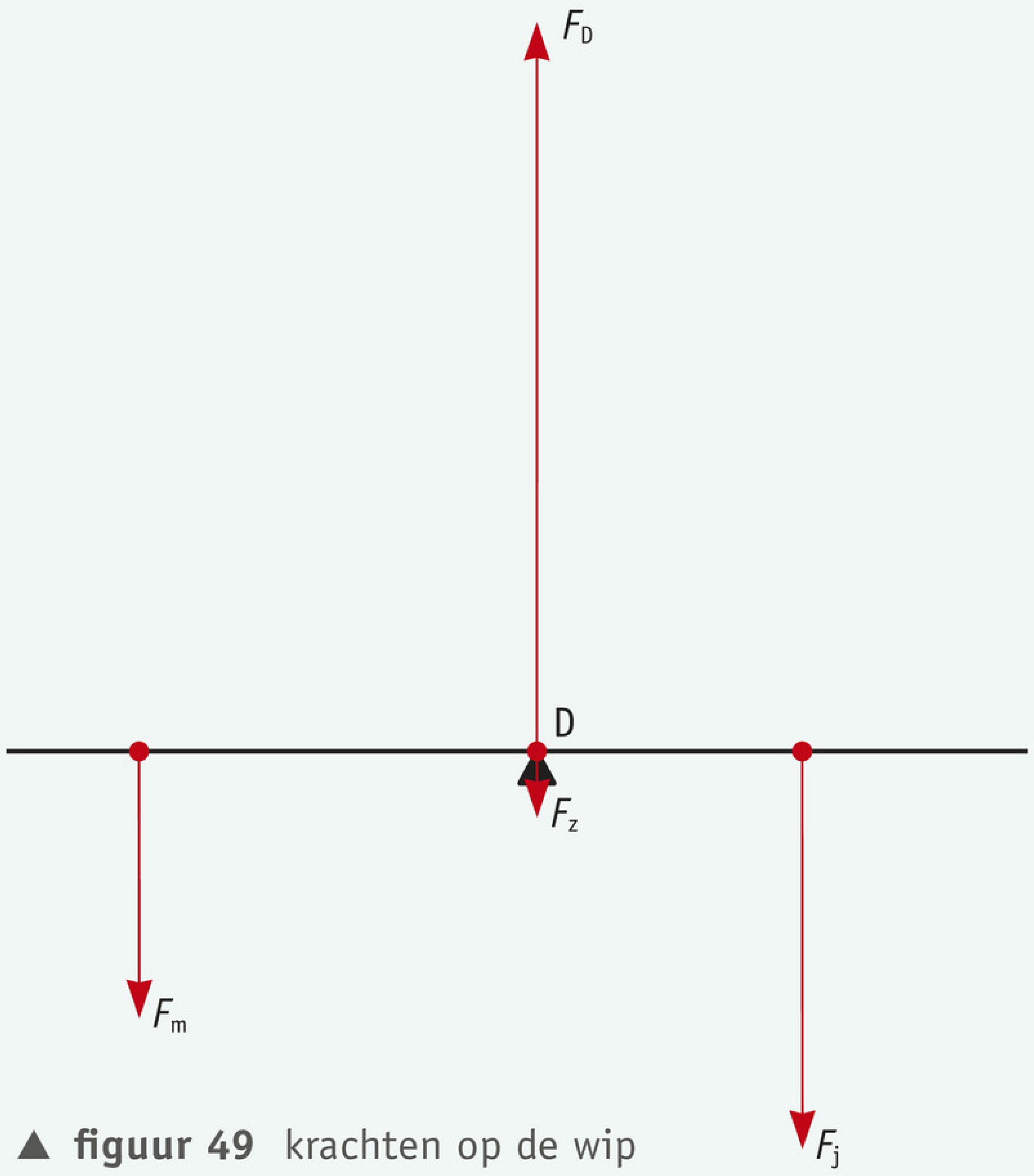
Opmerking: op de balk zelf werkt ook nog een kracht: de zwaartekracht. Deze grijpt aan in het zwaartepunt (het midden van de wip). De werklijn van deze kracht loopt door het draaipunt, dus is de arm van de zwaartekracht nul. De zwaartekracht op de balk levert geen bijdrage aan de draaiing (want het moment van de zwaartekracht is $F \cdot r = F \cdot 0 = 0$ Nm).
Bij het toepassen van de hefboomwet hoef je in dit geval dus geen rekening te houden met deze kracht.

Je kunt de hefboomwet dus gebruiken om een onbekende kracht uit te rekenen als de hefboom in evenwicht is. Maar er werken nog meer krachten op een hefboom. Voor een hefboom in evenwicht geldt niet alleen $F_1 \cdot r_1 = F_2 \cdot r_2$. De hefboom als geheel beweegt ook niet omhoog of omlaag, dus geldt ook dat de resulterende kracht nul is: $F_{res} = 0$ N. Dit laatste gebruik je meestal om de kracht uit te rekenen die in het draaipunt op de hefboom werkt. Dit wordt duidelijk aan de hand van voorbeeldopgave 13.

Voorbeeldopgave 13

De massa van de balk van de wip in voorbeeldopgave 12 waarop de jongen en het meisje zitten, is 10 kg.
Bereken de kracht die de balk van de wip in het draaipunt ondervindt.

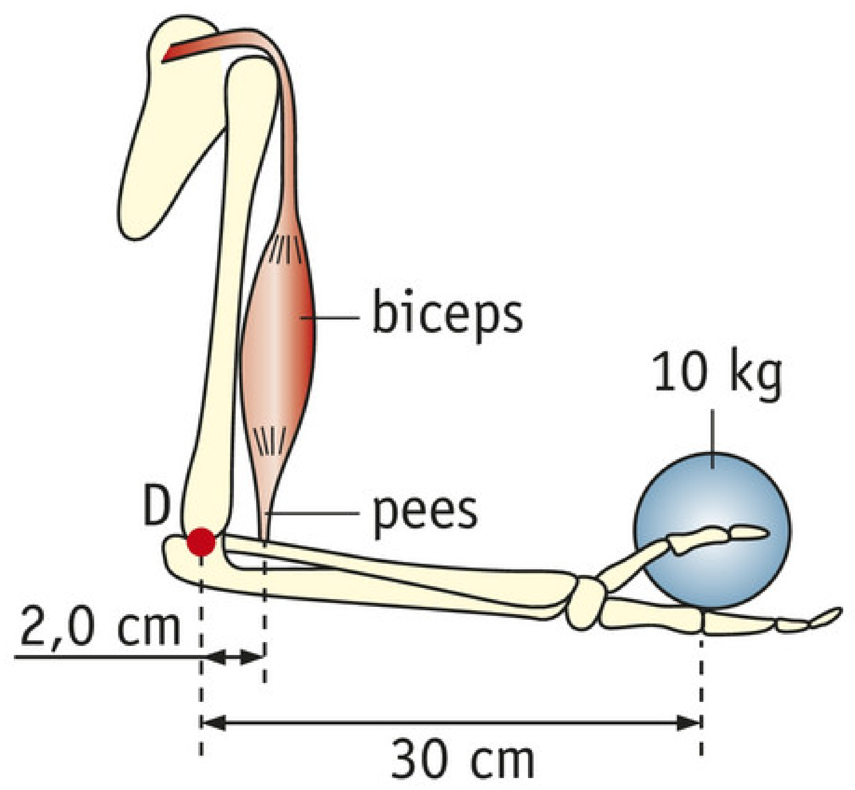
Uitwerking
Op de balk van de wip werkt de zwaartekracht: $F_z = m \cdot g = 10 \times 9{,}81 = 98$ N.
Er werken dus drie krachten op de wip omlaag: F_m, F_j en de zwaartekracht F_z op de wip.
De wip als geheel beweegt niet, dus moet de resulterende kracht op de wip nul zijn. Dan moet er op de wip dus een kracht omhoog werken die even groot is als de drie krachten omlaag samen. Dat is de kracht F_D die de wip in het draaipunt ondervindt:
$F_D = F_m + F_j + F_z = 400 + 600 + 98 = 1098$ N
In figuur 49 zijn deze vier krachten getekend.



▲ **figuur 49** krachten op de wip

Het menselijk lichaam als hefboom

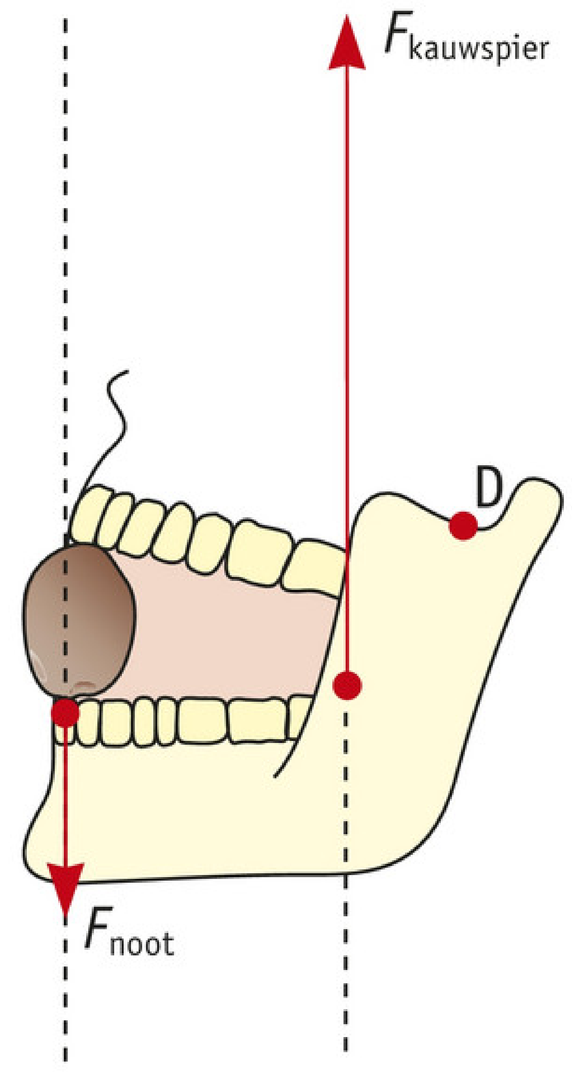
Er zijn heel wat lichaamsdelen die als hefboom functioneren, bijvoorbeeld je knie en je onderarm. Stel dat je een metalen kogel op je hand laat rusten. Je houdt de hand en de onderarm horizontaal (figuur 50).



◀ **figuur 50** de onderarm als hefboom

De onderarm is een hefboom die in evenwicht is. Het draaipunt ligt helemaal links, bij de elleboog. De kracht die de kogel op de onderarm uitoefent, laat deze rechtsom draaien. Dus moet de biceps (spier) een kracht op de onderarm uitoefenen die deze onderarm linksom laat draaien. De kracht die de biceps moet leveren, is groot, omdat de arm van de kracht van de biceps klein is.

Als je op een noot bijt, oefent de noot een kracht omlaag uit op je onderkaak. Deze kracht laat de onderkaak linksom draaien. De kauwspier moet een kracht omhoog uitoefenen op de onderkaak die de kaak rechtsom laat draaien (figuur 51). Andere voorbeelden van hefbomen in het menselijk lichaam zijn je onderbeen, je hand en je voet.



▲ **figuur 51** de kaak als hefboom

Voorbeeldopgave 14

Maaike bijt op een noot met een kracht van 24 N. In figuur 51 is de situatie schematisch weergegeven. De tekening is op schaal.
Bepaal met behulp van de hefboomwet de kracht die de kauwspier uitoefent.

Uitwerking
De tekening is op schaal. De verhouding van de armen in de tekening komt dan overeen met de verhouding van de armen in werkelijkheid. Dit betekent dat je in plaats van de werkelijke armen, de grootte van de (opgemeten) armen in de tekening mag invullen in de hefboomwet. De uitkomst blijft hetzelfde.
Er geldt:
$r_{noot} = 21$ mm (opgemeten)
$r_{kauwspier} = 6{,}0$ mm (opgemeten)
$F_{noot} \cdot r_{noot} = F_{kauwspier} \cdot r_{kauwspier}$
$24 \times 21 = F_{kauwspier} \cdot 6{,}0$
Hieruit volgt:
$F_{kauwspier} = 84$ N

▶ **EXPERIMENT 3** Evenwicht

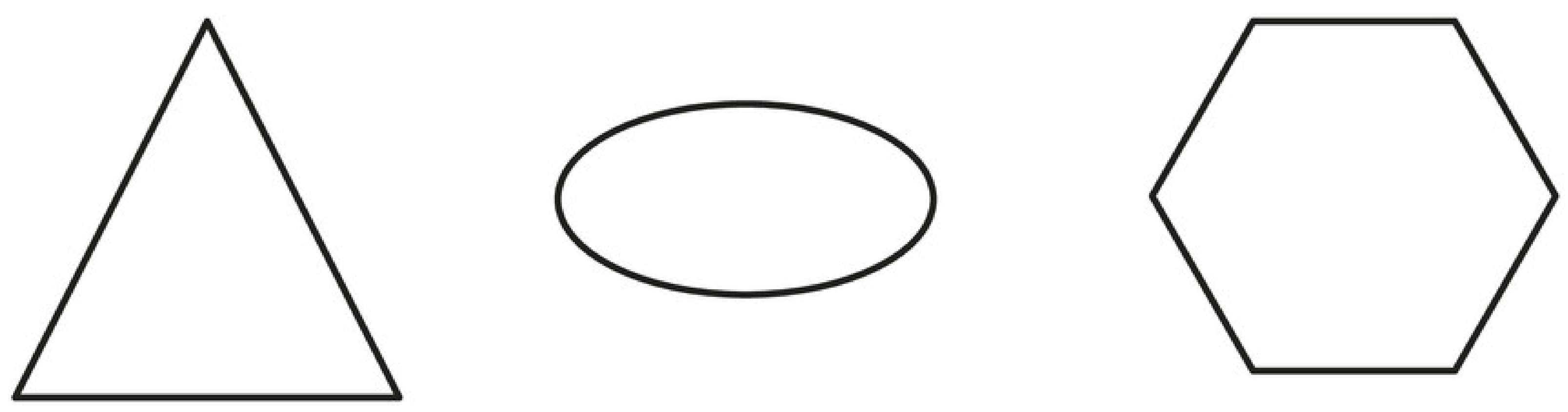
Onthoud!

- Het zwaartepunt Z is een denkbeeldig punt van het voorwerp waar de zwaartekracht aangrijpt.
- De werklijn van een kracht is de (denkbeeldige) lijn waarop een krachtenpijl ligt.
- De arm *r* van een kracht is de kortste afstand tussen het draaipunt en de werklijn van die kracht. Je vindt die afstand met behulp van de loodlijn.
- Een hefboom is een voorwerp waarop krachten kunnen worden uitgeoefend en dat om een as kan draaien.
- Een voorwerp is in evenwicht als geldt: $F_1 \cdot r_1 = F_2 \cdot r_2$

Opdrachten

40 Hefboomwet
Maak de volgende opdrachten.
a Leg de begrippen ‘arm’, ‘werklijn’ en ‘zwaartepunt’ uit.
b Leg de hefboomwet uit.
c Geef de formule van de hefboomwet.

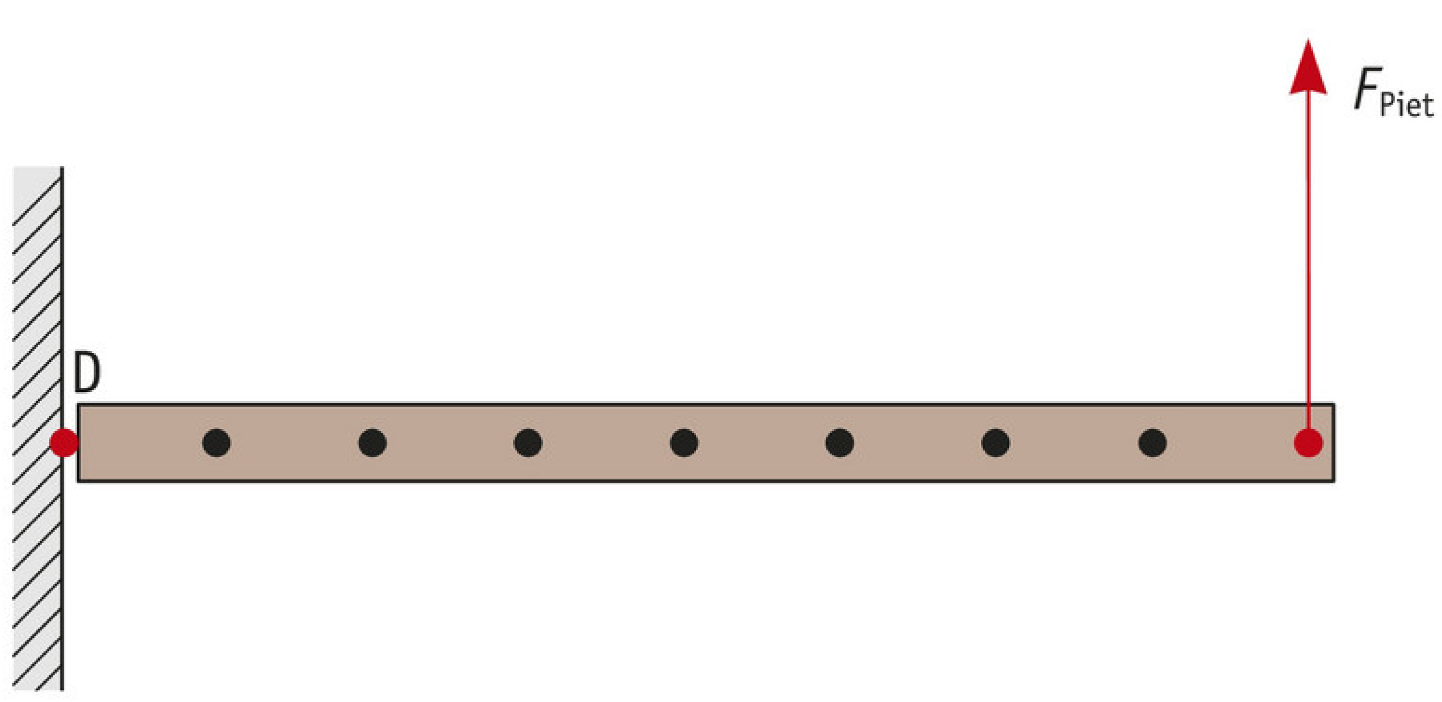
41 Zwaartepunt
In figuur 52 zijn drie voorwerpen schematisch weergegeven.
Geef in elk voorwerp met een punt de plaats van het zwaartepunt aan.



▲ **figuur 52** drie voorwerpen

42 Onderarm
Toon met de gegevens in figuur 50 aan dat de kracht die de biceps moet leveren, gelijk is aan $1{,}5 \cdot 10^3$ N.

43 Draaipunt
Een plank is, draaibaar in punt D, aan een muur bevestigd (figuur 53). Piet houdt de plank in evenwicht. De grootte van de zwaartekracht op de plank is 6,0 N.

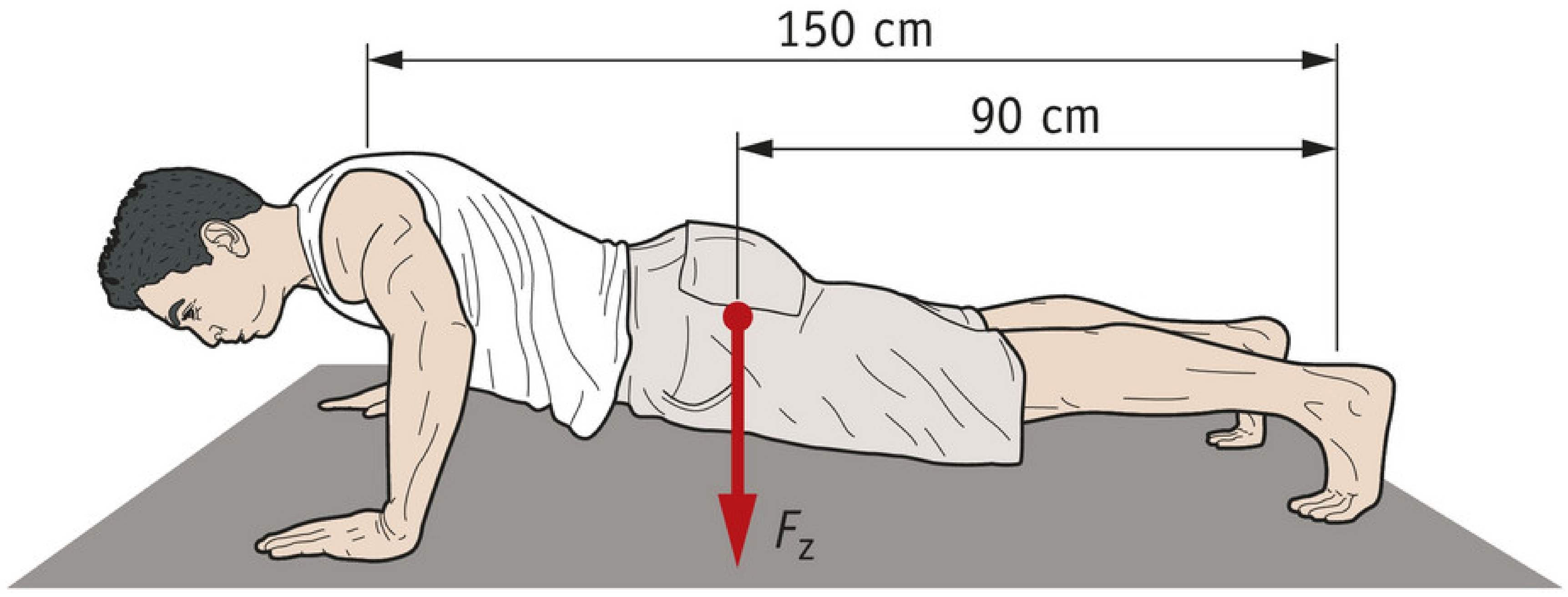


▲ **figuur 53** een plank in evenwicht

a Bepaal de kracht die Piet op het uiteinde moet uitoefenen om de plank in evenwicht te houden.
b Bereken de kracht die in draaipunt D op de plank werkt.

44 Fitness

Bart-Jan wil sterk en gespierd worden en daarom drukt hij zichzelf elke dag vijftig keer op. Vlak voor hij begint met opdrukken, gaat hij in de juiste houding liggen (figuur 54). De massa van Bart-Jan is 65 kg. Zijn zwaartepunt ligt op 90 cm van zijn tenen. Zijn handen raken de grond op 150 cm van zijn tenen.

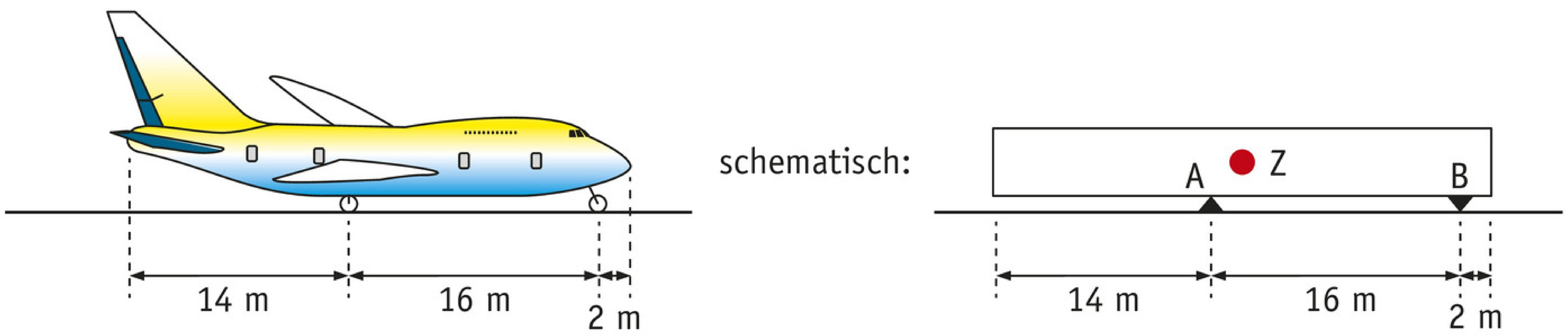


▲ **figuur 54** Bart-Jan in training

a Welk punt moet je als draaipunt kiezen als je de kracht op de handen met de hefboomwet wilt berekenen?
b Bereken de kracht die de grond op Bart-Jans handen uitoefent.
c De grond oefent ook nog kracht uit op zijn tenen.
Bereken hoe groot deze kracht is. Bedenk hierbij dat de resulterende kracht op Bart-Jan nul moet zijn.

45 Vliegtuig als hefboom

Een vliegtuig staat op de startbaan en tankt $6{,}0 \cdot 10^3$ kg brandstof. De totale massa van het vliegtuig na het tanken is $4{,}4 \cdot 10^4$ kg. Om een idee te krijgen van de belasting van het neuswiel is het toestel vereenvoudigd tot een balk, draaibaar om punt A (figuur 55). Neem aan dat het zwaartepunt Z precies halverwege de lengte van de balk ligt.



▲ **figuur 55** een vliegtuig

a Bereken de grootte van de kracht die in punt B verticaal omhoog moet worden uitgeoefend om de balk in evenwicht te houden.
b Bereken de grootte van de kracht die in punt A verticaal omhoog op het vliegtuig werkt.

46 Draagstok

Op het platteland van sommige Zuid-Aziatische landen worden af en toe nog draagstokken gebruikt voor transport (figuur 56). Een vrouw draagt met zo'n draagstok twee manden: in de linkermand zit een klein kindje, in de rechtermand liggen rijstplanten. De massa van de linkermand en het kindje samen is 15 kg.

a Bepaal de massa van de mand met rijstplanten met behulp van figuur 56. Verwaarloos de massa van de draagstok en de kracht die de vrouw met haar rechterhand op de draagstok uitoefent.



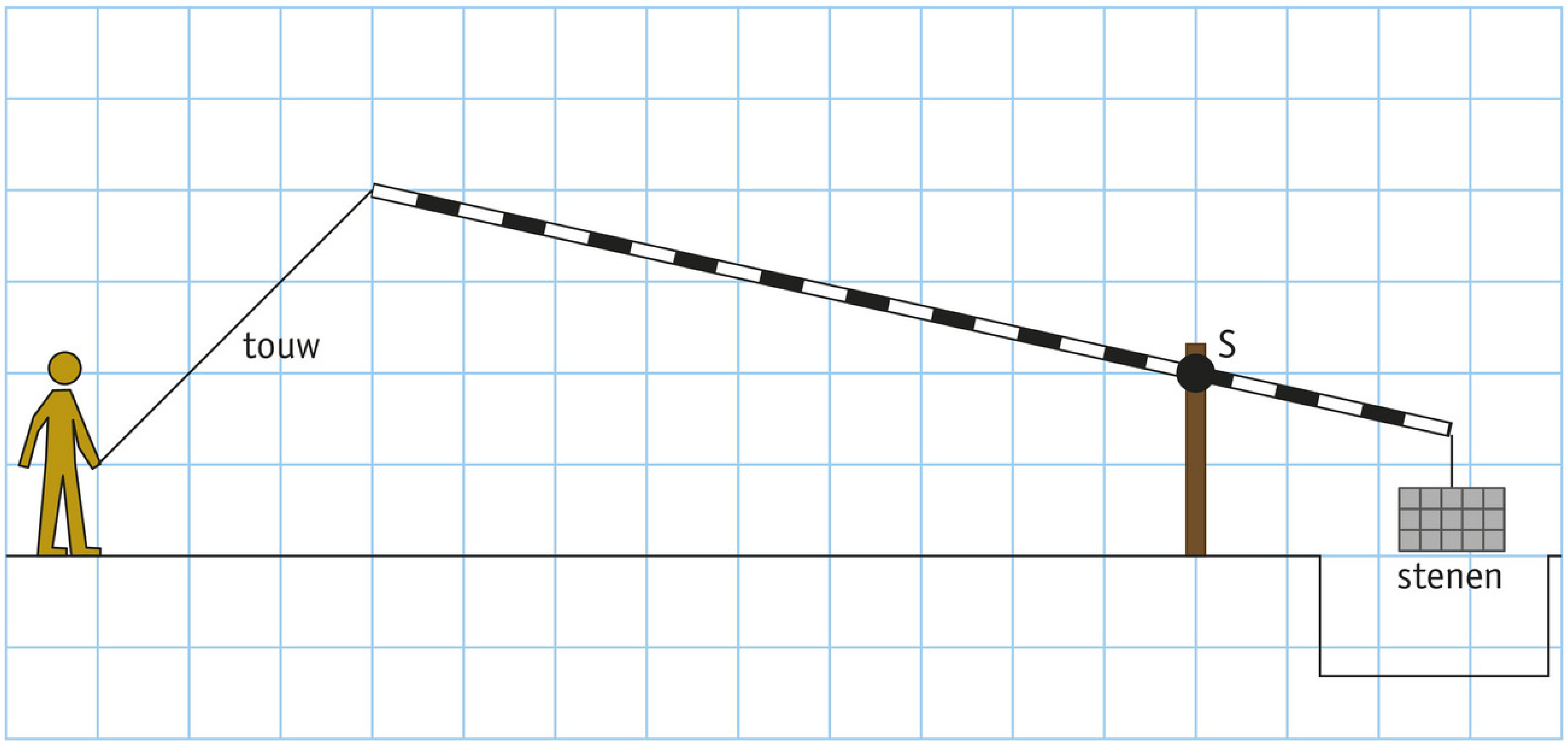
▲ **figuur 56** een draagstok

b In werkelijkheid oefent de vrouw een kleine kracht op de draagstok uit, verticaal omlaag. Beredeneer of de in opdracht a bepaalde massa van de mand met rijstplanten hierdoor groter of kleiner moet zijn.

naar: examen 2015-II

+47 Slagboom

Om een slagboom gemakkelijker te kunnen bedienen, is aan het rechteruiteinde als contragewicht een zak met stenen vastgemaakt (figuur 57). Aan het linkeruiteinde is een touw vastgemaakt waarmee de slagboom kan worden bediend. De slagboom is op schaal weergegeven. De slagboom is in evenwicht. Als het touw wordt losgelaten, gaat de slagboom omhoog.



▲ **figuur 57** een slagboom in evenwicht

a Ligt het zwaartepunt van de slagboom met contragewicht links of rechts van punt S of precies in punt S?

Het moment van de zwaartekracht op de slagboom met contragewicht ten opzichte van punt S is gelijk aan 69 Nm. De lengte van de slagboom is in werkelijkheid 6,20 m. Het moment van de spankracht in het touw zorgt voor evenwicht.

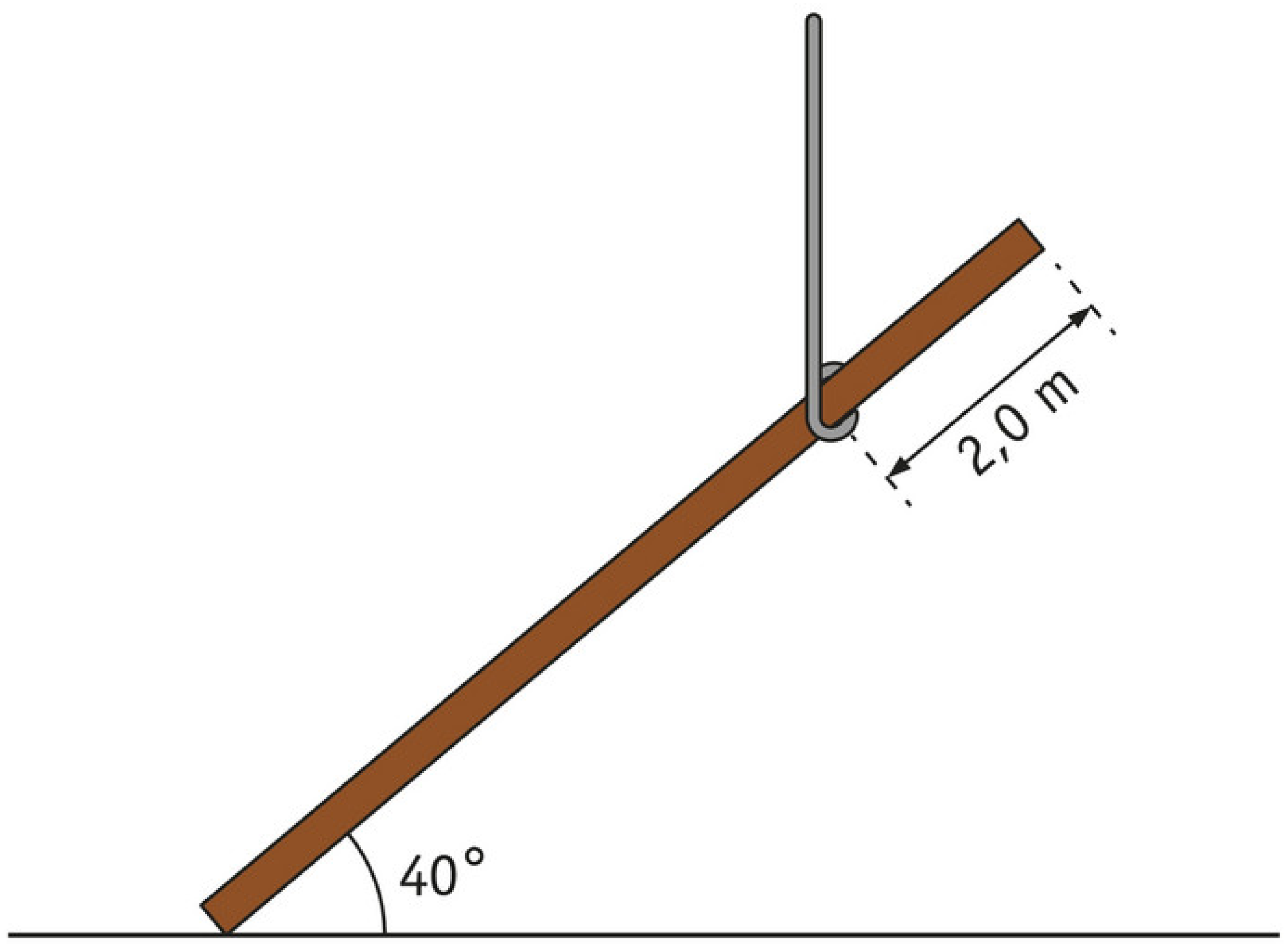
b Construeer in figuur 57 de arm van de spankracht ten opzichte van punt S.

c Bepaal de grootte van de spankracht.

naar: pilotexamen 2011-II

+48 Hijskraan

Een hijskraan tilt een 8,0 m lange paal waaraan een kabel is vastgemaakt aan één kant op. De andere kant van de paal rust op de grond (figuur 58). De massa van de paal is 700 kg.



▲ **figuur 58** een paal in evenwicht

a Bereken de kracht die de kabel in de getekende stand op de paal uitoefent.

b Bereken de normaalkracht die de grond op de paal uitoefent.

c Even later maakt de paal een grotere hoek met de grond.
Leg uit of de kabel nu een kleinere, grotere of een even grote kracht moet uitoefenen op de paal om deze in evenwicht te houden.

Eindopdracht

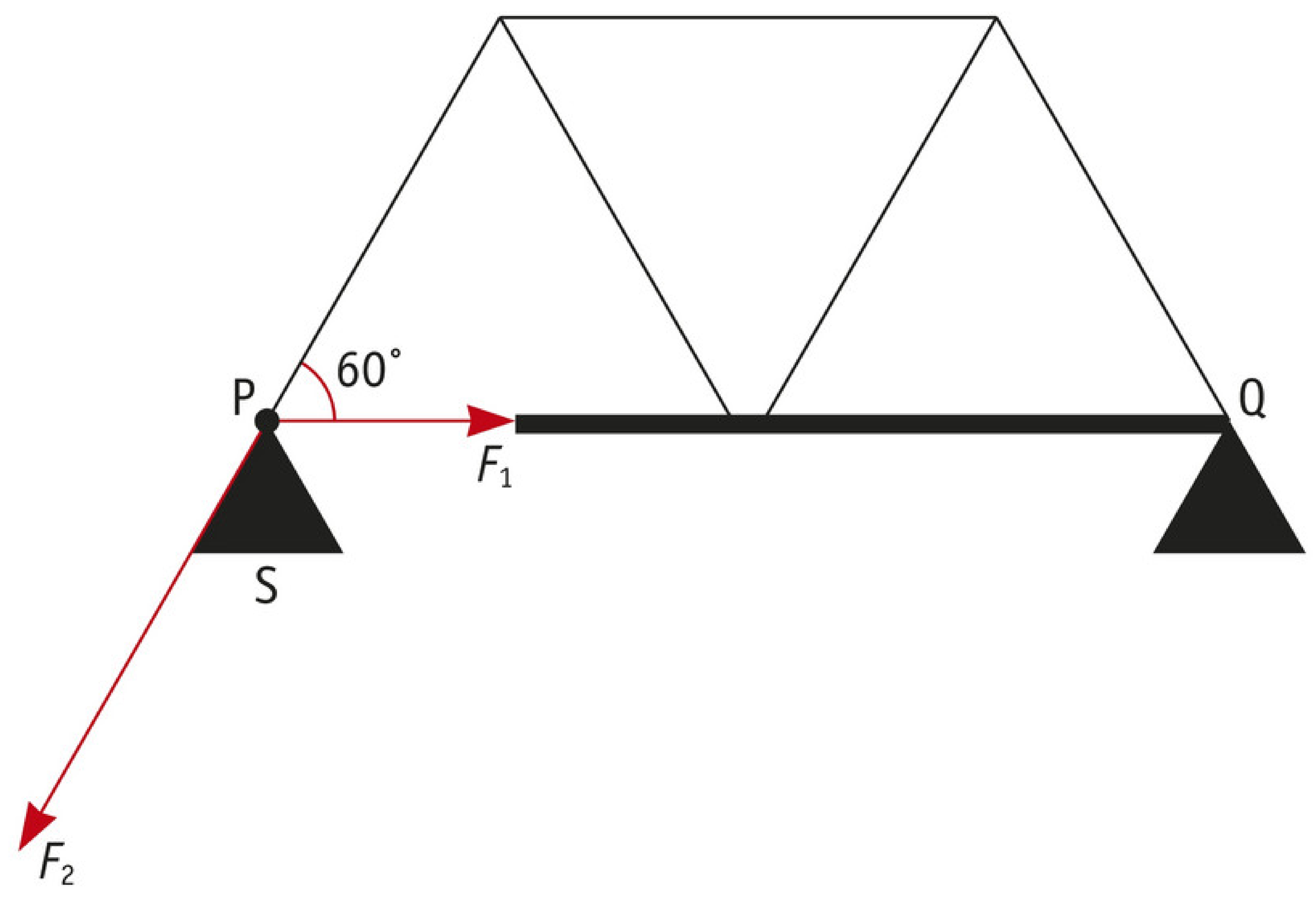
49 Spoorbrug

Spoorbruggen zoals de Moerdijkbrug (figuur 59) hebben vaak een overspanning om de brug steviger te maken.



▲ **figuur 59** de brug bij Moerdijk

In figuur 60 zie je een schematische voorstelling van een deel van de overspanning van een spoorbrug. Ook zie je twee krachten die op een punt P van het wegdeel PQ worden uitgeoefend. Door de speciale constructie van de overspanning werkt er een *trekkracht* F_1 van 90 kN en een *duwkracht* F_2 van 180 kN op punt P.



▲ **figuur 60** de overspanning van de brug

a Construeer in het krachtendiagram van figuur 60 de resultante (F_{12}) van F_1 en F_2.

Er werkt nog een derde kracht op punt P: de kracht (F_3) die het steunpunt (S) op P uitoefent.

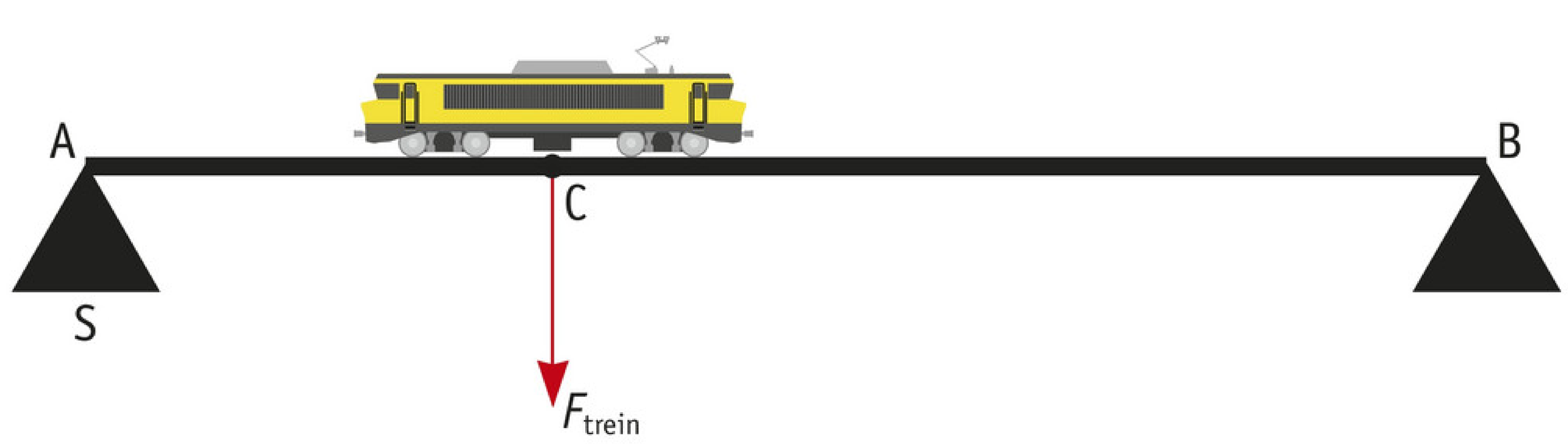
b Construeer deze kracht (F_3) in je tekening en bepaal de grootte van deze kracht. Bepaal daartoe eerst de krachtenschaal die in figuur 60 is gebruikt.

De grootte van kracht F_3 kun je ook *berekenen*: hij is gelijk aan de verticale component van F_2.

c Leg uit waarom F_3 gelijk is aan de verticale component van F_2. Ontbind daartoe F_2 eerst in een horizontale en verticale component.

d Bereken de verticale component van F_2. Vergelijk je antwoord met het antwoord op opdracht b. Verklaar eventuele verschillen.

Het laatste deel van de spoorbrug heeft geen overspanning. Dit deel is schematisch weergegeven in figuur 61 (samen met een passerende trein). De trein beweegt eenparig.



▲ **figuur 61** het laatste deel van de spoorbrug

e Hoe groot is de resulterende kracht op de trein?

In figuur 61 is schematisch ook de kracht (F_{trein}) weergegeven die de trein uitoefent op het wegdek AB. De afstand CB is 2× zo groot als de afstand AC. De massa van de trein is 130 ton; de massa van het wegdek mag je verwaarlozen.

f Bereken de kracht van het linkersteunpunt op punt A van het wegdek ten gevolge van de kracht F_{trein}. Kies hierbij punt B als draaipunt van de hefboom.

g Bereken de kracht van het rechtersteunpunt op punt B van het wegdek.

7 Practicum

EXPERIMENT 1 Krachten op een karretje (onderzoekspracticum)

Inleiding
Je plaatst een karretje op een helling. Met een veerunster houd je het karretje in evenwicht. Vervolgens verander je de helling en bestudeer je de verandering in kracht die de veerunster meet.

Onderzoeksvraag
Wat is het verband tussen de hellingshoek en de kracht die een veerunster evenwijdig aan de helling uitoefent op een stilstaand karretje met een bekende massa?

Benodigdheden
plank van 1 m; statief en statiefklemmen; karretje; rolmaat; veerunster

Uitvoering
1 Bepaal de zwaartekracht (F_z) op het karretje met behulp van de veerunster.
2 Maak een tabel waarin je noteert: hoogte van de helling en kracht afgelezen op de veerunster.
3 Maak van de plank, statief en statiefklemmen een helling. Zorg ervoor dat de helling bij het statief een hoogte van 10 cm heeft.
4 Plaats het karretje op de helling en houd het in evenwicht met de veerunster.
5 Lees de veerunster af en noteer de afgelezen kracht (F_v) in de tabel.
6 Herhaal stap 4 en 5 voor nog vier verschillende hoogten in stappen van 10 cm.

Verwerking

1 Bereken met behulp van de hoogte en de lengte van de plank de hellingshoek α.
2 Bereken met behulp van de zwaartekracht en de gemeten kracht de hellingshoek α voor vier metingen en controleer de hoeken met je uitkomst bij opdracht 2.
3 Verklaar eventuele verschillen.
4 Maak een (F_v,α)-diagram.
5 Maak ook een diagram waarin je F_v uitzet tegen sin α.
6 Wat voor verband neem je waar in het diagram van opdracht 5?
7 Bepaal de helling van de grafiek uit opdracht 5 en leg uit dat deze helling gelijk moet zijn aan de zwaartekracht (F_z) op het karretje.
8 Verklaar eventuele verschillen.

Conclusie
9 Beantwoord de onderzoeksvraag.

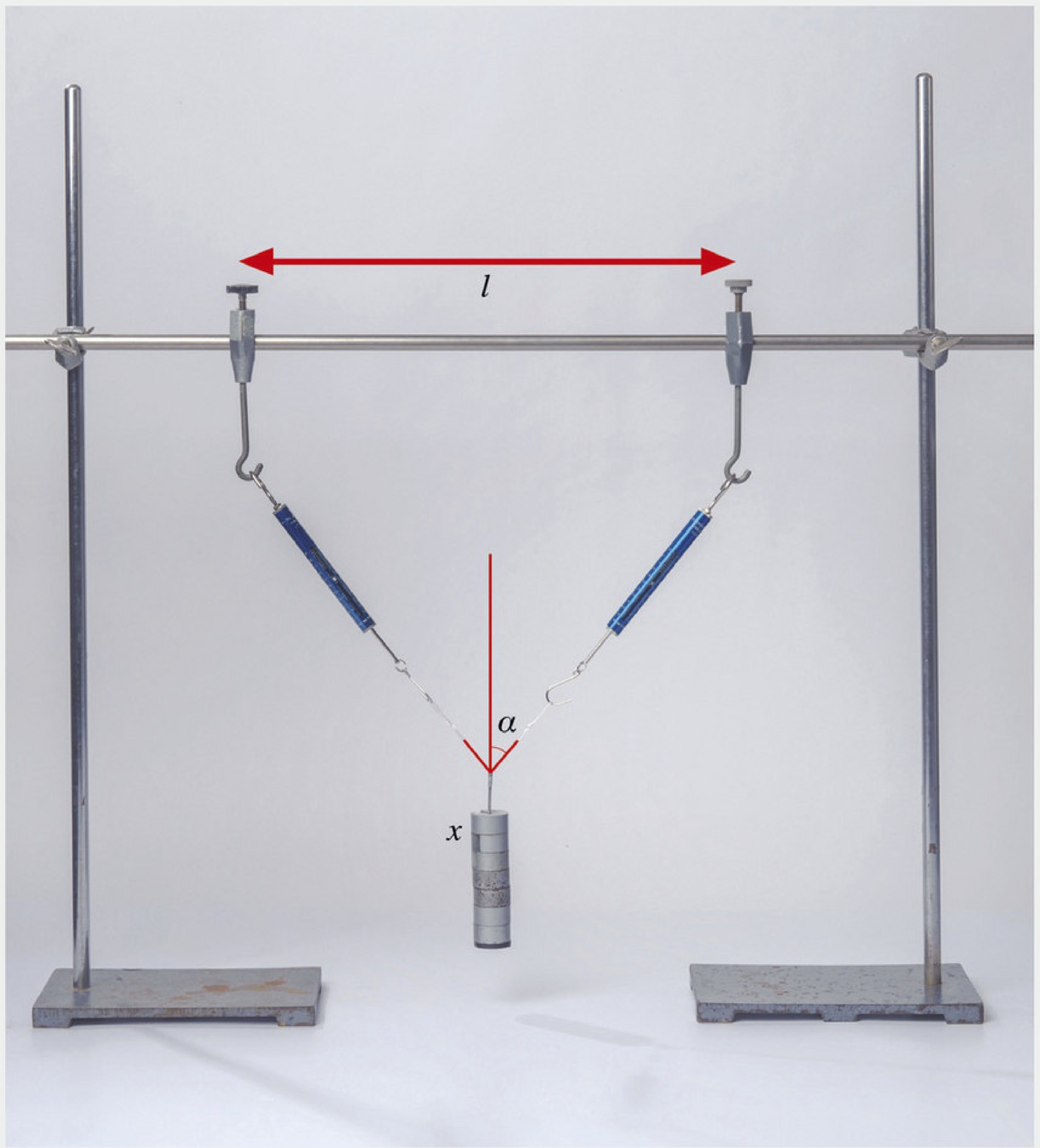
EXPERIMENT 2 Krachten (onderzoekspracticum)

Inleiding
Het effect van krachten die op een voorwerp werken, is niet alleen afhankelijk van de grootte, maar ook van de richting van die krachten.
In dit experiment bekijk je twee touwen die een massa in evenwicht houden.

Onderzoeksvraag
Hoe verandert de kracht in de touwen als je de hoek tussen de touwen groter maakt?

Benodigdheden
rolmaat; twee statieven; statiefstang; twee veerunsters van 5 N; twee dubbelklemmen; twee klemmen met haak; set massa's van 260 g; touw met lussen (25 cm); kleine of grote geodriehoek

Uitvoering
- Controleer of de unsters onbelast op nul zijn ingesteld.
- Bouw de opstelling van figuur 62. Hang aan het midden van het touwtje dat tussen de veerunsters is gespannen een massa van 110 g. Door afstand *l* te veranderen, kun je hoek α een andere waarde geven.
- Onderzoek het verband tussen de krachten die de veerunsters uitoefenen (F_{unster}) en hoek α. Begin bij $\alpha = 0°$ en vergroot α bij elke volgende meting met 10°.
- Noteer je metingen in een duidelijke tabel.
- Herhaal de proef met de dubbele massa.



▲ **figuur 62** de meetopstelling van experiment 2

Verwerking

1 Gebruik de meetwaarden bij $\alpha = 30°$. Teken voor die situatie de krachten die op punt X werken als vectoren en bepaal de resulterende kracht (F_{res}). Kies een handige schaalwaarde voor de krachten en vermeld die bij je tekening.
2 Herhaal opdracht 1 bij $\alpha = 60°$.
3 Leg uit hoe groot F_{res} volgens de theorie zou moeten zijn.
4 Verklaar het verschil tussen de theoretische waarde van F_{res} en de resultaten van opdracht 1 en 2.
5 Teken met behulp van de meetresultaten in de tabel in één diagram de grafieken van $F_{unster\ 1}$ tegen α en van $F_{unster\ 2}$ tegen α als de massa 110 g bedraagt.
6 Teken in hetzelfde diagram de grafieken van $F_{unster\ 1}$ tegen α en van $F_{unster\ 2}$ tegen α als de massa 220 g bedraagt.

Conclusie

7 Beantwoord de onderzoeksvraag.

EXPERIMENT 3 Evenwicht (onderzoekspracticum)

Inleiding

Je wilt de massa van een houten liniaal bepalen, maar je hebt geen weegschaal tot je beschikking. Met behulp van een gewichtje, waarvan de massa bekend is, en gebruik van de hefboomwet is de massa van de liniaal te bepalen.

Onderzoeksvraag

Hoe groot is de massa van een houten liniaal?

Benodigdheden

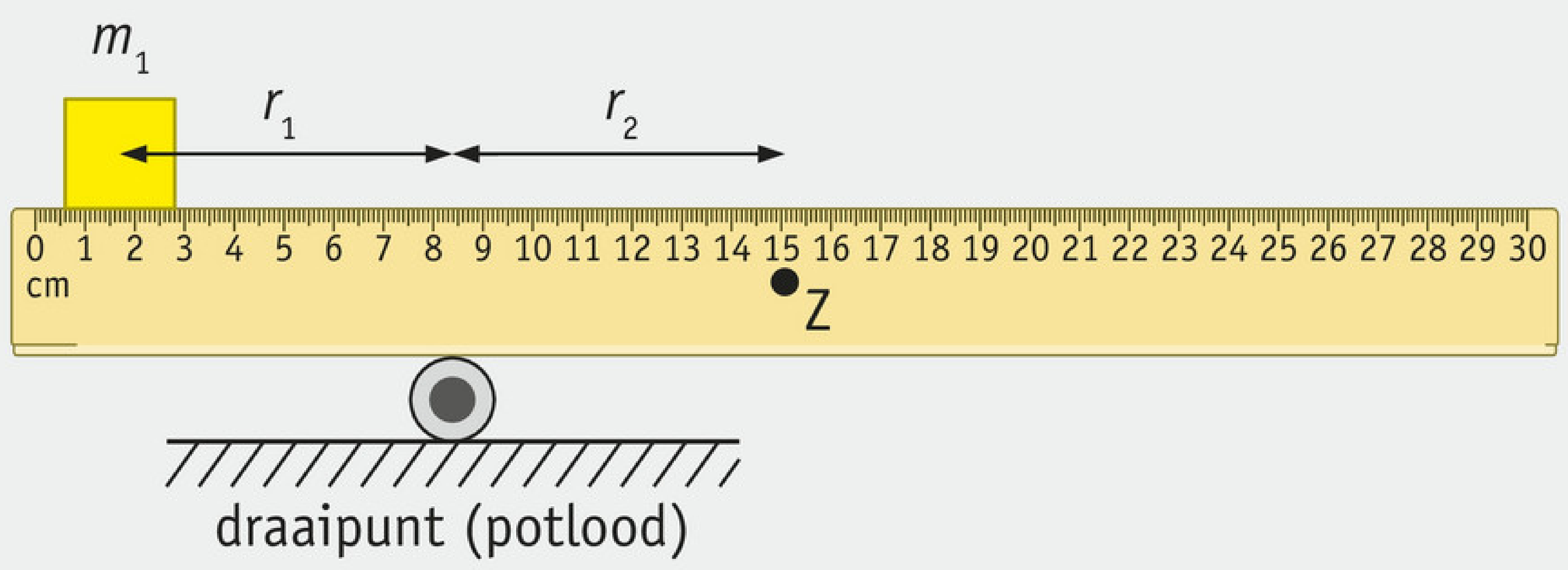
houten liniaal van 30 cm; een bekend gewichtje (50 g); potlood

Uitvoering

1 In figuur 63 is de proefopstelling weergegeven die je gaat gebruiken. Ga ervan uit dat het zwaartepunt Z van de liniaal precies in het midden van de liniaal ligt (op 15 cm van elk uiteinde dus). Het zwaartepunt van het gewichtje bevindt zich ook precies in het midden ervan.
2 Plaats het gewichtje op het uiteinde van de liniaal.
3 Maak evenwicht door de liniaal te verschuiven ten opzichte van het potlood.
4 Noteer de afstanden r_1 en r_2 in een tabel.
5 Schuif het gewichtje steeds een klein beetje (een paar cm) van het uiteinde af en herhaal stap 3 en 4 tot je (minimaal) vijf metingen hebt gedaan.

Verwerking

1 Maak een grafiek waarin je r_1 uitzet tegen r_2
2 Bepaal de helling $\frac{r_1}{r_2}$ van deze grafiek.



◀ **figuur 63** de meetopstelling van experiment 3

3 Toon aan dat de massa van liniaal volgt uit:

$$m_{\text{lineaal}} = \frac{r_1}{r_2} \cdot m_1$$

4 Bereken met het antwoord van opdracht 2 en 3 de massa van de liniaal.

Conclusie

5 Beantwoord de onderzoeksvraag.

ONDERZOEK Zwaartepunt van het menselijk lichaam

Inleiding

Niet alleen voorwerpen, ook het menselijk lichaam heeft een zwaartepunt. In dit onderzoek ga je dat zwaartepunt bepalen. Gebruik een weegschaal bij dit onderzoek.

Onderzoeksvraag

Waar ligt het zwaartepunt van het menselijk lichaam?

Praktisch

In dit onderzoek beschouw je je eigen lichaam als hefboom. Neem een positie aan als in figuur 54 (bij opdracht 44). Je armen plaats je hierbij op een weegschaal. Voer de metingen uit die nodig zijn om de onderzoeksvraag te beantwoorden. Bedenk zelf nog een tweede manier waarmee je je zwaartepunt kunt bepalen, en voer dit onderzoek uit. Maak een verslag van het onderzoek waarbij je de werkwijze duidelijk beschrijft.

Conclusie

Beantwoord de onderzoeksvraag.



HOOFDSTUK 4

Materialen

Als je voorwerpen om je heen bekijkt, kun je je afvragen waarom die van bepaalde materialen zijn gemaakt. Ofwel: wat zijn de eigenschappen die de betreffende materialen daarvoor geschikt maken? Waarom bezitten stoffen de eigenschappen die ze hebben? Door verschillende stoffen te mengen of ze op een bepaalde manier te verbinden, zijn bepaalde eigenschappen te verbeteren. In dit hoofdstuk leer je daar meer over.

Praktijk

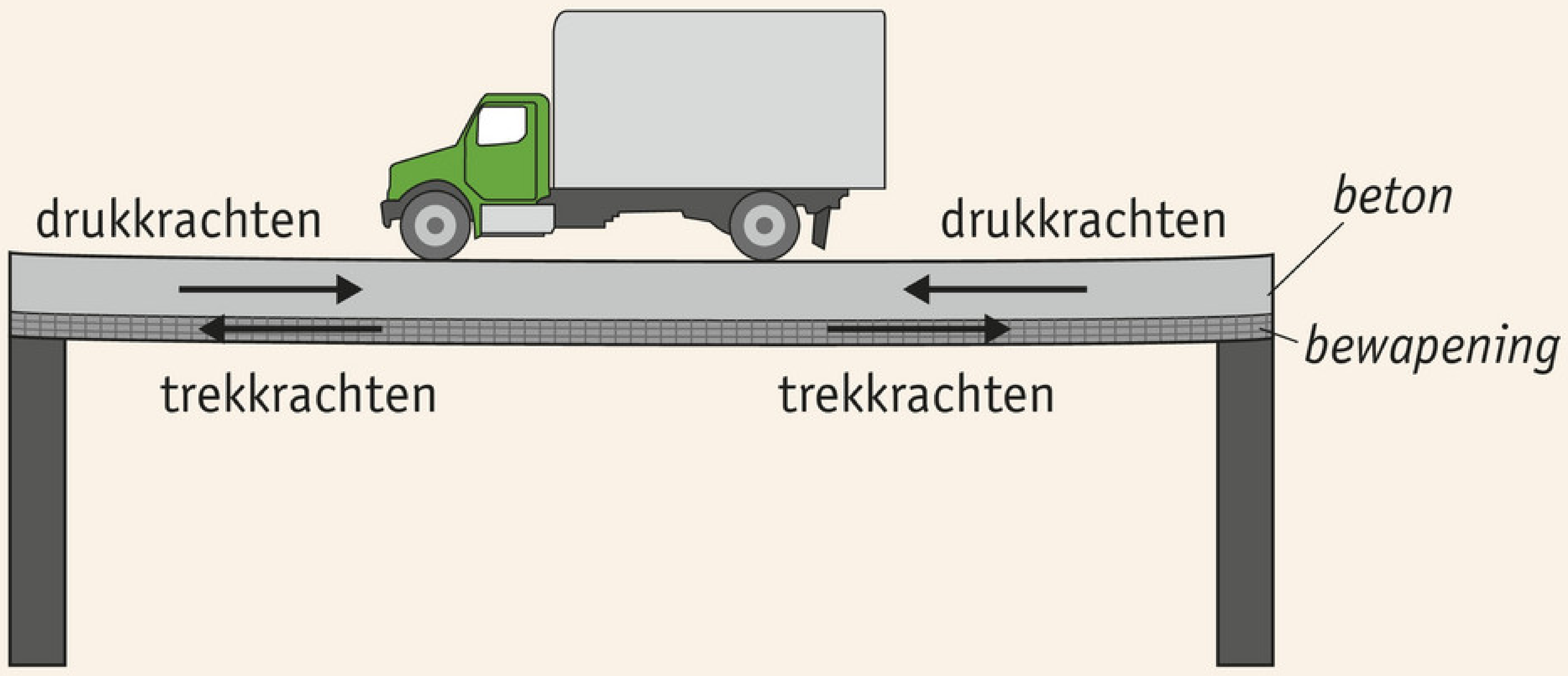
Composieten

Kogelwerende vesten waren tot dertig jaar geleden gemaakt van staal. Agenten sleepten toen ruim vijfentwintig kilogram staal met zich mee, wat hen log en langzaam maakte. Vandaag de dag worden de vesten van de composiet aramide gemaakt. Deze vezelversterkte kunststofvesten zijn even sterk als de stalen vesten, maar zijn soepel, comfortabel en ruim tien keer lichter.



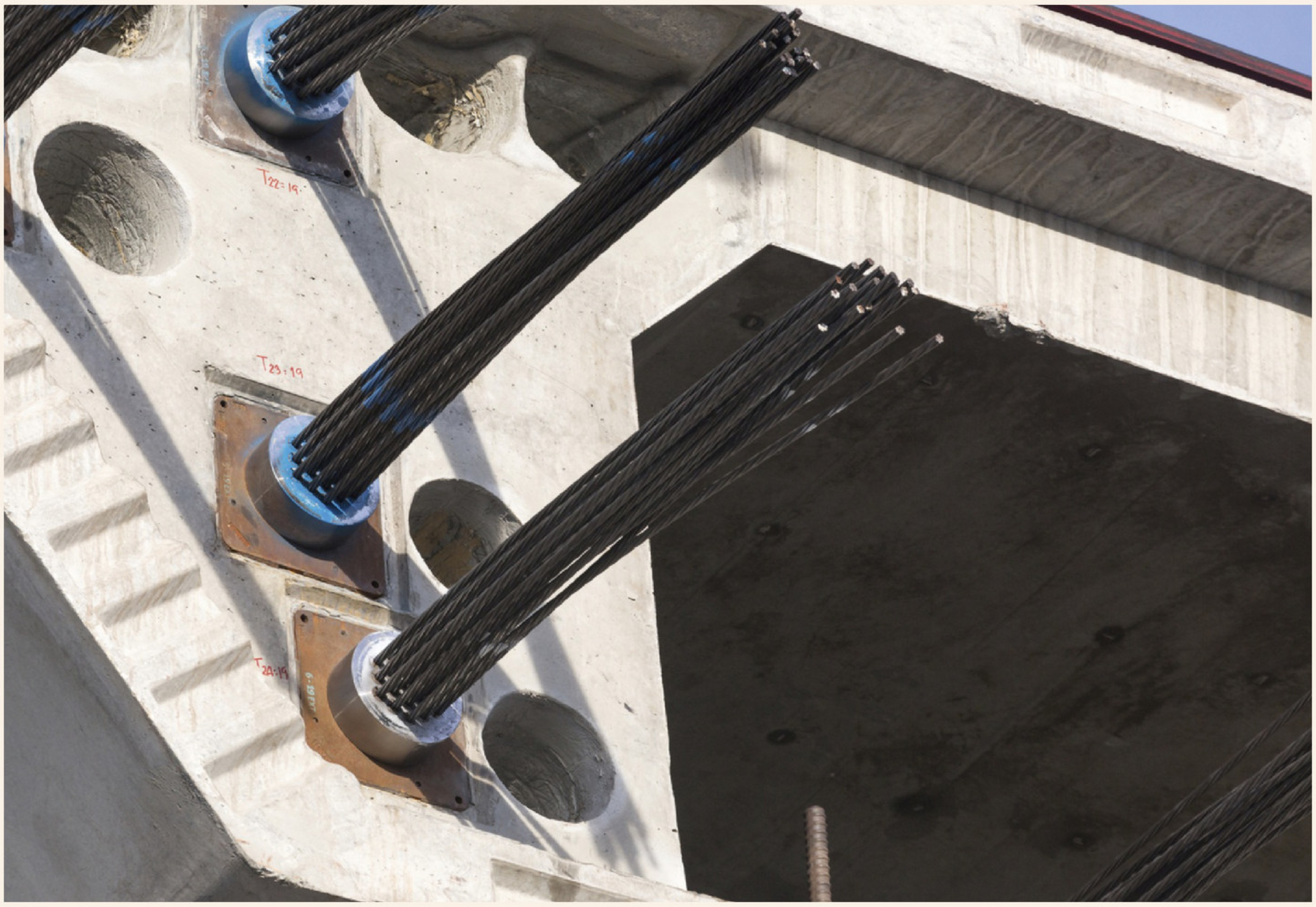
Gewapend beton

Een composiet is een materiaal dat is samengesteld uit verschillende soorten materialen. Een bekend voorbeeld is gewapend beton, dat al in de tweede helft van de negentiende eeuw werd ontwikkeld in Frankrijk. Het is een combinatie van beton en staal. Beton zonder wapening is vanwege de korrelige structuur niet goed bestand tegen trekkrachten. Bij te grote trekkrachten gaat het beton scheuren.
Gewapend beton wordt onder andere gebruikt voor het wegdek van een brug. Als een brugdek wordt belast, wordt de bovenkant van het dek ingedrukt en de onderkant een beetje uitgerekt (figuur 1). Om de krachten op te vangen, wordt voorgespannen beton gebruikt: een vorm van gewapend beton waarbij het staal onder grote trekkrachten in het beton is geplaatst (figuur 2). Het voorgespannen staal heeft een grote treksterkte en zal het beton in het brugdek naar



▲ **figuur 1** De stalen wapening is goed bestand tegen trekkrachten.

De vezels hebben als eigenschap dat ze de kunststof sterker maken, doordat ze bestand zijn tegen grote trekkrachten.



▲ **figuur 2** voorgespannen beton aan de onderkant van een brug

zich toe trekken. Deze trekkrachten zorgen voor een druk op het beton en compenseren de trekkrachten aan de onderkant van het brugdek.

Vezelversterkte kunststof

Veel moderne composieten bestaan uit kunststoffen die zijn versterkt met vezels. Deze vezels kunnen van glas zijn, maar ook van koolstof of aramide (een bepaald type kunststof, beter bekend onder de merknaam kevlar). De vezels hebben als eigenschap dat ze de kunststof sterker maken, doordat ze bestand zijn tegen grote trekkrachten. Ze hebben dus dezelfde functie als het staal in gewapend beton. De kunststof dient als vulmateriaal en is gemaakt van een thermoharder zoals epoxyhars of polyester. Een thermoharder is een polymeer dat bij verhitting niet smelt of van vorm verandert. Het hecht zich aan de vezels en zorgt voor een enorme hardheid. Zo ontstaat een vezelversterkte kunststof die sterker en stijver is dan de kunststof alleen.

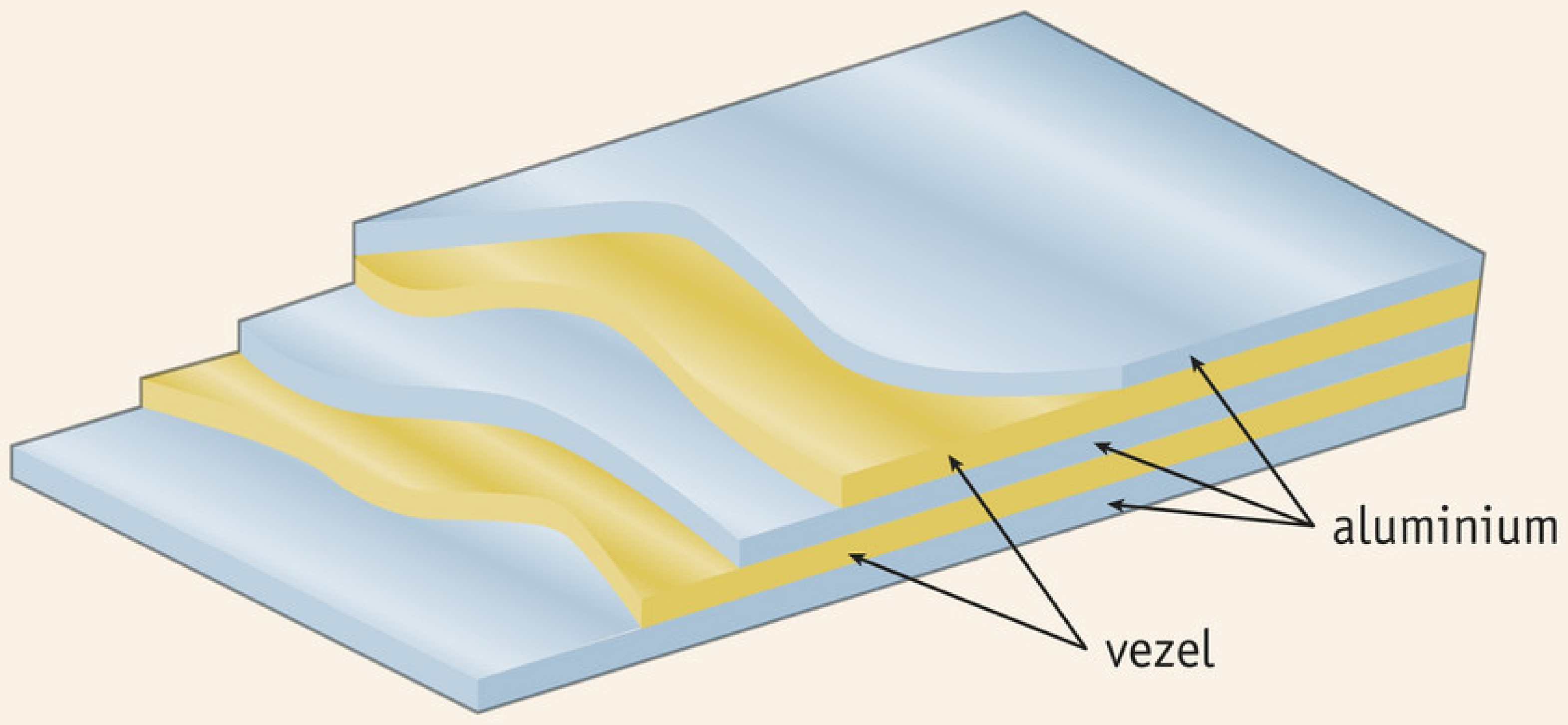
Glasvezels worden getrokken uit gesmolten glas. Ze worden toegepast in situaties waarbij een grote treksterkte belangrijk is, maar het gewicht van minder groot belang is. Koolstofvezels zijn lichter en stijver dan glasvezels. Ze hebben net als glasvezels een grote treksterkte, maar een veel kleinere dichtheid. Daarom worden composieten met koolstof veel toegepast in de wielersport en bij formule 1-wagens, waar elke gram telt.
Aramidevezels zijn zeer stijf en hebben een bijzonder grote treksterkte. Ze zijn bestand tegen forse schokken en grote krachten op een klein oppervlak, een puntbelasting. Daarom worden ze vaak gebruikt in kogelwerende vesten en valhelmen.

Kleine scheuren, grote gevolgen

Voor de sterkte van een kunststofcomposiet is het belangrijk dat de kunststof goed aan de vezel is gehecht. Bij grote temperatuursveranderingen kunnen vezels losraken van de kunststof. Dit kan kleine scheuren



◀ **figuur 3** Een carbonframe is heel sterk, maar scheurt bij puntbelasting.



▲ **figuur 4** Composieten kunnen ook als laagjes gestapeld zijn.

tot gevolg hebben. Er ontstaan dan zwakke plekken die bij belasting geen rek meer geven.
Een fietsframe gemaakt van carbon (een composiet met koolstofvezels) is heel sterk, maar slecht bestand tegen puntbelasting. Het frame kan bij een kleine botsing of valpartij al scheuren (figuur 3). Het is gevaarlijk om dan verder te rijden, want het frame is veel minder sterk geworden en kan snel breken.

In veel composieten zijn de vezels vermengd met kunststof. Andere composieten bestaan uit laagjes, bijvoorbeeld laagjes metaal en vezelversterkte epoxyhars (figuur 4). Omdat deze composieten zo sterk zijn, worden ze bijvoorbeeld gebruikt om er valhelmen of kogelwerende vesten van te maken. Een nadeel van laagjes is echter dat ze bij schokken of botsen uit elkaar kunnen vallen, waardoor scheurtjes ontstaan. Zo'n valhelm mag na een flinke botsing daarom niet meer worden gebruikt. De helm lijkt misschien nog even sterk als voor de botsing, maar voldoet door de bijna onzichtbare scheurtjes niet meer aan de veiligheidsnormen.

Glare

In de vliegtuigindustrie wordt veel gewerkt met composieten, onder andere met glare (GLAss REinforced aluminium). Deze composiet is ont-



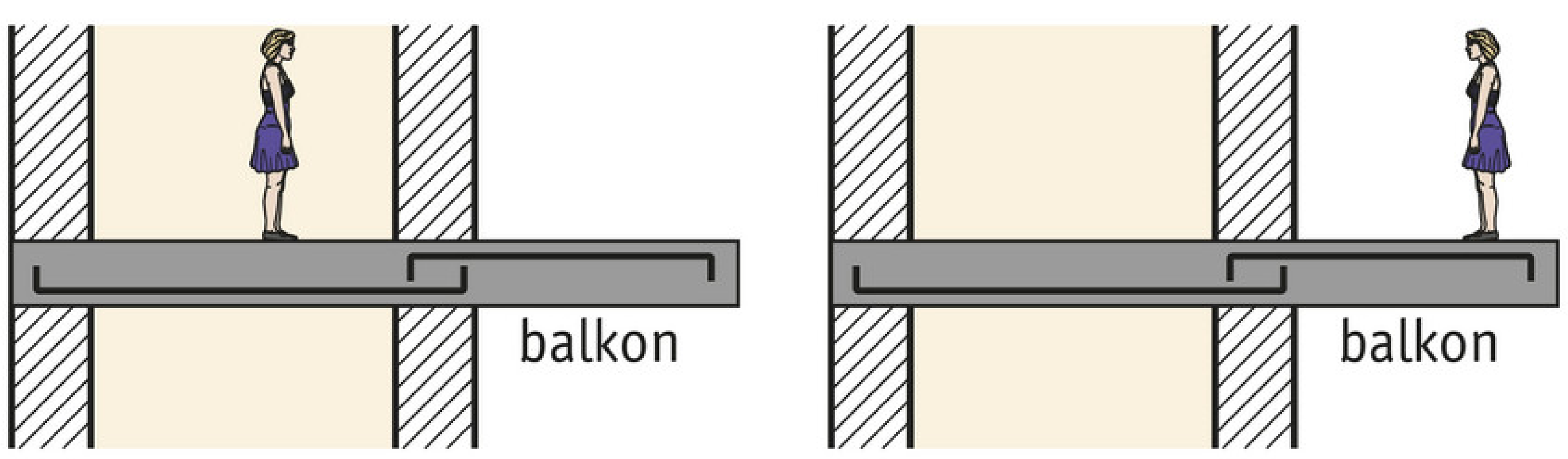
▶ **figuur 5** De Airbus A380 is gedeeltelijk gemaakt van de composiet glare.

wikkeld door de Technische Universiteit Delft en wordt toegepast in de Airbus A330 en A380 (figuur 5). Glare bestaat uit dunne laagjes aluminium met daartussen verlijmde glasvezels. Het heeft een iets lagere dichtheid ($\rho = 2{,}5 \cdot 10^3$ kg m^{-3}) dan aluminium, maar de treksterkte is anderhalf keer zo groot als die van staal. De belangrijkste eigenschap van glare is dat het minder snel materiaalmoeheid vertoont dan aluminium. Materiaalmoeheid is de verzwakking van een materiaal als het langdurig wordt belast. Daardoor kunnen scheurtjes in het materiaal ontstaan, wat natuurlijk heel gevaarlijk is in een vliegtuig. De glasvezel in glare zorgt net als de voorgespannen wapening van staal in beton voor een grote treksterkte. Bij het ontstaan van een scheurtje zorgt de glasvezel ervoor dat het aluminium naar elkaar toe wordt getrokken en niet verder breekt.

Opdrachten

Bestudeer eerst de theorie van dit hoofdstuk voordat je de volgende opdrachten uitvoert.

1 Gewapend beton
Voor vloeren wordt vaak gewapend beton gebruikt. Dit is beton met daarin een wapening van stalen staven.
a Welke krachten moet de wapening opvangen?
b Leg uit waarom in een woning de wapening aan de onderkant in de vloer zit en bij het balkon aan de bovenkant (figuur 6).



▲ **figuur 6** de wapening in een vloer en in het balkon

2 Sport
Honkbalknuppels zijn gemaakt van hout, aluminium of glasfiber.
a Noem drie eigenschappen waaraan het materiaal van een honkbalknuppel moet voldoen.
b Leg het grote voordeel uit van glasfiber ten opzichte van hout.

Glasfiber van een honkbalknuppel heeft een 9× zo grote treksterkte als hout.
c Leg uit hoeveel keer zo dik een houten knuppel moet zijn om een even grote treksterkte te hebben als glasfiber.

Hockeysticks worden verstevigd met aramidevezel. Aramide heeft als eigenschap bijzonder stijf te zijn.
d Leg uit of de elasticiteitsmodulus van aramidevezels klein of groot is.
e Leg uit welk voordeel hockeysticks hebben als ze zijn verstevigd met aramidevezels.

3 Spinrag
Spinnen maken een web om insecten te vangen. Het spinrag is daarbij elastisch, maar bovendien ook heel sterk. Onderzoek heeft uitgewezen dat spinrag sterker is dan kevlar.
In tabel 1 staan twee stofeigenschappen van spinrag en kevlar.
Stel dat een draad van spinrag (dikte = 0,15 μm) even dik is als een draad van kevlar.

▼ **tabel 1** enkele stofeigenschappen van spinrag en kevlar

	elasticiteitsmodulus (N m^{-2})	treksterkte (N m^{-2})
spinrag	$11 \cdot 10^9$	$4{,}2 \cdot 10^{11}$
kevlar	$109 \cdot 10^9$	$2{,}8 \cdot 10^9$

a Beredeneer welke draad de grootste rek vertoont als hieraan met dezelfde kracht wordt getrokken.
b Bereken voor beide draden de maximale kracht waarmee kan worden getrokken voordat ze breken.

4 Glare
Glare is een materiaal met bijzondere eigenschappen.
a Waarom is glare opgebouwd uit verschillende laagjes?

Glare is een goede isolator voor bliksem en overleeft enorme verbuigingen.
b Is de soortelijke weerstand van glare dan kleiner of groter dan die van koper?
c Welke materiaaleigenschap zegt iets over de mate waarin een materiaal verbuigt?

1 Het molecuulmodel en dichtheid

In deze paragraaf leer je:
- het molecuulmodel gebruiken bij het verklaren van fasen en faseovergangen;
- berekeningen maken met dichtheid.

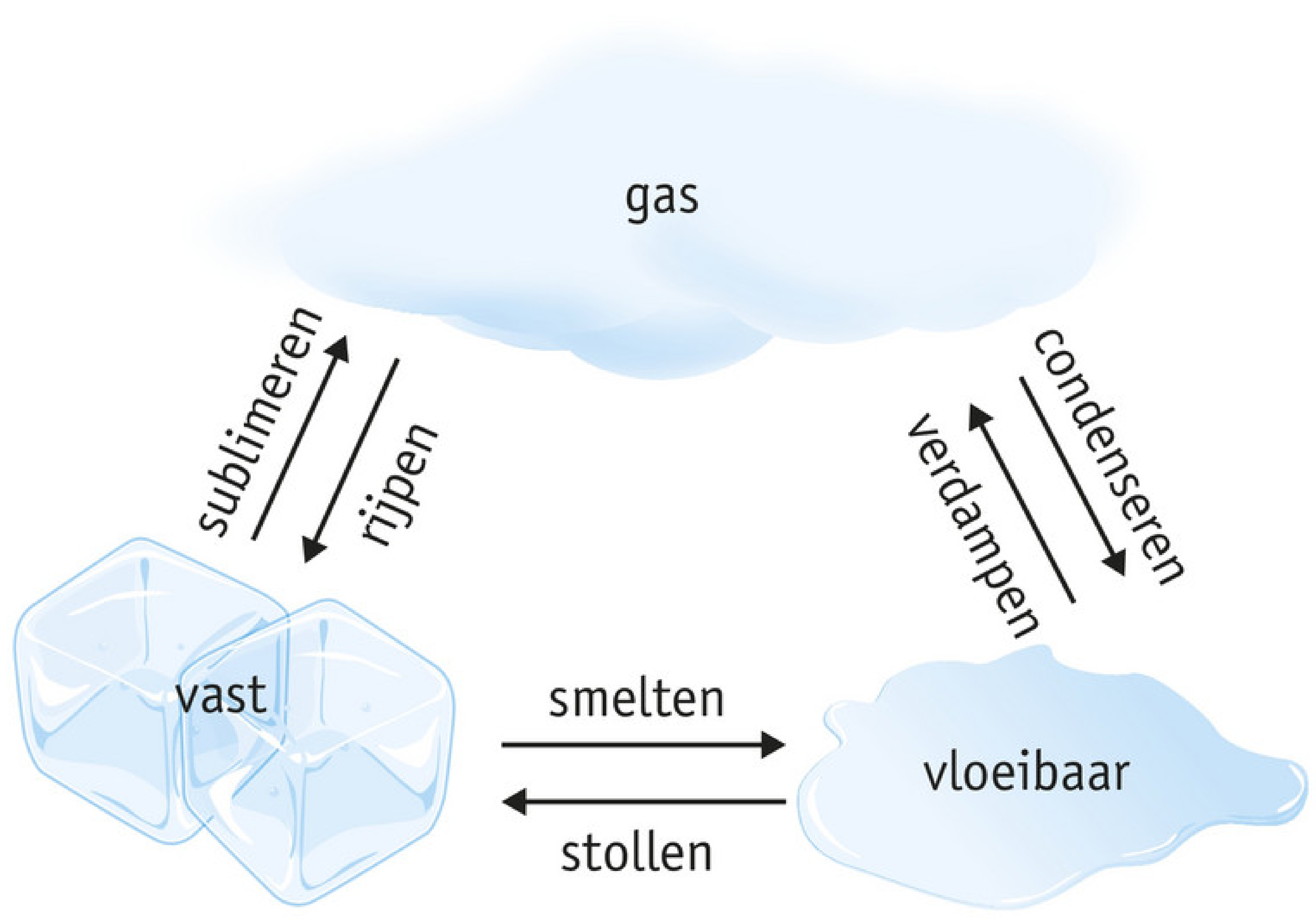
Zand, water en lucht zijn niet alleen verschillende stoffen, ze hebben alle drie ook een verschillende verschijningsvorm bij kamertemperatuur. Achtereenvolgens vast, vloeibaar en gasvormig. Maar als de temperatuur wordt verlaagd naar –10 °C, is water niet meer vloeibaar maar vast: ijs. Een stof heeft dus niet altijd dezelfde verschijningsvorm.

Fasen

De verschijningsvorm waarin een stof voorkomt, wordt de **fase** genoemd. In welke fase een stof zich bevindt, hangt vooral af van de soort stof en de temperatuur. Veel stoffen kunnen van fase veranderen.
Er zijn zes faseovergangen:
- van vast naar vloeibaar: **smelten**;
- van vloeibaar naar gasvormig: **verdampen**;
- van vast naar gasvormig: **sublimeren** (of vervluchtigen).

En andersom:
- van vloeibaar naar vast: **stollen** (bij water ook: bevriezen);
- van gasvormig naar vloeibaar: **condenseren**;
- van gasvormig naar vast: **rijpen**.

Voor de eerste drie faseovergangen, vast → vloeibaar, vloeibaar → gasvormig en vast → gasvormig, is warmtetoevoer nodig. Bij de omgekeerde faseovergangen komt diezelfde hoeveelheid warmte weer vrij.
De faseovergangen kunnen in een fasediagram worden weergegeven (figuur 1).



▲ **figuur 1** fasediagram met de faseovergangen

Het molecuulmodel

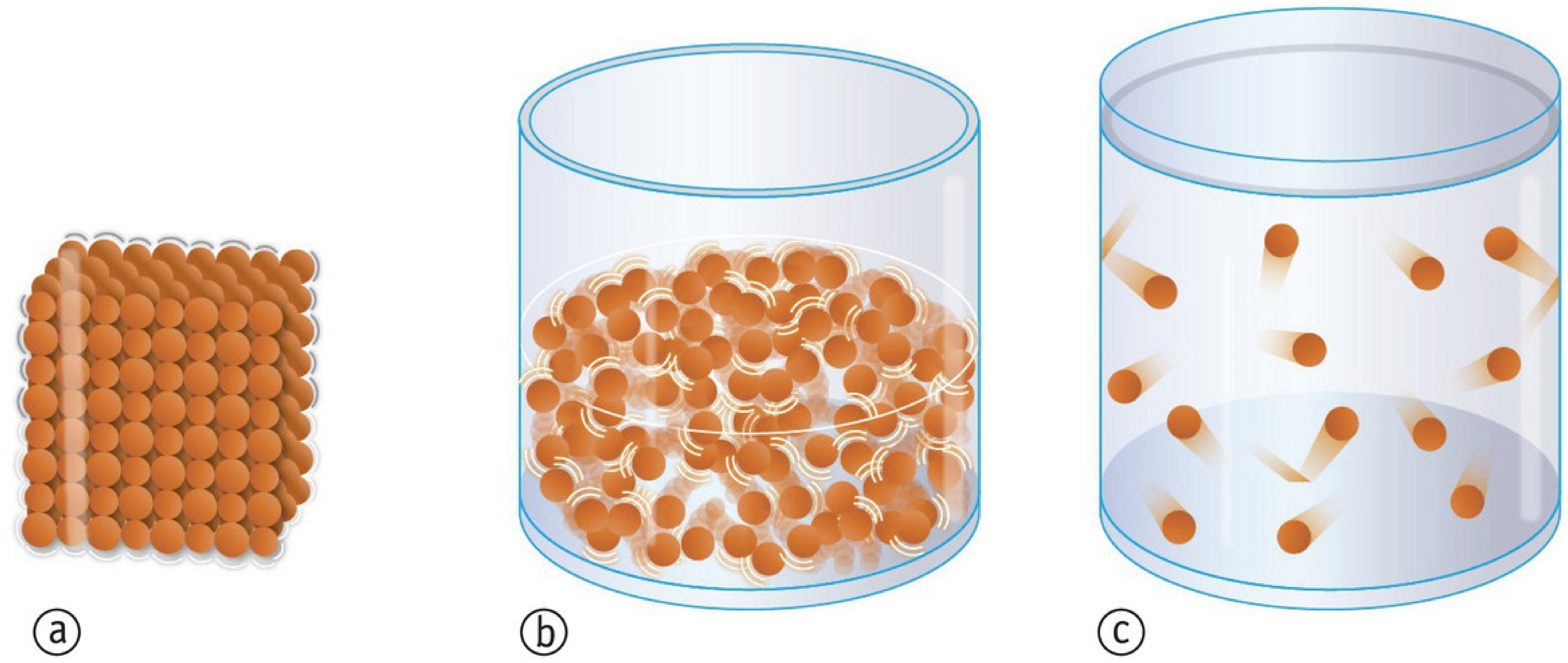
Waarom stoffen de eigenschappen bezitten die je waarneemt, is alleen te verklaren als je weet hoe ze in elkaar zitten. Maar de bouwstenen van stoffen zijn te klein om ze te zien. Daarom wordt in de natuurkunde gebruikgemaakt van een vereenvoudiging van de werkelijkheid: het **molecuulmodel**. In dit model worden de kleinste deeltjes van een stof die nog de eigenschappen van die stof bezitten, moleculen genoemd. De moleculen van een stof zijn allemaal precies

hetzelfde, maar ze verschillen van de moleculen van andere stoffen. Elke stof bestaat dus uit specifieke moleculen. Met dit model kun je niet alleen stofeigenschappen verklaren, je kunt er ook voorspellingen mee doen over wat er bij experimenten met die stoffen zal gebeuren.

De belangrijkste uitgangspunten van het molecuulmodel zijn:
- Tussen de moleculen bevindt zich lege ruimte, de zogenoemde intermoleculaire ruimte.
- De moleculen zijn voortdurend in beweging. De grootte van hun gemiddelde snelheid hangt af van de temperatuur. Hoe hoger de temperatuur, des te groter de gemiddelde snelheid van de moleculen.
- Tussen de moleculen werken geen krachten als de moleculen op grote afstand van elkaar zijn. Bij kleinere afstand tussen de moleculen ontstaat er een onderlinge aantrekkingskracht.

Fasen en het molecuulmodel

In een vaste stof zijn de moleculen regelmatig gerangschikt in een soort rooster. De afstand tussen de moleculen is klein en de onderlinge aantrekkingskracht is groot. De enige beweging die de moleculen kunnen uitvoeren, is een trilling rondom hun vaste plaats in dat rooster (figuur 2a). Een vaste stof is daarom moeilijk samen te persen of van vorm te veranderen. Natuurkundig gezegd: een vaste stof heeft een constante vorm en volume.



▲ **figuur 2** de fasen vast (a), vloeibaar (b) en gasvormig (c)

Als de temperatuur stijgt, neemt de gemiddelde snelheid van de moleculen toe. Vanaf een bepaalde temperatuur, het **smeltpunt**, is de beweging van de moleculen zo groot geworden dat de onderling aantrekkende krachten niet meer in staat zijn ze in het rooster te houden. De moleculen hebben nu meer ruimte en bewegen kriskras door elkaar heen. De stof is dan vloeibaar (figuur 2b). Het volume is bij een vloeistof constant, maar de vorm niet. Vloeistoffen zijn moeilijk samen te drukken, omdat de moleculen dicht bij elkaar zitten. Een vloeistof neemt de vorm aan van de beker waarin je deze schenkt.

Vanaf een bepaalde temperatuur, het **kookpunt**, gaat de stof over van de vloeibare naar de gasvormige toestand. De snelle moleculen die aan het oppervlak van de vloeistof komen, kunnen uit de vloeistof ontsnappen. Deze moleculen ontsnappen dan aan de aantrekkende krachten tussen de moleculen en zijn dan in de gasvormige fase terechtgekomen. Ze bewegen met grote snelheid en verspreiden zich in de beschikbare ruimte (figuur 2c). De afstand tussen de moleculen is groot, zodat gassen gemakkelijk samen te persen zijn.

De grootheid dichtheid

Dichtheid is een stofeigenschap. De **dichtheid** van een stof is de massa van één kubieke meter van die stof. Het symbool voor de grootheid dichtheid is de Griekse letter ρ, uitgesproken als rho.

In formulevorm ziet het verband tussen massa en volume er als volgt uit:

$$\rho = \frac{m}{V}$$

Hierin is:
- ρ de dichtheid van de stof waarvan het voorwerp is gemaakt in kilogram per kubieke meter (kg m^{-3});
- m de massa van het voorwerp in kilogram (kg);
- V het volume van hetzelfde voorwerp in kubieke meter (m^3).

Let op: in hoofdstuk 2 heb je gezien dat ρ ook een andere betekenis kan hebben, namelijk de soortelijke weerstand. Je moet dus goed kijken waar een opdracht over gaat, zodat je weet welke ρ wordt bedoeld.

Van veel stoffen is de dichtheid bekend. In Binas tabel 8 tot en met 12 kun je van een aantal veelgebruikte stoffen de dichtheid opzoeken. Let erop dat je bij het aflezen van tabel 8 tot en met 11 met 10^3 vermenigvuldigt. Deze macht staat boven de kolom.

Zware atomen hebben een grote en zware atoomkern, maar zijn als atoom niet veel groter dan lichte atomen. De dichtheid van een stof hangt daarom voornamelijk af van de massa van de atomen en niet van hun grootte.
De dichtheid van een stof is afhankelijk van de temperatuur. Als de temperatuur toeneemt, wordt de afstand tussen de moleculen groter en daardoor neemt het volume een beetje toe. De massa blijft echter gelijk. Hierdoor verandert de dichtheid. Daarom zijn in Binas de dichtheden bij kamertemperatuur gegeven (293 K).

Voorbeeldopgave 1

Een regendruppel heeft een massa van 40 mg. De druppel is bolvormig.
Bereken de straal van de druppel.

Uitwerking
De massa van de regendruppel is 40 mg = $40 \cdot 10^{-3}$ g = $40 \cdot 10^{-6}$ kg.
Water heeft volgens Binas tabel 11 een dichtheid van $0{,}9982 \cdot 10^3$ kg m^{-3}.

De formule $\rho = \frac{m}{V}$ moet je omschrijven voordat je de bekende gegevens kunt invullen: $V = \frac{m}{\rho}$

Het volume van de regendruppel is: $V = \frac{m}{\rho} = \frac{40 \cdot 10^{-6}}{0{,}9982 \cdot 10^3} = 4{,}0 \cdot 10^{-8}$ m^3

De formule $V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3$ van de inhoud van een bol kun je in Binas tabel 36B vinden.

Als je deze invult krijg je:

$$4{,}0 \cdot 10^{-8} = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3$$

$$4{,}0 \cdot 10^{-8} = 4{,}2 \cdot r^3$$

$$r^3 = \frac{40 \cdot 10^{-8}}{4{,}2} = 9{,}5 \cdot 10^{-9}$$

$$r = (9{,}5 \cdot 10^{-9})^{1/3} = 2{,}1 \cdot 10^{-3} \text{ m} = 2{,}1 \text{ mm}$$

Onthoud!

- De fase is de verschijningsvorm van een stof.
- Er zijn drie fasen: vast, vloeibaar en gasvormig.
- Er zijn zes faseovergangen. Voor smelten, verdampen en sublimeren is warmte nodig. Bij stollen, condenseren en rijpen komt warmte vrij.
- Dichtheid is een stofeigenschap die aangeeft hoeveel massa er aanwezig is in een volume van één kubieke meter. Voor de dichtheid van een stof geldt: $\rho = \dfrac{m}{V}$

Opdrachten

1 Molecuulmodel [1]
Het molecuulmodel helpt je door middel van het gedrag van kleine deeltjes bepaalde voorspellingen te doen.
a Beschrijf alle faseovergangen en geef aan hoe ze heten.
b Wat is het voordeel van het gebruiken van het molecuulmodel als je faseovergangen wilt verklaren?
c Noem de drie uitgangspunten van het molecuulmodel.
d Geef de formule voor het berekenen van de dichtheid van een voorwerp.

2 Faseovergangen
Stoffen kunnen in drie fasen voorkomen.
Met welke faseovergang heb je te maken in de volgende situaties?
a Je laat aardappels in een pan voorzichtig droogkoken.
b Je laat het vriesvak van de koelkast ontdooien.
c Je brillenglazen beslaan bij het binnenstappen van een warme kamer.
d Je maakt ijsblokjes in het vriesvak van de koelkast.
e Op diepgevroren producten ontstaan ijskristallen.
f Een sneeuwlaag wordt bij strenge vorst steeds dunner.

Bekijk nog eens de situaties bij opdracht a tot en met f.
g Bij welke faseovergangen is warmtetoevoer vereist?
h Bij welke faseovergangen komt warmte vrij?

3 Molecuulmodel [2]
Met behulp van het molecuulmodel kun je tal van verschijnselen verklaren.
Leg met het molecuulmodel uit dat:
a de gekleurde alcohol in de stijgbuis van een thermometer stijgt als de temperatuur stijgt.
b na een tijdje een hele kamer naar deodorant ruikt als je hiervan een klein beetje op je lichaam spuit.
c een ballon gevuld met lucht uitzet als deze in de zon ligt.
d de moleculen van een gas druk uitoefenen op de wanden van de ruimte waarin het gas zich bevindt.

4 Omrekenen
Neem over en vul in.
a $11{,}35\ \text{g cm}^{-3} = \ldots\ \text{kg m}^{-3}$
b $7{,}87 \cdot 10^{3}\ \text{kg m}^{-3} = \ldots\ \text{g cm}^{-3}$
c $0{,}9982\ \text{kg L}^{-1} = \ldots\ \text{kg m}^{-3}$
d $1{,}293\ \text{kg m}^{-3} = \ldots\ \text{g L}^{-1}$
e $0{,}790\ \text{g cm}^{-3} = \ldots\ \text{g L}^{-1}$

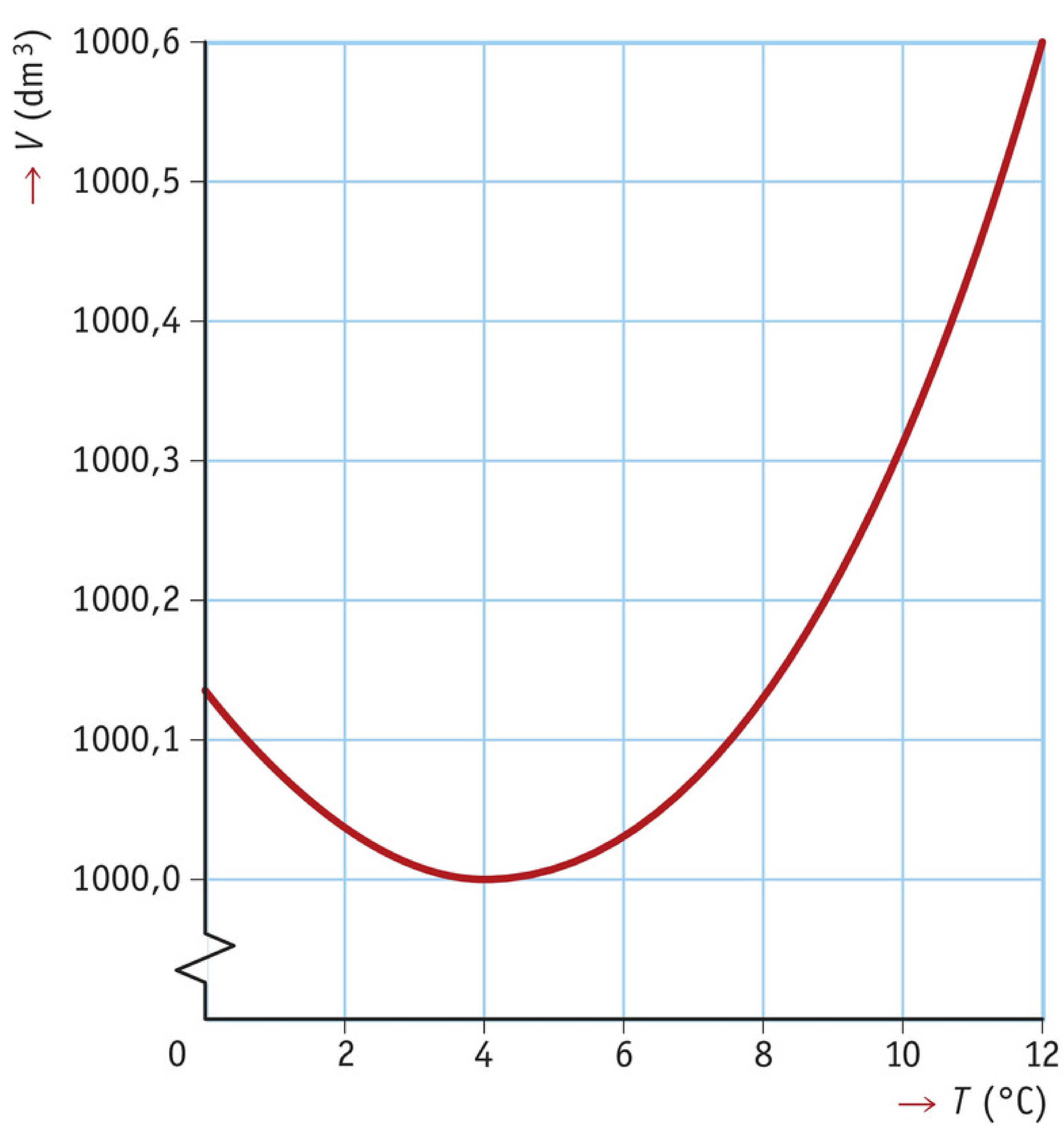
5 Carbonbalk
Kleine balkjes van carbon worden toegepast in de machinebouw. Een balkje van carbon ($\rho = 1{,}760 \cdot 10^3$ kg m^{-3}) heeft de volgende afmetingen: $l = 0{,}250$ m, $b = 3{,}50$ cm, $h = 1{,}75$ cm.
Bereken de massa van het balkje.

6 Zilverdraad
Zilverdraad wordt onder andere toegepast om colloïdaal zilver te maken. Dat wordt bijvoorbeeld gebruikt in oogdruppels. Het heeft een genezende werking.
Een zilverdraad met een dikte van 0,10 mm heeft een massa van 2,0 g.
Bereken de lengte van de zilverdraad.

7 Jeu de boules
Bij het spelen van het spel jeu de boules worden stalen ballen gebruikt met een straal van 4,0 cm.
Bereken de massa van zo'n bal.

8 Koper
Koper wordt veel in huis toegepast, bijvoorbeeld als waterleiding.
Teken het (m,V)-diagram van koper. Laat het volume variëren van 0 tot 1,0 m^3.

9 Water
Bijna alle vloeistoffen krimpen als de temperatuur daalt, maar water tussen 4 °C en 0 °C is hierop een uitzondering. Tussen deze temperaturen zet water juist uit. In figuur 3 is het (V,T)-diagram van 1000 kg water getekend.

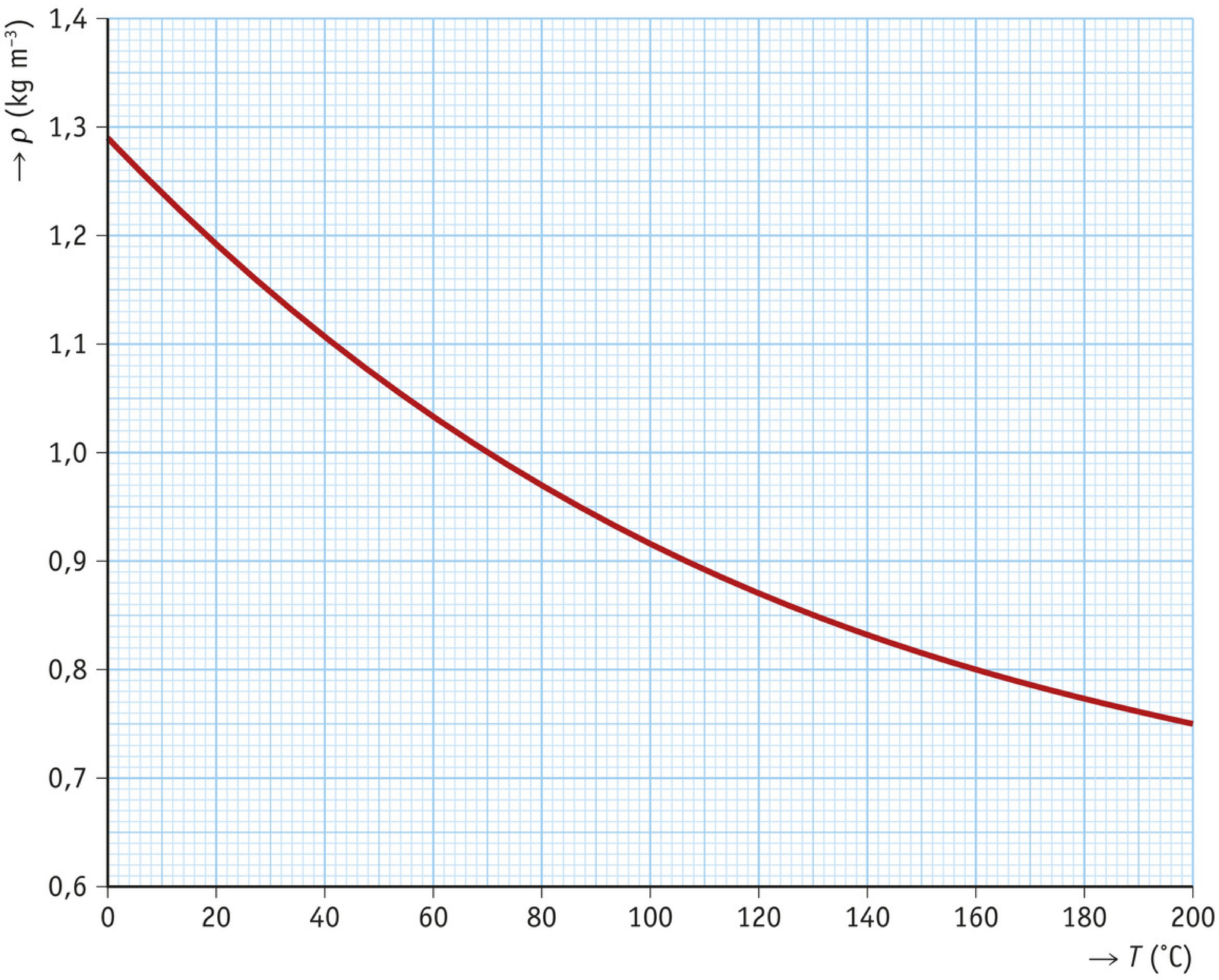


▲ **figuur 3** het (V,T)-diagram van 1000 kg water

a Leg uit welke vloeistof een grotere dichtheid heeft: water van 0 °C of water van 2 °C.
b Als water bevriest, zet het nog verder uit.
Bepaal met hoeveel procent het volume toeneemt als water van 0 °C bevriest in ijs van –4 °C. Gebruik Binas tabel 10.
c Als 's winters de waterleiding bevriest, kan deze stukgaan.
Leg uit waardoor dit komt.

+10 Lucht

In een afgesloten zak zit 200 cm^3 lucht van 140 °C. De lucht wordt afgekoeld tot kamertemperatuur. Het (ρ,T)-diagram van lucht staat in figuur 4.



▲ **figuur 4** het (ρ,T)-diagram van lucht

a Leg met behulp van het molecuulmodel uit wat er met het volume van de lucht gebeurt tijdens het afkoelen.

b Bepaal het volume van de zak bij kamertemperatuur (T = 293 K).

2 Vervorming

In deze paragraaf leer je:

- spanning-rekdiagrammen te interpreteren;
- berekeningen te doen aan elastische vervormingen;
- het begrip ‘treksterkte’ toe te passen.

Als twee teams een wedstrijd touwtrekken houden, krijgt het touw flink wat trekkrachten te verduren. Het touw wordt tijdens het trekken een beetje langer. Het kan zelfs breken als de krachten te groot worden. Of het touw breekt, is niet alleen afhankelijk van de grootte van de uitgeoefende krachten, maar ook van het materiaal waarvan het touw is gemaakt en van de doorsnede van het touw.

Elastische en plastische vervorming

Je weet dat een kracht een voorwerp kan vervormen. Deze vervorming kan tijdelijk of blijvend zijn. Tijdelijke vervorming wordt **elastische vervorming** genoemd. De vervorming verdwijnt weer als er geen kracht meer op het voorwerp wordt uitgeoefend. Elastische vervorming treedt op wanneer je een gewichtje aan een veer hangt. De veer wordt dan langer (en vervormt dus), doordat de afstand tussen de moleculen iets groter wordt. Als je het gewichtje weer weghaalt, krijgt de veer zijn oorspronkelijke lengte weer terug. Maar als je te veel gewichtjes aan de veer hangt, blijft de veer gedeeltelijk uitgerekt als je de gewichtjes weer weghaalt. Er is dan sprake van **plastische vervorming**.

Veerconstante

De Engelse natuurkundige Robert Hooke (1635–1703) heeft het verband onderzocht tussen de elastische vervorming en de vervormende kracht. Hij ontdekte dat de grootte van de vervorming recht evenredig is met de vervormende kracht. Dit is de **wet van Hooke**. Bij een 2× zo grote kracht wordt de vervorming dus ook 2× zo groot.

Er is een voorbeeld van de wet van Hooke dat je al kent: de veer. Bij een veer is de **uitrekking** u recht evenredig met de vervormende kracht F. De evenredigheidsconstante kun je berekenen met de volgende formule:

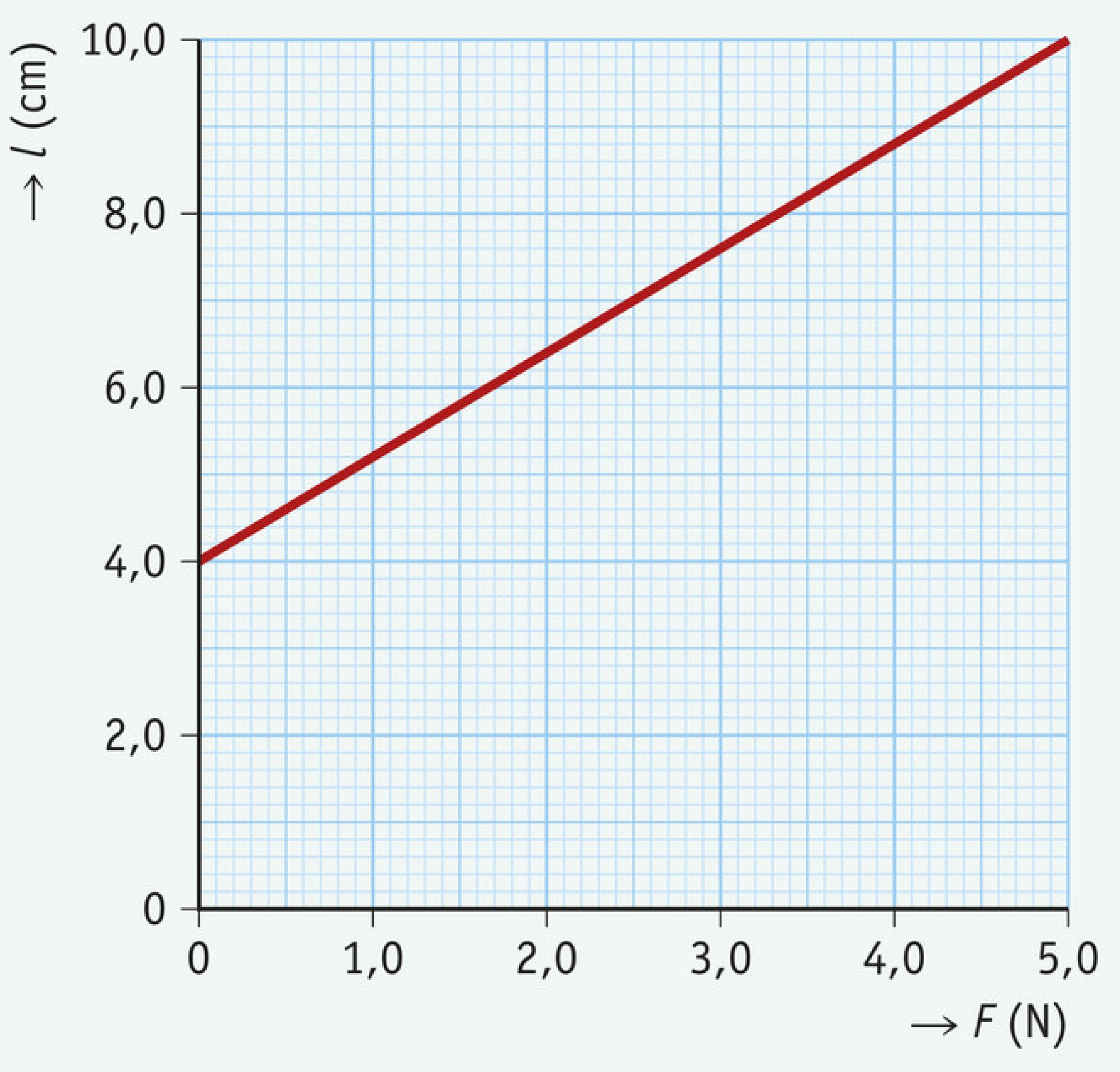
$$C = \frac{F}{u}$$

Hierin is:
- C de veerconstante in newton per meter of newton per centimeter (N m^{-1} of N cm^{-1});
- F de kracht die de vervorming veroorzaakt in newton (N);
- u de uitrekking van de veer in centimeter of meter (cm of m).

De veerconstante uitgedrukt in N m^{-1} is niets anders dan de kracht die nodig is om de veer één meter uit te rekken. Daarom is het getal bij N cm^{-1} ook kleiner dan bij N m^{-1}: je moet meer kracht uitoefenen om de veer één meter uit te rekken dan om dezelfde veer één centimeter uit te rekken.
De veerconstante is ook de steilheid van de rechte lijn in een (F,u)-grafiek.

Voorbeeldopgave 2

In figuur 5 is een (l,F)-diagram van een veer getekend. Als de veer onbelast is, heeft deze een lengte l van 4,0 cm.



▲ **figuur 5** het (l,F)-diagram van een veer

Bepaal de veerconstante van de veer in N cm^{-1} en N m^{-1}.

Uitwerking
Formule: $C = \frac{F}{u}$
Gegevens:
Als de veer belast wordt met 5,0 N is de lengte 10,0 cm.
De uitrekking u is dan 10,0 – 4,0 = 6,0 cm.

De veerconstante is dan: $C = \frac{F}{u} = \frac{5{,}0\ \text{N}}{6{,}0\ \text{cm}} = 0{,}83\ \text{N cm}^{-1} = 83\ \text{N m}^{-1}$

De veer rekt dus 1,0 cm uit als deze wordt belast met 0,83 N. Om de veer 1,0 m uit te rekken, moet de kracht 100× zo groot worden, namelijk 83 N.

Rek

Als je aan een draad trekt, rekt deze uit en wordt elastisch vervormd. Als je bijvoorbeeld aan een draad van 10 m lengte trekt, kan deze draad 3,0 cm uitrekken. Trek je met even grote kracht aan eenzelfde soort draad van 30 m lengte, dan rekt deze draad 9,0 cm uit. De 3× langere draad rekt dus 3× zo veel uit. Je kunt de lange draad opgebouwd denken uit drie draden van 10 m achter elkaar die elk 3,0 cm uitrekken. In verhouding rekken de draden van 10 m en van 30 m lengte dus evenveel uit.
Om de uitrekking van draden van verschillende lengte goed met elkaar te kunnen vergelijken, bereken je de uitrekking van één meter draad. Dit wordt de **relatieve rek** of kortweg **rek ε** genoemd. Je berekent de rek door de uitrekking van de draad te delen door de lengte van de draad:

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l_0}$$

Hierin is:
- ε de relatieve rek (zonder eenheid);
- Δl de uitrekking in meter (m);
- l_0 de oorspronkelijke lengte in meter (m).

Als je de rek van de twee hiervoor genoemde draden uitrekent, zie je dat ze dezelfde rek hebben:

draad 1: $\varepsilon = \frac{\Delta l}{l_0} = \frac{0{,}03}{10} = 0{,}003$

draad 2: $\varepsilon = \frac{\Delta l}{l_0} = \frac{0{,}09}{30} = 0{,}003$

Je ziet dat de rek dus onafhankelijk is van de lengte als de draden van hetzelfde materiaal zijn gemaakt. Je kunt de rek van een draad berekenen, maar ook die van een touw of staaf. Soms wordt de rek uitgedrukt in procenten. Dan moet je de uitkomst van $\varepsilon = \frac{\Delta l}{l_0}$ nog vermenigvuldigen met 100%. De twee draden uit het voorbeeld hebben dan een rek van 0,003 × 100% = 0,3%.

Spanning

Als je aan een draad trekt, ontstaat er een **spanning** in de draad. In een draad of homogene staaf reken je de spanning uit met de formule:

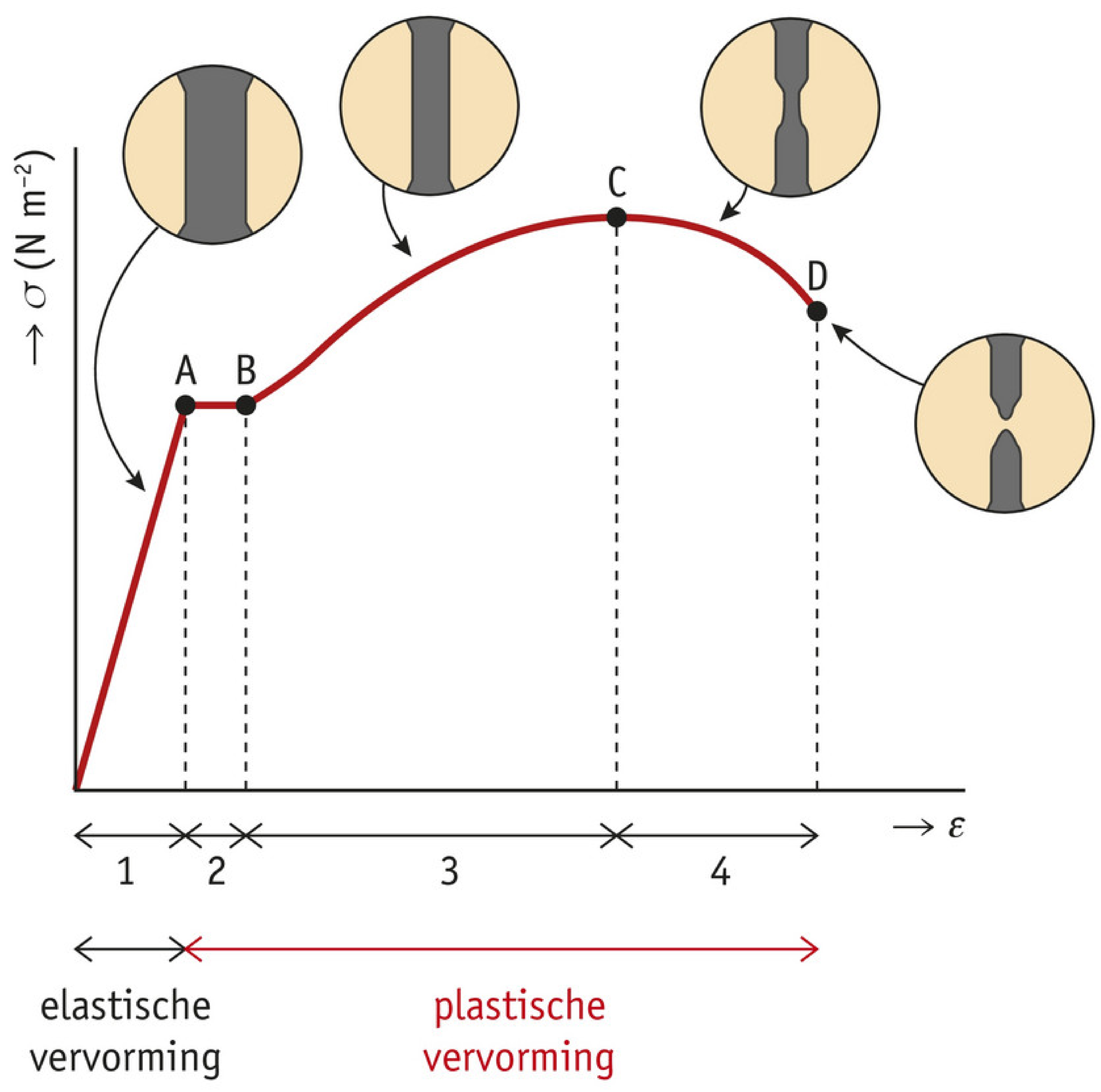
$$\sigma = \frac{F}{A}$$

Hierin is:
- σ de spanning in newton per vierkante meter of pascal (N m^{-2} of Pa);
- F de kracht in newton (N);
- A de oppervlakte waaraan de kracht trekt in vierkante meter (m^2).

Het symbool voor de grootheid spanning σ wordt uitgesproken als sigma. Verwar spanning niet met spankracht of elektrische spanning. De eenheid van σ is N m^{-2}, maar kan ook worden geschreven als Pa (pascal). Er geldt namelijk dat 1 N m^{-2} hetzelfde is als 1 Pa.

Spanning-rekdiagram

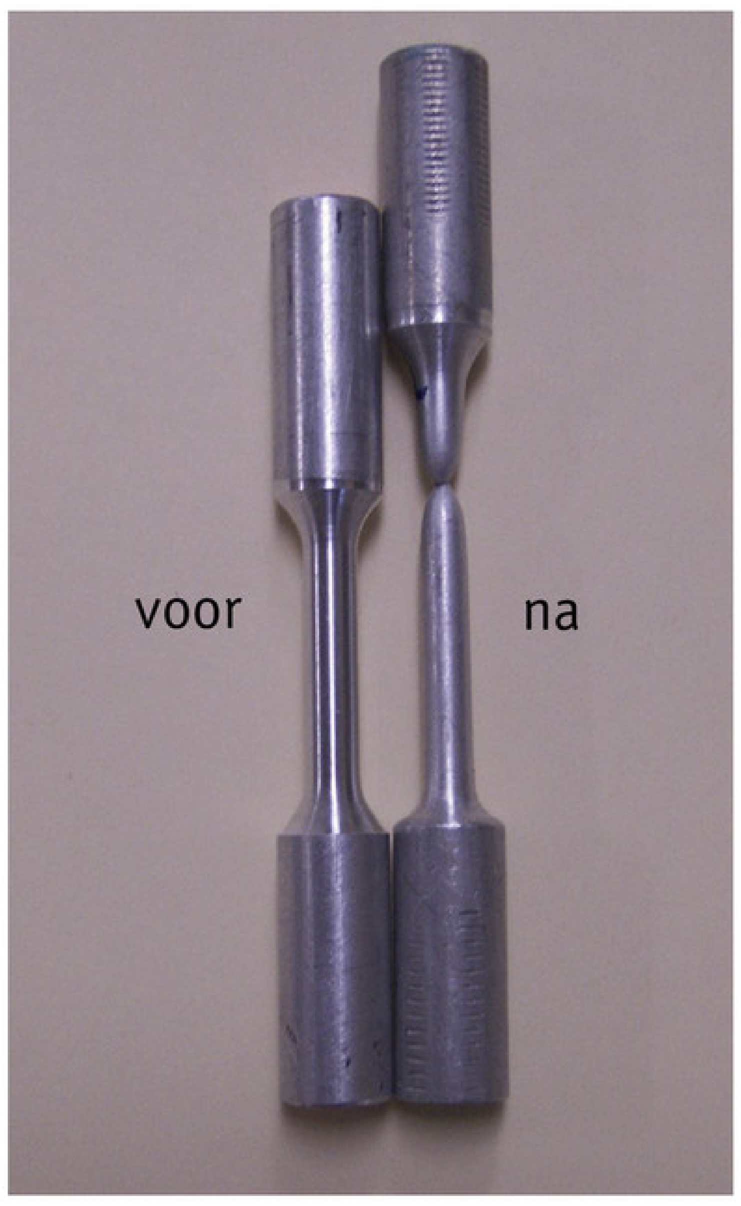
Als je trekkrachten van verschillende grootten op een draad uitoefent en de uitrekkingen van deze draad meet, kun je de rek van de draad en de uitgeoefende spanning uitrekenen. Het is gebruikelijk deze in een zogenoemd **spanning-rekdiagram** ofwel (spanning,rek)-diagram te tekenen. Zo'n diagram, dat vrijwel altijd dezelfde vorm heeft, is afgebeeld in figuur 6.



▲ **figuur 6** een (spanning,rek)-diagram

In dit diagram kun je vier gebieden onderscheiden:
- Gebied 1: bij een kleine rek is de vervorming van de draad elastisch. In dit gebied geldt de wet van Hooke. De rek is hier tot punt A recht evenredig met de spanning.
- Gebied 2: hier krijgt de draad bij een klein beetje meer spanning een veel grotere rek. Dit betekent dat de draad met weinig extra kracht veel langer wordt en plastisch vervormt. Het lijkt erop dat de draad, net als een vloeistof, geen eigen vorm meer heeft. Daarom wordt het gebied na punt A het vloeigebied genoemd.
- Gebied 3: als de draad is gestopt met vloeien, kan deze worden belast tot een maximale spanning σ_{max} die de **treksterkte** heet. De treksterkte is weergegeven met punt C.
- Gebied 4: uiteindelijk wordt de draad op één plaats heel dun, wat insnoering wordt genoemd. Op deze plaats zal de draad breken (punt D).

In figuur 7 zie je een metalen staafje dat is gefotografeerd voor en na het uitvoeren van een trekproef. Je kunt duidelijk zien dat het staafje tijdens de trekproef is uitgerekt en plastisch is vervormd. Bij de plaats van de breuk is het staafje ingesnoerd.



◀ **figuur 7** een staafje voor en na een trekproef

Er zijn materialen die nagenoeg geen rek vertonen, maar direct breken als er trekkrachten op worden uitgeoefend. Deze materialen zijn bros. IJzer is een voorbeeld van een elastisch materiaal. Composiet dat de tandarts gebruikt bij het vullen van gaatjes, is plastisch. Beton is bros.

Elasticiteitsmodulus

In gebied A van het spanning-rekdiagram in figuur 6, het lineaire gebied, is de rek recht evenredig met de spanning. In dit elastische gebied geldt dat $\frac{\sigma}{\varepsilon}$ = constant. Deze constante wordt de **elasticiteitsmodulus *E*** genoemd. Je berekent de elasticiteitsmodulus met de formule:

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon}$$

Hierin is:

- E de elasticiteitsmodulus in newton per vierkante meter of pascal (N m^{-2} of Pa);
- σ de spanning in newton per vierkante meter of pascal (N m^{-2} of Pa);
- ε de rek (zonder eenheid).

De elasticiteitsmodulus is de spanning die nodig is om een draad 100% rek te geven. Een stof met een grote elasticiteitsmodulus is moeilijk uit te rekken. De stof is stijf en star. Staal is zo'n voorbeeld ($E = 0{,}20 \cdot 10^{12}$ N m^{-2}). Zo'n stof vertoont weinig rek als er spanning op wordt uitgeoefend. In Binas tabel 8, 9 en 10 vind je de elasticiteitsmodulus van verschillende stoffen. Vergeet de factor niet die boven de kolom staat, waarmee je alle waarden moet vermenigvuldigen.

Voorbeeldopgave 3

Een rubberen draad ($E = 5{,}0 \cdot 10^{5}$ N m^{-2}) wordt 2,0× zo lang als er een kracht op wordt uitgeoefend.
Bereken de spanning in de draad.

Uitwerking
Gegevens:
$E = 5{,}0 \cdot 10^{-5}$ N m^{-2}

Formules: $E = \dfrac{\sigma}{\varepsilon} \rightarrow \sigma = E \cdot \varepsilon$ en $\varepsilon = \dfrac{\Delta l}{l_0}$

Als de draad 2× zo lang wordt, is de lengteverandering Δl van de draad even groot als de oorspronkelijke lengte l_0. Dit betekent dat $\Delta l = l_0$ en $\varepsilon = \dfrac{\Delta l}{l_0} = 1{,}0$.
$\sigma = E \cdot \varepsilon = 5{,}0 \cdot 10^5 \times 1{,}0 = 5{,}0 \cdot 10^5$ N m^{-2}

Voorbeeldopgave 4

Een 12,0 m lange stalen draad heeft een dikte van 4,00 mm en hangt verticaal. Aan de draad wordt een massa van 60,0 kg gehangen. De elasticiteitsmodulus van staal is 200 MPa.

a Bereken de spanning in de draad.
b Bereken de relatieve rek van de draad.
c Bereken de nieuwe lengte van de draad.

Uitwerking

a De dikte van de draad is gelijk aan de diameter = 4,00 mm.

De straal van de draad is dus $\dfrac{4{,}00}{2} = 2{,}00$ mm $= 2{,}00 \cdot 10^{-3}$ m

De oppervlakte waaraan de kracht trekt, is: $A = \pi \cdot r^2 = \pi \cdot (2{,}00 \cdot 10^{-3})^2 = 1{,}26 \cdot 10^{-5}$ m^2
De kracht waarmee aan de draad wordt getrokken, is gelijk aan het gewicht van de massa

$F = F_z = m \cdot g = 60{,}0 \times 9{,}81 = 598$ N

Nu kun je de spanning berekenen: $\sigma = \dfrac{F}{A} = \dfrac{589}{1{,}26 \cdot 10^{-5}} = 467 \cdot 10^5$ N m^{-2} (= $467 \cdot 10^5$ Pa).

b Om de relatieve rek te berekenen, moet je de formule voor de elasticiteitsmodulus omwerken:

$E = \dfrac{\sigma}{\varepsilon} \rightarrow \varepsilon = \dfrac{\sigma}{E}$

$E = 200$ MPa $= 200 \cdot 10^6$ N m^{-2}
$\sigma = 467 \cdot 10^5$ N m^{-2} (uitkomst van opgave a)

Invullen geeft: $\varepsilon = \dfrac{\sigma}{E} = \dfrac{467 \cdot 10^5}{200 \cdot 10^6} = 0{,}234$

c Om het verschil in lengte te berekenen, moet je de formule voor de rek omwerken:

$\varepsilon = \dfrac{\Delta l}{l_0} \rightarrow \Delta l = \varepsilon \cdot l_0$

Gegevens:
$l_0 = 12{,}0$ m
$\varepsilon = 0{,}234$ (uitkomst van opgave b)
Invullen geeft: $\Delta l = \varepsilon \cdot l_0 = 0{,}234 \times 12{,}0 = 2{,}81$ m
De nieuwe lengte van de draad is 12,0 + 2,81 = 14,8 m.

▶ **EXPERIMENT 1** Vervorming van een zaagblad

Onthoud!

- Bij de wet van Hooke is de uitrekking van een veer of draad recht evenredig met de uitgeoefende kracht. Hierbij geldt: $C = \frac{F}{u}$
- De rek is de uitrekking van een draad gedeeld door de lengte van een draad. Je kunt de rek berekenen met de formule $\varepsilon = \frac{\Delta l}{l_0}$
- De spanning is de trekkracht die wordt uitgeoefend op een oppervlakte van één vierkante meter. Je kunt de spanning berekenen met de formule $\sigma = \frac{F}{A}$
- De maximale spanning die een draad kan ondergaan, wordt de treksterkte genoemd.
- De elasticiteitsmodulus is de spanning die nodig is om een draad 100% rek te geven. De elasticiteitsmodulus bereken je met de formule $E = \frac{\sigma}{\varepsilon}$

Opdrachten

11 Formules

Maak de volgende opdrachten.

a Geef de formule met bijbehorende eenheden voor het berekenen van de veerconstante.
b Geef de formule met bijbehorende eenheden voor het berekenen van de spanning ten gevolge van een trekkracht.
c Geef de formule met bijbehorende eenheden voor het berekenen van de rek van een draad.
d Wat wordt verstaan onder de elasticiteitsmodulus?
e Geef de formule met bijbehorende eenheden voor het berekenen van de elasticiteitsmodulus.
f In het spanning-rekdiagram van een draad zijn vier verschillende gebieden te herkennen.
Geef van elk van deze vier gebieden een korte omschrijving.

12 Omrekenen

Neem over en vul in.

a $C = 20\ \text{N cm}^{-1} = \ldots\ \text{N m}^{-1}$
b $C = 5{,}0\ \text{kN m}^{-1} = \ldots\ \text{N cm}^{-1}$
c $\sigma = 670 \cdot 10^5\ \text{N m}^{-2} = \ldots\ \text{N cm}^{-2}$
d $\sigma = 2{,}28 \cdot 10^2\ \text{N cm}^{-2} = \ldots\ \text{N m}^{-2}$
e $\sigma = 0{,}40\ \text{GPa} = \ldots\ \text{N m}^{-2}$

13 Veerconstante van een plank

Je kunt zeggen dat een plank over een sloot een veerconstante heeft.

a Leg in woorden uit wat je met deze veerconstante bedoelt.
b Als er een massa van 150 kg op de plank wordt gelegd, buigt de plank 9,0 cm door. Bereken de veerconstante van deze plank.
c Teken het (u,F)-diagram van deze plank voor een kracht van 0 N tot $2{,}0 \cdot 10^3$ N.
d Wat gebeurt er met de plank als deze plastisch doorbuigt?

14 Rek

Je kunt de rek van een draad uitrekenen met een formule.

a Toon aan dat rek geen eenheid heeft.

b Leg uit wat het betekent als de trekkracht op een touw ervoor zorgt dat dit touw een rek $\varepsilon = 2$ krijgt.

15 Draad [1]

Op een 2,0 m lange draad met een dikte van 6,0 mm wordt een trekkracht uitgeoefend van 100 N. De draad rekt daardoor 2,0 cm uit.

a Bereken de spanning in de draad.

b Bereken de rek.

c Bereken de rek in procenten.

d Bereken de elasticiteitsmodulus.

e Leg het verschil uit tussen de grootheden *uitrekking* en *rek*.

16 Kunstwerk

Rick wil een kunstwerk van 18 kg ophangen aan een 5,0 mm dikke draad van 80 cm lengte. De draad breekt bij een spanning van $7{,}0 \cdot 10^6$ N m^{-2}.

Bereken of de draad sterk genoeg is.

17 Koperdraad

Koperdraden worden toegepast als rijdraad in de bovenleiding van een trein.

Bereken hoeveel kilogram je aan een koperdraad van 200 m lengte en met een doorsnede van 100 mm^2 moet hangen om deze draad 15 cm te laten uitrekken.

18 Draad [2]

Aan een draad met lengte l en dikte d hangt een massa m.

Leg uit of, en in welke mate, de spanning en de rek veranderen als:

a je massa m door een 2× zo grote massa vervangt.

b de draad 2× zo lang is.

c de draad 2× zo dik is.

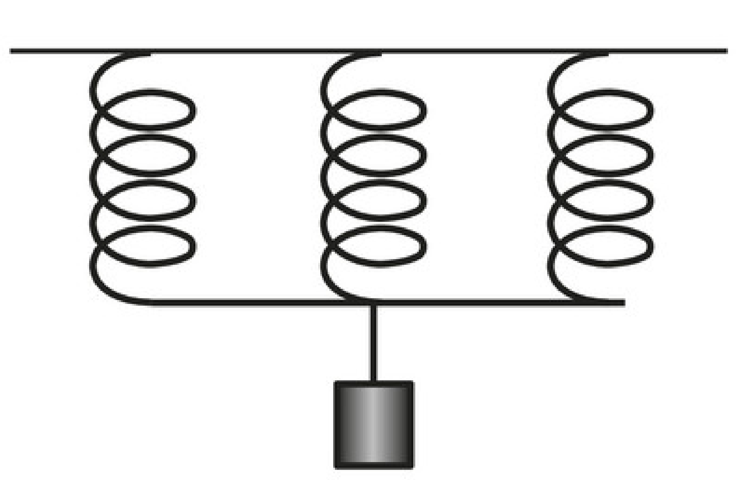
d de draad 2× zo lang en 2× zo dik is.

+19 Veerconstante van een veer

Een veer heeft een veerconstante van 2,0 N cm^{-1}. Han knipt deze veer in drie precies even grote stukken.

a Hoe groot is de veerconstante van één stuk?

De drie stukken worden naast elkaar gehangen en aan de onderkant aan elkaar vastgemaakt. Vervolgens wordt er een gewichtje van 500 g aan gehangen (figuur 8).



▲ **figuur 8** drie stukken veer

b Hoeveel rekt elk stuk veer nu uit?

c Bereken de totale veerconstante van dit stelsel van drie veren.

+20 Dyneema

Voor het omhooghijsen van gezonken schepen in diep water worden vaak kabels van de polyetheenvezel dyneema gebruikt in plaats van staal. Een reden hiervoor is dat staal onder zijn eigen gewicht kan breken.
De dichtheid van staal is $7{,}8 \cdot 10^3$ kg m^{-3} en de treksterkte is $4{,}0 \cdot 10^8$ N m^{-2}.
Een stalen kabel hangt (denkbeeldig) vrij naar beneden in de lucht.

a Bereken de maximale lengte van de kabel als deze onder zijn eigen gewicht breekt.

Dyneema heeft een treksterkte van $3{,}5 \cdot 10^9$ N m^{-2} en breekt pas onder zijn eigen gewicht als deze 400 km lang is.

b Bereken de dichtheid van dyneema.

c Leg uit waarom een kabel van dyneema verzwaard moet worden in het water.

3 Warmte en temperatuur

In deze paragraaf leer je:
- omrekenen van graden Celsius naar kelvin en omgekeerd;
- soortelijke warmte als stofeigenschap toe te passen;
- het verband beschrijven tussen de dichtheid van metalen en de soortelijke warmte.

Vaak worden de begrippen ‘warmte’ en ‘temperatuur’ door elkaar gebruikt. Het zijn echter twee verschillende grootheden.

De grootheden warmte en temperatuur

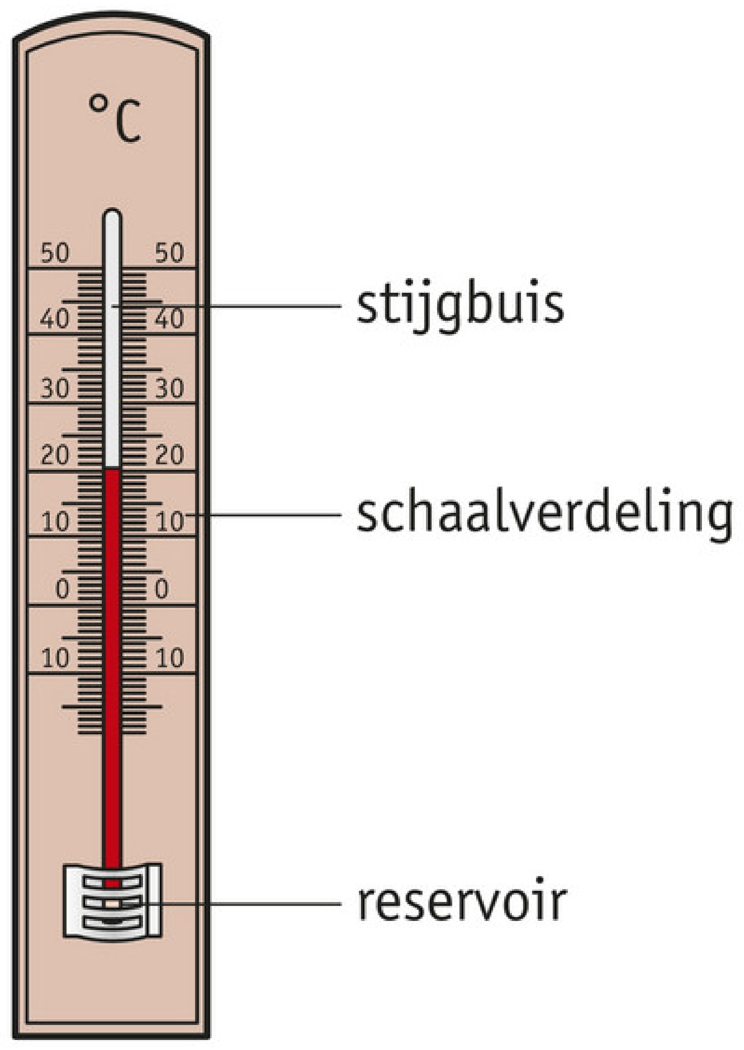
De volgende voorbeelden laten zien dat warmte en temperatuur niet hetzelfde zijn.
- Als je een bekerglas water met een brander verhit, stijgt de temperatuur tot 100 °C. Als je het bekerglas water met de brander blijft verhitten, voer je steeds meer warmte toe aan het water. Maar de temperatuur van het water verandert niet meer. De temperatuur blijft 100 °C tot al het water is verdampt.
- Leg een groot en een klein blokje aluminium in een oven die ingesteld is op 200 °C. Na een tijdje is de temperatuur van beide blokjes 200 °C. Haal ze dan met een tang uit de oven en doe ze elk in een bekerglas met evenveel koud water van dezelfde temperatuur. Ondanks het feit dat de blokjes allebei dezelfde temperatuur hebben, geeft het grote blokje meer warmte af en laat het water in het bekerglas meer in temperatuur stijgen dan het kleine blokje.

Verschil tussen warmte en temperatuur

Warmte is een vorm van energie. Eigenlijk is warmte energie die zich verplaatst van de ene plek naar de andere plek. De grootheid warmte wordt weergegeven met het symbool Q. De eenheid van warmte is de joule (J), omdat dit de eenheid van energie is. De temperatuur is een maat voor de snelheid van de moleculen. Hoe hoger de temperatuur, des te groter de gemiddelde snelheid van de moleculen.
Als je warmte toevoert aan een voorwerp, leidt dit meestal tot een temperatuurstijging van dat voorwerp. De warmte wordt dan gebruikt om de snelheid en dus de bewegingsenergie van de moleculen te vergroten. Een voorwerp dat wordt verhit, zet ook uit. Een deel van de warmte wordt namelijk gebruikt om de afstand tussen de moleculen te vergroten.
Let op: het symbool Q wordt zowel voor de grootheid warmte als voor de grootheid lading gebruikt. Het ligt aan de situatie of Q warmte of lading voorstelt.

Temperatuur

De temperatuur wordt dikwijls gemeten met een vloeistofthermometer. In figuur 9 kun je zien dat zo'n thermometer uit een reservoir met een stijgbuis bestaat. Hierin bevindt zich een vloeistof. Als de temperatuur stijgt, zet de vloeistof uit. Het glas zet ook uit, maar veel minder dan de vloeistof. Daardoor stijgt de vloeistof in de stijgbuis. De hoogte van de vloeistof in de stijgbuis geeft de temperatuur aan. Deze is af te lezen op een schaalverdeling. De stijgbuis wordt ook wel **capillair** genoemd. De vloeistof in een thermometer is meestal alcohol waaraan een kleurstof is toegevoegd.



▲ **figuur 9** thermometer

Temperatuurschalen

De Zweedse astronoom Anders Celsius (1701–1744) maakte een schaalverdeling waarbij hij de temperatuur van smeltend ijs op 0 °C stelde en de temperatuur van kokend water op 100 °C. De Duitse natuurkundige Gabriel Fahrenheit (1686–1736) maakte een schaalverdeling waarbij hij de temperatuur van een mengsel van water, ijs en zout op 0 °F stelde en de temperatuur van een gezond menselijk lichaam op 96 °F. De Brit William Thomson (1824–1907; in de adelstand verheven tot Lord Kelvin) bedacht weer een andere temperatuurschaal, de **absolute temperatuur**. Hij maakte bij zijn schaal gebruik van het feit dat moleculen sneller gaan bewegen als de temperatuur toeneemt en langzamer als de temperatuur afneemt. De temperatuur waarbij de moleculen stilstaan en dus snelheid 0 m s^{-1} hebben, noemde hij het **absolute nulpunt** ofwel 0 kelvin (0 K). Een lagere temperatuur dan 0 kelvin bestaat niet.
Het verband tussen de temperatuur T in graden Celsius en de absolute temperatuur T in kelvin luidt:

$$T_{\text{Celsius}} = T_{\text{kelvin}} - 273{,}15$$

Voorbeeldopgave 5

Een bekerglas met water heeft een temperatuur van 20 °C. Het bekerglas wordt verhit waardoor de temperatuur stijgt tot 60 °C.
Bereken de temperatuurstijging ΔT van het bekerglas water in graden Celsius en in kelvin.

Uitwerking
In graden Celsius: $\Delta T = T_{\text{eind}} - T_{\text{begin}} = 60 - 20 = 40$ °C
In kelvin:
20 °C = 20 + 273,15 = 293 K
60 °C = 60 + 273,15 = 333 K
$\Delta T = 333 - 293 = 40$ K
De temperatuurstijging is in graden Celsius even groot als in kelvin. Dit is altijd zo.

Soortelijke warmte

Als je in de zomerzon aan de rand van een zwembad loopt, merk je dat de stenen tegels op de grond een hoge temperatuur hebben. Je kunt nauwelijks stil blijven staan, zo heet zijn de tegels. Als je vervolgens het trapje van het zwembad af loopt, wordt het een stuk kouder aan je voeten. De temperatuur van het zwembadwater is dus een stuk lager. Dat lijkt misschien vreemd, want de zon schijnt even fel op de stenen tegels als op het water. Blijkbaar stijgt het water veel langzamer in temperatuur dan de stenen tegels. Dat kun je ook iets natuurkundiger zeggen: er is meer warmte nodig om water in temperatuur te laten stijgen dan om de stenen tegels in temperatuur te laten stijgen. Hiervoor is het begrip 'soortelijke warmte' ingevoerd. De **soortelijke warmte** is de hoeveelheid warmte die nodig is om één kilogram van een stof één kelvin of één graad Celsius in temperatuur te laten stijgen. Je kunt de soortelijke warmte berekenen met de formule:

$$c = \frac{Q}{m \cdot \Delta T}$$

Hierin is:
- c de soortelijke warmte in joule per kilogram per kelvin (J kg^{-1} K^{-1}) of joule per kilogram per graad Celsius (J kg^{-1} $°C^{-1}$);
- Q de toegevoerde warmte in joule (J);
- m de massa in kilogram (kg);
- ΔT de temperatuurverandering in kelvin of graden Celsius (K of °C).

Vaak gebruik je de volgende vorm van de formule: $Q = c \cdot m \cdot \Delta T$

Voorbeeldopgave 6

Je hebt een stof met een soortelijke warmte van $1{,}6 \cdot 10^3$ J kg^{-1} K^{-1}.
Bereken hoeveel warmte nodig is om 60 g van deze stof in temperatuur te laten stijgen van 15 °C tot 175 °C.

Uitwerking
Gegevens:
$c = 1{,}6 \cdot 10^3$ J kg^{-1} K^{-1}
$m = 60$ g $= 0{,}060$ kg
$\Delta T = 175 - 15 = 160$ °C
Formule: $Q = c \cdot m \cdot \Delta T$
$Q = 1{,}6 \cdot 10^3 \times 0{,}060 \times 160 = 1{,}5 \cdot 10^4$ J

Er moet warmte worden toegevoerd om een stof in temperatuur te laten stijgen. Als die stof in temperatuur daalt, komt er juist warmte vrij. Je kunt de formule $Q = c \cdot m \cdot \Delta T$ daarom ook gebruiken als de temperatuur van een stof daalt. Dan is Q de vrijgekomen warmte en ΔT de temperatuurdaling. De temperatuurdaling ΔT wordt ook hierbij als een positieve waarde opgeschreven.

De soortelijke warmte is een stofeigenschap. Dat betekent dat je een stof kunt herkennen aan de soortelijke warmte. In Binas tabel 8 tot en met 12 kun je de soortelijke warmte van allerlei stoffen vinden. Vergeet de factor niet die boven de kolom staat, waarmee je alle waarden moet vermenigvuldigen. De soortelijke warmte van bijvoorbeeld goud is dus niet 0,129 J kg^{-1} K^{-1}, maar $0{,}129 \cdot 10^3$ J kg^{-1} K^{-1}.

Water heeft een heel grote soortelijke warmte. Dat verklaart waarom water op een warme zomerdag een veel lagere temperatuur heeft dan stenen tegels aan het zwembad. Steen heeft namelijk een veel kleinere soortelijke warmte.

Verband tussen dichtheid en soortelijke warmte bij metalen

Van vijf metalen zijn in tabel 1 de dichtheid en de soortelijke warmte naast elkaar gezet.

▼ **tabel 1** dichtheid en soortelijke warmte van enkele metalen

metaal	atoommassa (u)	dichtheid ($kg\ m^{-3}$)	soortelijke warmte ($J\ kg^{-1}\ K^{-1}$)
beryllium	9,012 u (= $1{,}496 \cdot 10^{-26}$ kg)	$1{,}85 \cdot 10^3$	$1{,}8 \cdot 10^3$
aluminium	26,98 u (= $4{,}479 \cdot 10^{-26}$ kg)	$2{,}70 \cdot 10^3$	$0{,}88 \cdot 10^3$
chroom	52,00 u (= $8{,}632 \cdot 10^{-26}$ kg)	$7{,}19 \cdot 10^3$	$0{,}45 \cdot 10^3$
zilver	107,9 u (= $1{,}791 \cdot 10^{-25}$ kg)	$10{,}5 \cdot 10^3$	$0{,}24 \cdot 10^3$
platina	195,1 u (= $3{,}239 \cdot 10^{-25}$ kg)	$21{,}5 \cdot 10^3$	$0{,}13 \cdot 10^3$

Uit tabel 1 blijkt het volgende: hoe groter de dichtheid van een metaal, des te kleiner de soortelijke warmte. Je hebt dus minder warmte nodig om 1 kg van een stof met een grote dichtheid 1 K in temperatuur te laten stijgen dan 1 kg van een stof met een kleine dichtheid. Dat kun je als volgt verklaren: als je een metaal in temperatuur laat stijgen, voer je warmte (energie) toe aan dat metaal. Dan krijgt elk atoom meer energie. In stoffen met een grote dichtheid zitten atomen die zwaar zijn. Daardoor zitten er in 1 kg van zo'n stof in verhouding maar weinig atomen. Dat betekent dat je maar weinig atomen extra energie hoeft te geven. Er is dus weinig energie nodig om 1 kg van deze stof in temperatuur te laten stijgen. Deze stof heeft dus een kleine soortelijke warmte.
De **atoommassa** in tabel 1 geeft aan hoe zwaar een atoom is. De atoommassa wordt uitgedrukt in zogenoemde atomaire massa-eenheden u. Er geldt: 1 u = $1{,}660\ 54 \cdot 10^{-27}$ kg (Binas tabel 7). Je kunt de atoommassa van atomen opzoeken in Binas tabel 99. Daar wordt deze de relatieve atoommassa genoemd.

▶ **EXPERIMENT 2** De soortelijke warmte van een metalen blokje

Onthoud!

- Warmte is een vorm van energie. Warmte wordt aangeduid met het symbool Q en uitgedrukt in de eenheid joule (J).
- Temperatuur is een maat voor de gemiddelde snelheid van de moleculen. Temperatuur wordt aangeduid met het symbool T en uitgedrukt in de eenheid kelvin (K) of graden Celsius (°C).
- $T_{Celsius} = T_{kelvin} - 273{,}15$
- De soortelijke warmte is de hoeveelheid warmte die nodig is om één kilogram stof één kelvin of één graad Celsius in temperatuur te laten stijgen. Je kunt de soortelijke warmte berekenen met de formule $c = \frac{Q}{m \cdot \Delta T}$. Deze formule kun je ook schrijven als $Q = c \cdot m \cdot \Delta T$.
- Hoe groter de dichtheid van een metaal, des te kleiner de soortelijke warmte.

Opdrachten

21 Warmte en temperatuur
Maak de volgende opdrachten.
- **a** Leg het verschil uit tussen warmte en temperatuur.
- **b** Geef de formule voor het omrekenen van kelvin naar graden Celsius.
- **c** Wat wordt verstaan onder de soortelijke warmte van een stof?
- **d** Met welke formule kun je de soortelijke warmte van een stof berekenen?
- **e** In welke eenheden moet je de grootheden in deze formule uitdrukken?
- **f** Welk verband is er tussen de dichtheid van een metaal en de soortelijke warmte?

22 Omrekenen
Neem over en reken om.
a 0 °C = … K
b 0 K = … °C
c 100 °C = … K
d 100 K = … °C

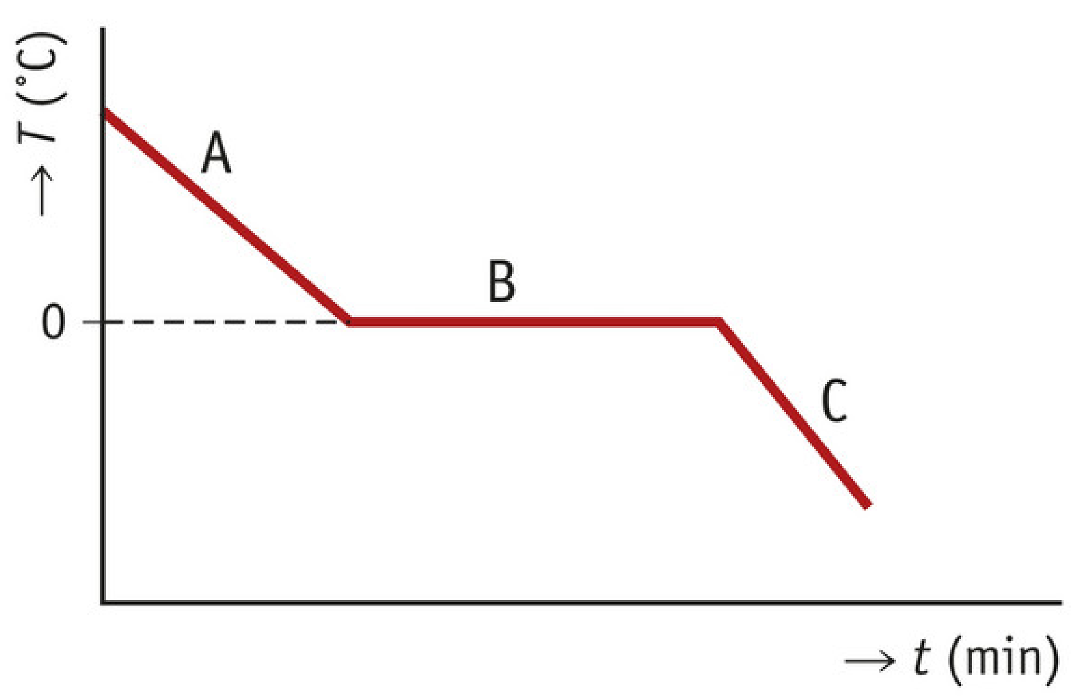
23 Temperatuurstijging
De temperatuur van een voorwerp stijgt van 20 °C naar 80 °C.
Bereken de temperatuurstijging in graden Celsius en in kelvin.

24 Warmte
Bereken hoeveel warmte nodig is om 600 g ijzer te verhitten van 50 °C tot het smeltpunt.

25 Nikkelen beeldje
Een beeldje bestaat uit 150 cm^3 nikkel. Het beeldje staat in een kamer waar het 20 °C is. Er wordt $7{,}5 \cdot 10^3$ J warmte toegevoerd aan het beeldje.
Bereken de eindtemperatuur van het beeldje.

26 Boiler
In een boiler wordt 25 L water opgewarmd van 15 °C tot 80 °C. De boiler produceert 2000 J warmte per seconde.
a Bereken hoeveel warmte nodig is om het water op te warmen.
b Bereken hoelang de boiler over dat verwarmen doet. Ga er hierbij van uit dat alle geproduceerde warmte van de boiler door het water wordt opgenomen.

27 Water afkoelen
Livia koelt 2,00 kg water van 25,0 °C af in de diepvries. Tijdens het afkoelen meet zij de temperatuur en stelt een (T,t)-diagram op (figuur 10). In de grafiek zijn drie trajecten aangegeven met A, B en C.



▲ **figuur 10** het (T,t)-diagram van water

Geef voor elk van de trajecten A, B, en C aan:
a in welke fase het water zich bevindt.
b of de snelheid van de moleculen toeneemt, gelijk blijft of afneemt in de tijd.
c of de afstand tussen de moleculen toeneemt, gelijk blijft of afneemt in de tijd.
d Toon met een berekening aan dat het water in traject A $209 \cdot 10^3$ J warmte afstaat aan de omgeving.
e De smeltwarmte van een stof geeft aan hoeveel warmte vrijkomt als één kg van een stof stolt.
Zoek in Binas de smeltwarmte van water op en bereken hoeveel warmte aan de omgeving wordt afgestaan in traject B.

28 Afkoelen

Een roestvrij stalen radiator heeft een massa van 82 kg en is gevuld met 16 L water. De radiator koelt 's nachts af van 50 °C tot 16 °C.
Voor de hoeveelheid warmte die een stof afstaat, geldt:

$$Q = c \cdot \rho \cdot V \cdot \Delta T$$

Hierin is:
- Q de afgestane warmte in joule (J);
- c de soortelijke warmte in joule per kilogram per kelvin (J kg^{-1} K^{-1});
- ρ de dichtheid in kilogram per kubieke meter (kg m^{-3});
- V het volume in kubieke meter (m^3);
- ΔT de temperatuursverandering in kelvin (K).

a Leid deze formule af met behulp van formules uit Binas tabel 35.
b Bereken de hoeveelheid warmte die de radiator afstaat.

Een radiator kan in plaats van met water ook met olie gevuld zijn. Dit wordt vaak gedaan in elektrische radiatoren. In tabel 2 staan de eigenschappen van olie en water.

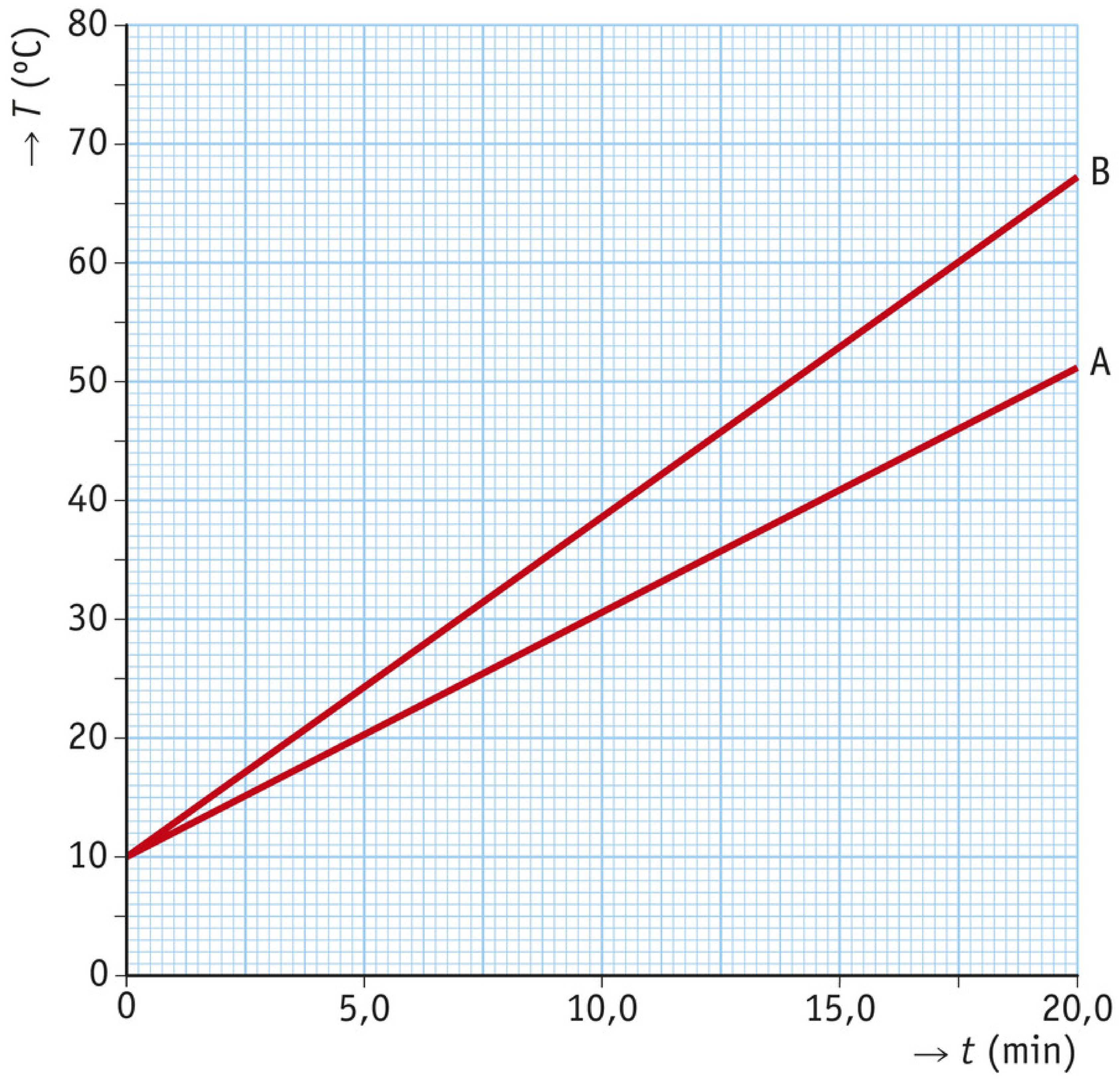
▼ **tabel 2** dichtheid en soortelijke warmte van olie en water

	dichtheid (kg m^{-3})	soortelijke warmte (J kg^{-1} K^{-1})
olie	$0{,}900 \cdot 10^3$	$1{,}65 \cdot 10^3$
water	$0{,}998 \cdot 10^3$	$4{,}18 \cdot 10^3$

c Bepaal met behulp van de afgeleide formule welke vloeistof in tabel 2 de minste warmte afstaat op het moment dat de radiator wordt uitgeschakeld.
d Leg uit waarom in elektrische radiatoren de toepassing van olie de voorkeur verdient boven die van water.

29 Vloeistoffen verwarmen

Aukje verhit 300 g van vloeistof A en 300 g van vloeistof B. Het verwarmingselement geeft elke seconde 25 J warmte af. In figuur 11 zie je de temperatuur T van de vloeistoffen als functie van de tijd t.



◀ **figuur 11** het (T,t)-diagram van twee vloeistoffen

a Leg zonder berekeningen uit welke van de twee vloeistoffen de grootste soortelijke warmte heeft.
b Bepaal de soortelijke warmte van elk van de twee vloeistoffen.
c Bepaal met behulp van Binas welke stoffen vloeistof A en B waarschijnlijk zijn.
d Leg uit waarom bij opdracht c ‘waarschijnlijk’ staat.

30 Dichtheid en soortelijke warmte
Maak de volgende opdrachten.
a Maak een grafiek waarin je de soortelijke warmte uitzet tegen de dichtheid van de metalen uit Binas tabel 8.

Het vermoeden bestaat dat de soortelijke warmte van een metaal omgekeerd evenredig is met de dichtheid. Dat betekent dat de soortelijke warmte van een metaal 2× zo groot is, als de dichtheid 2× zo klein is.
b Leg uit dat in dat geval de dichtheid van een metaal maal zijn soortelijke warmte, dus $\rho \cdot c$, voor alle metalen constant moet zijn.
c Ga na of dit vermoeden klopt voor de metalen uit Binas tabel 8.

+31 Vloeistoffen mengen
France mengt 200 g water van 30,0 °C met een onbekende hoeveelheid alcohol van 52,0 °C. Nadat France beide vloeistoffen door elkaar heeft geroerd, meet zij de temperatuur. Deze blijkt 40,0 °C te zijn. Verwaarloos bij de volgende vragen de warmte-uitwisseling met de omgeving.
a Bereken hoeveel warmte het water heeft opgenomen.
b Bereken hoeveel gram alcohol France met het water heeft gemengd.

4 Warmtetransport

In deze paragraaf leer je:
- de drie vormen van warmtetransport (geleiding, stroming en straling) toe te passen;
- het verband uitleggen tussen warmtestroom en warmtegeleidingscoëfficiënt;
- de warmtestroom door (geïsoleerde) muren te berekenen.

Warmte verplaatst zich altijd van een hoge temperatuur naar een lage. Als je een glas heet water een tijdje laat staan, koelt het water af. Na verloop van tijd heeft het water dezelfde temperatuur gekregen als de kamer waarin het glas water zich bevindt. Het glas water heeft warmte (energie) afgestaan aan de lucht en de tafel waarop het glas staat.

Warmtetransport

Als heet water afkoelt, is er warmteoverdracht van het water naar de omgeving. In de natuurkunde wordt dit **warmtetransport** genoemd.

Er zijn drie manieren van warmtetransport:
1 geleiding;
2 stroming;
3 straling.

Geleiding

Als je een metalen lepel een tijdje in heet water laat staan, wordt de lepel zo heet dat je hem niet meer kunt vastpakken. Warmte verplaatst zich, door de lepel heen, van de onderkant van die lepel naar de bovenkant. Deze vorm van warmtetransport heet **geleiding**. Geleiding kun je op de volgende manier verklaren. Het water heeft een hoge temperatuur doordat de moleculen een grote snelheid hebben. Ze botsen tegen de moleculen in dat deel van de lepel dat zich in het water bevindt. Bij die botsingen dragen de watermoleculen energie (warmte) over aan de moleculen onder in de lepel. Die gaan daardoor harder trillen op hun plaats waarbij ze steeds meer plaats nodig hebben. Daardoor botsen deze moleculen steeds harder tegen hun buren die daardoor ook weer harder gaan trillen. Zo wordt de warmte doorgegeven. Let op: de warmte wordt doorgegeven, maar de moleculen zelf blijven op hun plaats.

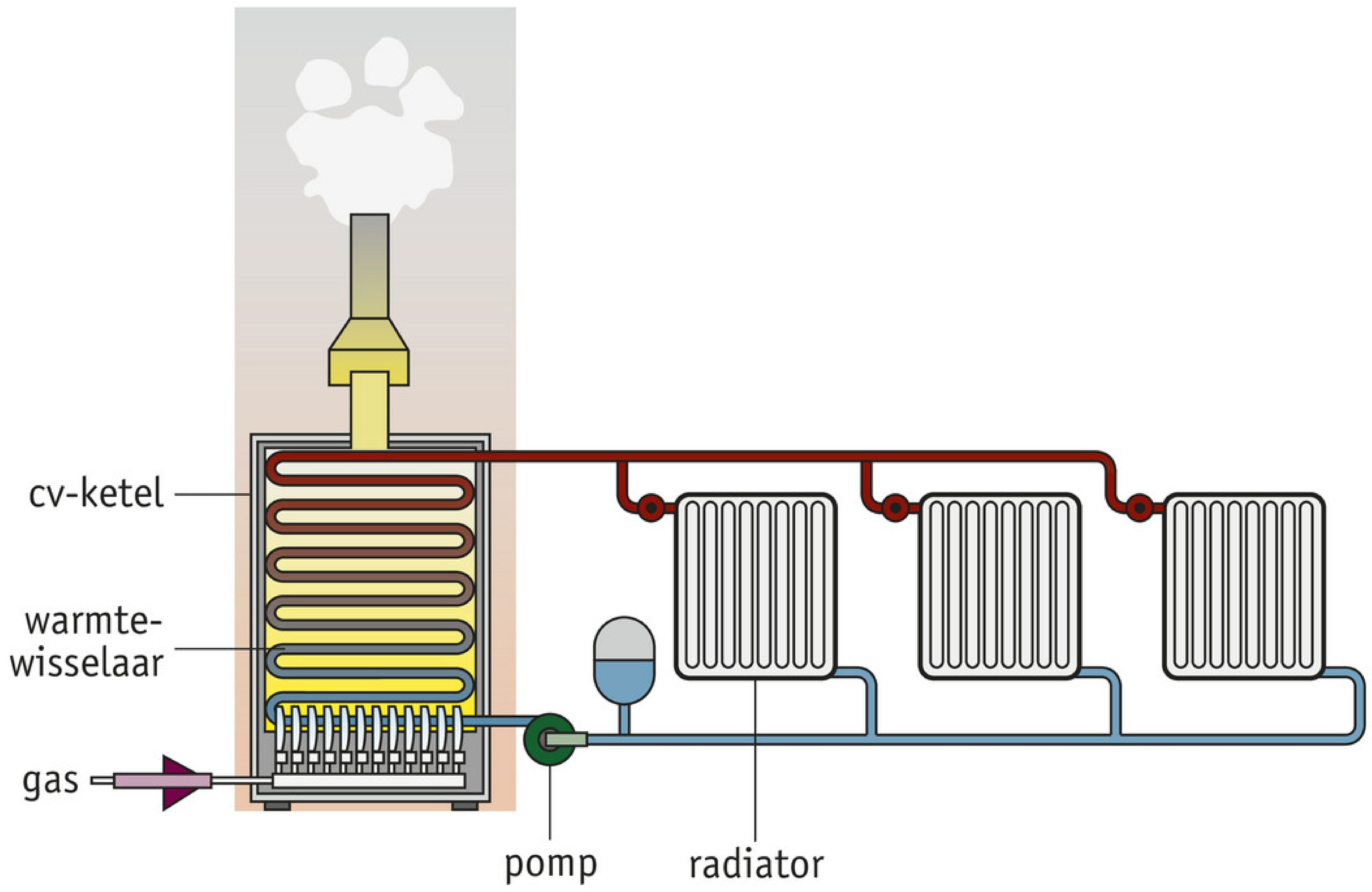
Stroming

In figuur 12 zie je een ringvormige buis die is gevuld met water. Aan het water worden een paar druppeltjes inkt toegevoegd om de beweging van het water zichtbaar te maken. Als je deze ringvormige buis op één plaats verhit, gaat het water stromen. Het water neemt daarbij de warmte mee. Deze vorm van warmtetransport heet **stroming**. Bij stroming verplaatst zich de warmte samen met de moleculen.
In figuur 12 stroomt het water tegen de klok in. Dat kun je als volgt verklaren: op de plaats waar het water wordt verhit, zet het water uit en krijgt daardoor een kleinere dichtheid. Het water stijgt en duwt het koudere water erboven voor zich uit.



▲ **figuur 12** stroming in een ringvormige buis

Stroming kan alleen optreden bij vloeistoffen en gassen. De centraleverwarmingsinstallatie is een voorbeeld van warmtetransport door stroming (figuur 13). Het water wordt verhit in de ketel en gaat daardoor door de buizen en de radiatoren stromen. Eigenlijk heb je hierbij geen pomp nodig. Toch heeft een verwarmingsketel wel een pomp om de stroming sterker en gelijkmatiger te maken.



▲ **figuur 13** schematische voorstelling van een cv-installatie

Straling

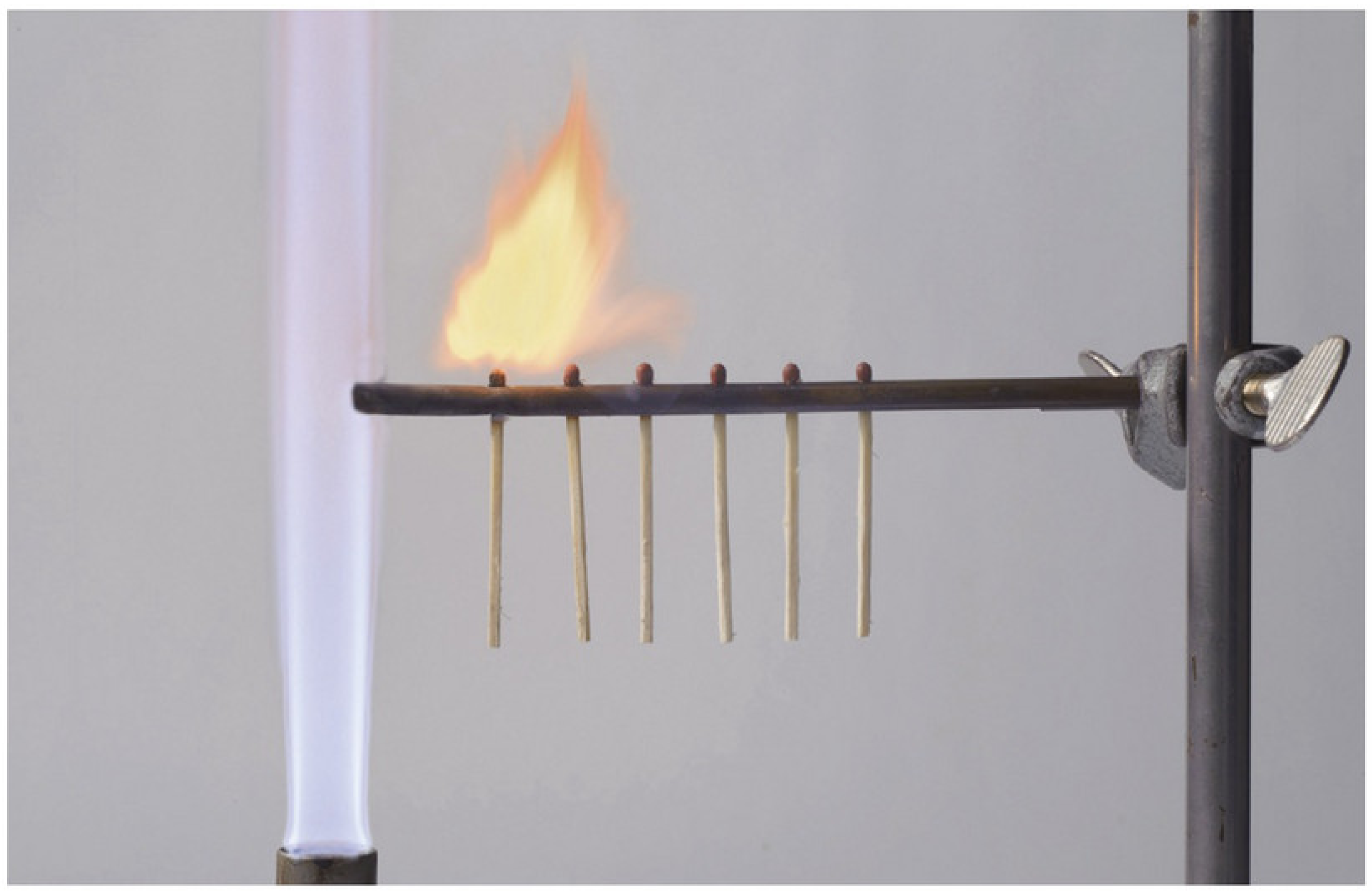
Stroming en geleiding kunnen niet de enige vormen van warmtetransport zijn. Er komt namelijk zonnewarmte op aarde en dat kan niet door stroming of geleiding. Het grootste deel van de ruimte tussen de zon en de aarde is vacuüm (luchtledig), dus kan er niets stromen en is geleiding ook niet mogelijk. De derde vorm van warmtetransport heeft blijkbaar geen stof (moleculen) nodig. Deze derde vorm van warmtetransport is **straling**.
Als straling op een voorwerp valt, kan de straling worden teruggekaatst, geabsorbeerd of doorgelaten. Straling die wordt geabsorbeerd, wordt omgezet in warmte.
Met zonnestraling die op een ruit valt, gebeurt dit allemaal tegelijkertijd. Een groot deel van de straling wordt doorgelaten, want binnen in de kamer is het licht. Een klein deel van de straling wordt geabsorbeerd, want de ruit voelt warm aan als je deze aanraakt. Ten slotte wordt ook nog een klein deel van de straling teruggekaatst.

Hoeveel straling een oppervlakte absorbeert, hangt af van de kleur, aard en grootte van het oppervlak. Een donkergekleurd oppervlak absorbeert meer straling dan een lichtgekleurd oppervlak. Een ruw oppervlak absorbeert meer straling dan een glad oppervlak. Een groot oppervlak absorbeert meer straling dan een klein oppervlak. Verder speelt ook de hoek waaronder de straling op een oppervlak valt een rol. Hoe loodrechter de straling op het oppervlak valt, des te meer straling dat oppervlak absorbeert.
Een voorwerp dat veel straling absorbeert, kan ook veel straling uitzenden. Zo zendt een groot ruw zwart oppervlak veel meer straling uit dan een klein wit glad oppervlak met dezelfde temperatuur. De temperatuur van het voorwerp is ook nog van belang. Hoe hoger de temperatuur van een voorwerp, des te meer straling het uitzendt.

Warmtetransport

Als je het vrije uiteinde van een metalen staaf verhit met een brander, trekt de warmte door geleiding door de staaf heen. Toch krijgt het vaste uiteinde niet dezelfde hoge temperatuur als de verhitte vrije kant. In figuur 14 zie je een experiment dat dit bewijst. In de metalen staaf zijn

lucifers bevestigd. Als de staaf links wordt verhit, ontbrandt de lucifer het dichtst bij het verhitte uiteinde als eerste. De tweede lucifer ontbrandt wat later en de derde nog later. De vierde, vijfde en zesde lucifers ontbranden helemaal niet, hoelang je ook blijft verhitten. Er ontstaat een temperatuurverloop over de hele staaf van links naar rechts. De hoeveelheid warmte die per seconde door de staaf wordt getransporteerd, heet de **warmtestroom *P***.



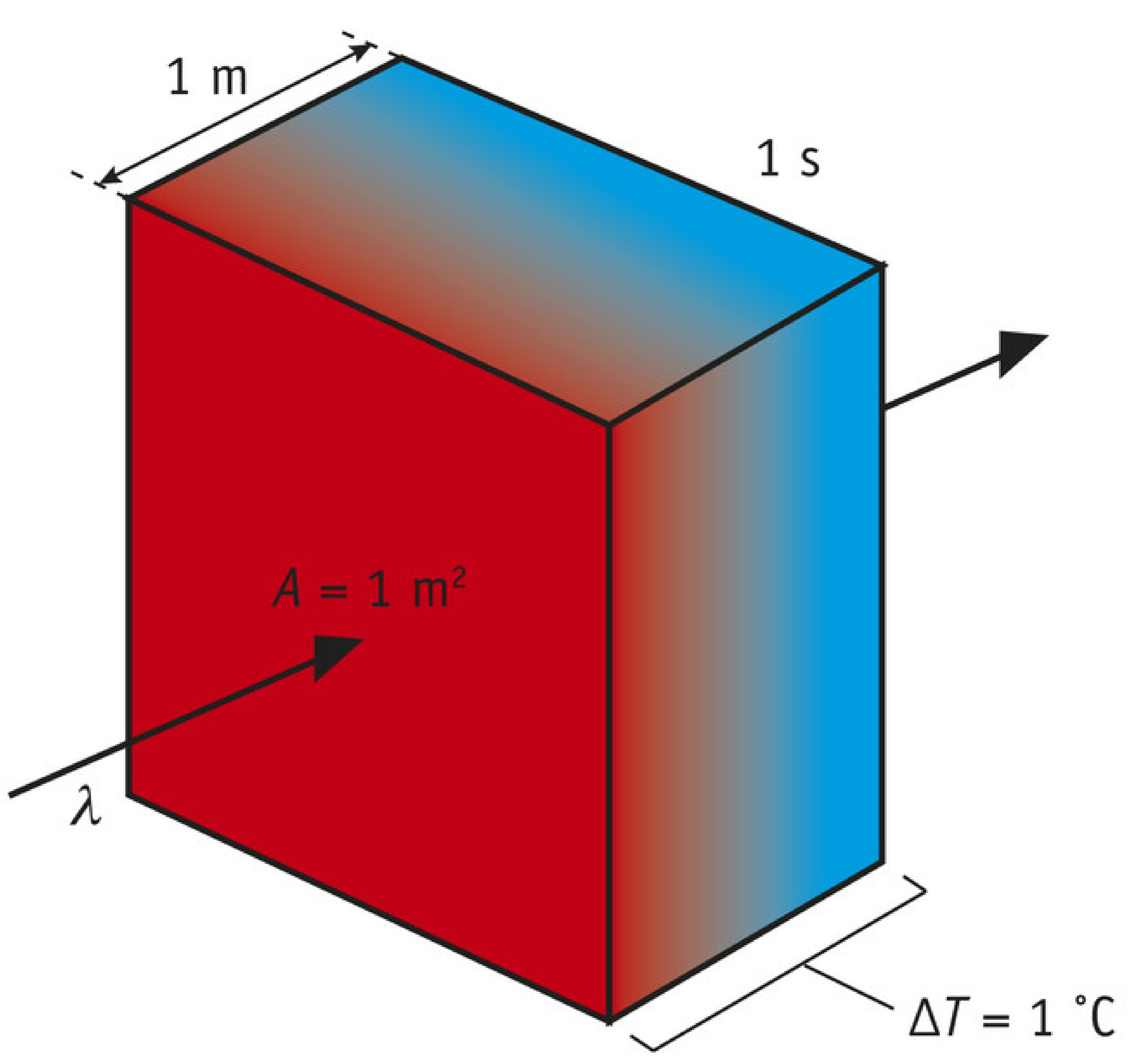
▲ **figuur 14** warmtetransport door een metalen staaf

Er treedt niet alleen een warmtestroom op bij een staaf waarvan beide uiteinden een verschillende temperatuur hebben, maar ook bij een muur. Zo gaat er in een strenge winter een deel van de warmte in huis door geleiding via muren naar buiten. Warmte verplaatst zich namelijk altijd van een hoge temperatuur naar een lage temperatuur.
De warmtestroom, oftewel de hoeveelheid warmte die per seconde door een muur gaat, bereken je met:

$$P = \lambda \cdot A \cdot \frac{\Delta T}{d}$$

Hierin is:
- P de warmtestroom in joule per seconde ($J\ s^{-1}$) of watt (W);
- λ de warmtegeleidingscoëfficiënt in watt per meter per kelvin ($W\ m^{-1}\ K^{-1}$) of watt per meter per graad Celsius ($W\ m^{-1}\ °C^{-1}$);
- A de oppervlakte van de muur in vierkante meter (m^2);
- ΔT het temperatuurverschil aan weerszijden van de muur in kelvin of graden Celsius (K of °C);
- d de dikte van de muur in meter (m).

De **warmtegeleidingscoëfficiënt λ** is de hoeveelheid warmte die per seconde door een oppervlakte van één vierkante meter gaat als het temperatuurverschil aan weerszijden van een één meter dikke muur één kelvin of één graad Celsius is (figuur 15).



◀ **figuur 15** schematische voorstelling van de warmtegeleidingscoëfficiënt

De warmtegeleidingscoëfficiënt, die ook wel thermische geleidbaarheid of thermisch geleidingsvermogen wordt genoemd, geeft dus aan hoe goed het materiaal warmte geleidt. Hoe groter λ, hoe beter het materiaal warmte geleidt. De warmtegeleidingscoëfficiënt is een stofeigenschap. In Binas tabel 8 tot en met 12 is de warmtegeleidingscoëfficiënt van een groot aantal stoffen vermeld.
Als je de warmtestroom P kent, kun je de warmte die in een bepaalde tijd door een muur gaat uitrekenen met:

$$Q = P \cdot t$$

Hierin is:
- Q de warmte in joule (J);
- P de warmtestroom in joule per seconde ($J\ s^{-1}$) of watt (W);
- t de tijdsduur in seconde (s).

Voorbeeldopgave 7

Een kamer heeft vier muren die elk 4,0 bij 3,0 m zijn. In de kamer is het 22 °C. Aan de andere kant van de muren is het voortdurend 10 °C. Alle muren zijn 20 cm dik.
Bereken hoeveel warmte er in 24 uur door de muren verdwijnt als de warmtegeleidingscoëfficiënt van de muren 0,70 $W\ m^{-1}\ K^{-1}$ is.

Uitwerking
Gegevens:
$\lambda = 0{,}70\ W\ m^{-1}\ K^{-1}$
$\Delta T = 22 - 10 = 12\ °C = 12\ K$
$d = 20\ cm = 0{,}20\ m$
$A_{muur} = 4{,}0 \times 3{,}0 = 12\ m^2$
$A_{totaal} = 4 \times 12 = 48\ m^2$ (vier muren)

Formules: $P = \lambda \cdot A \cdot \dfrac{\Delta T}{d}$ en $Q = P \cdot t$

$$P = \lambda \cdot A \cdot \frac{\Delta T}{d} = 0{,}70 \times 48 \times \frac{12}{0{,}20} = 2{,}0 \cdot 10^3\ W$$

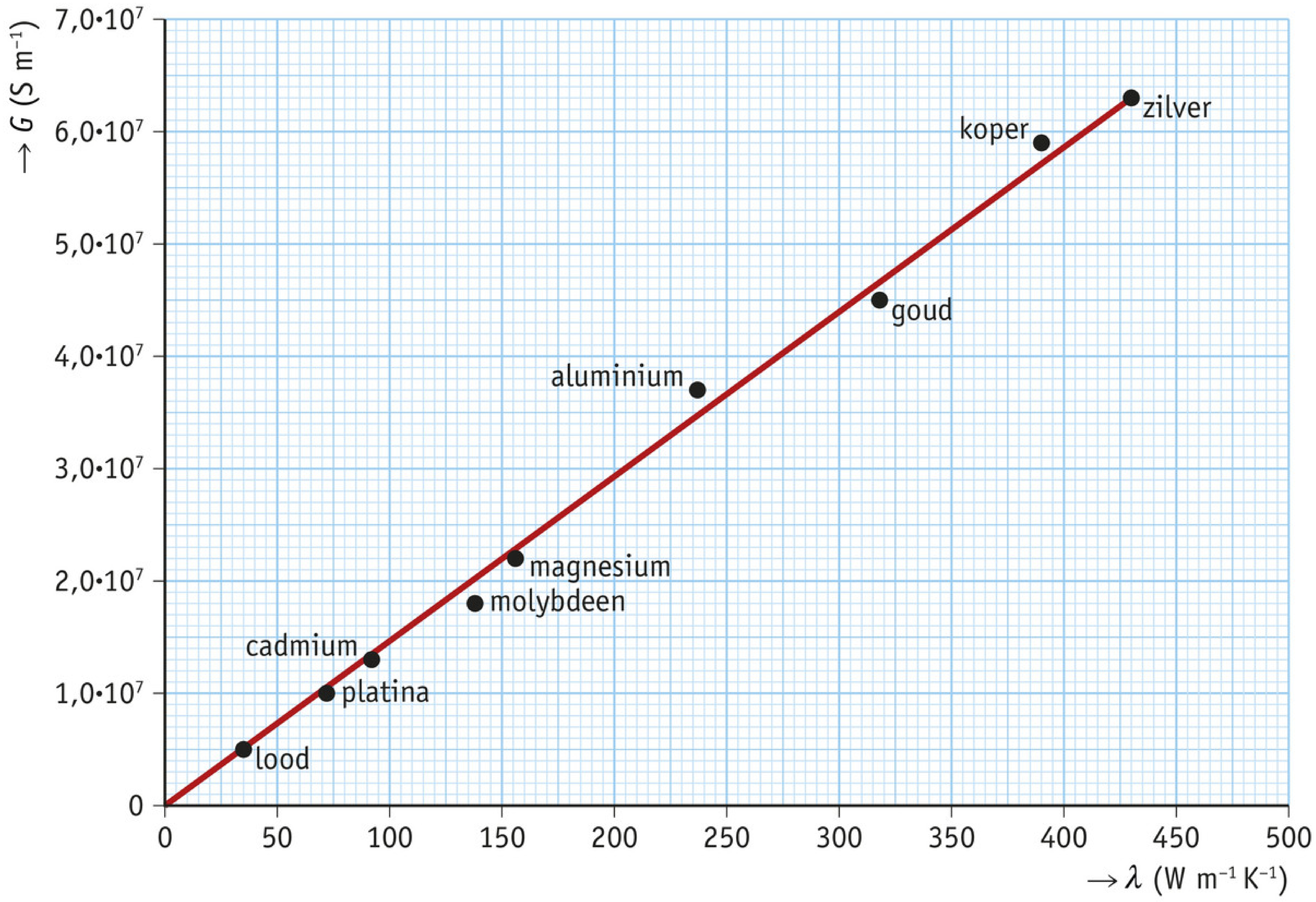
$t = 24\ h = 24 \times 60 \times 60 = 86\ 400\ s$
$Q = P \cdot t = 2{,}0 \cdot 10^3 \times 86\ 400 = 1{,}7 \cdot 10^8\ J$

Isolatoren en geleiders

Als je een houten lepel een tijdje in een heet glas water laat staan, kun je die lepel daarna zonder problemen vastpakken. De houten lepel wordt niet warm. Hout is een slechte warmtegeleider. Slechte warmtegeleiders worden **warmte-isolatoren** of isolatoren genoemd. Voorbeelden van isolatoren zijn glas, hout, papier, plastic, steen, bakeliet en textiel. Deze stoffen hebben een kleine warmtegeleidingscoëfficiënt. Ook vloeistoffen (met uitzondering van kwik) en gassen geleiden warmte slecht. Dat laatste komt doordat de moleculen in een vloeistof en een gas ver uit elkaar zitten.

Stoffen die warmte goed geleiden, heten **warmtegeleiders** of ook wel geleiders. Metalen zijn goede warmtegeleiders en hebben een grote warmtegeleidingscoëfficiënt. In hoofdstuk 2 heb je gezien dat metalen ook goede elektrische geleiders zijn. Dat dit geen toeval is, kun je zien in het (elektrische geleiding,warmtegeleiding)-diagram van figuur 16. Metalen die de elektrische stroom goed geleiden, zijn ook goede warmtegeleiders. Het mechanisme achter de goede elektrische geleiding en warmtegeleiding zijn de **geleidingselektronen**. Dat zijn de vrije elektronen

die zich gemakkelijk door het metaal kunnen bewegen. Als deze elektronen van de ene kant van het metaal naar de andere kant van het metaal bewegen, nemen ze naast hun lading ook energie mee. Er kan zich dus gemakkelijk lading en energie verplaatsen door het metaal, wat de goede elektrische geleiding en warmtegeleiding verklaart.

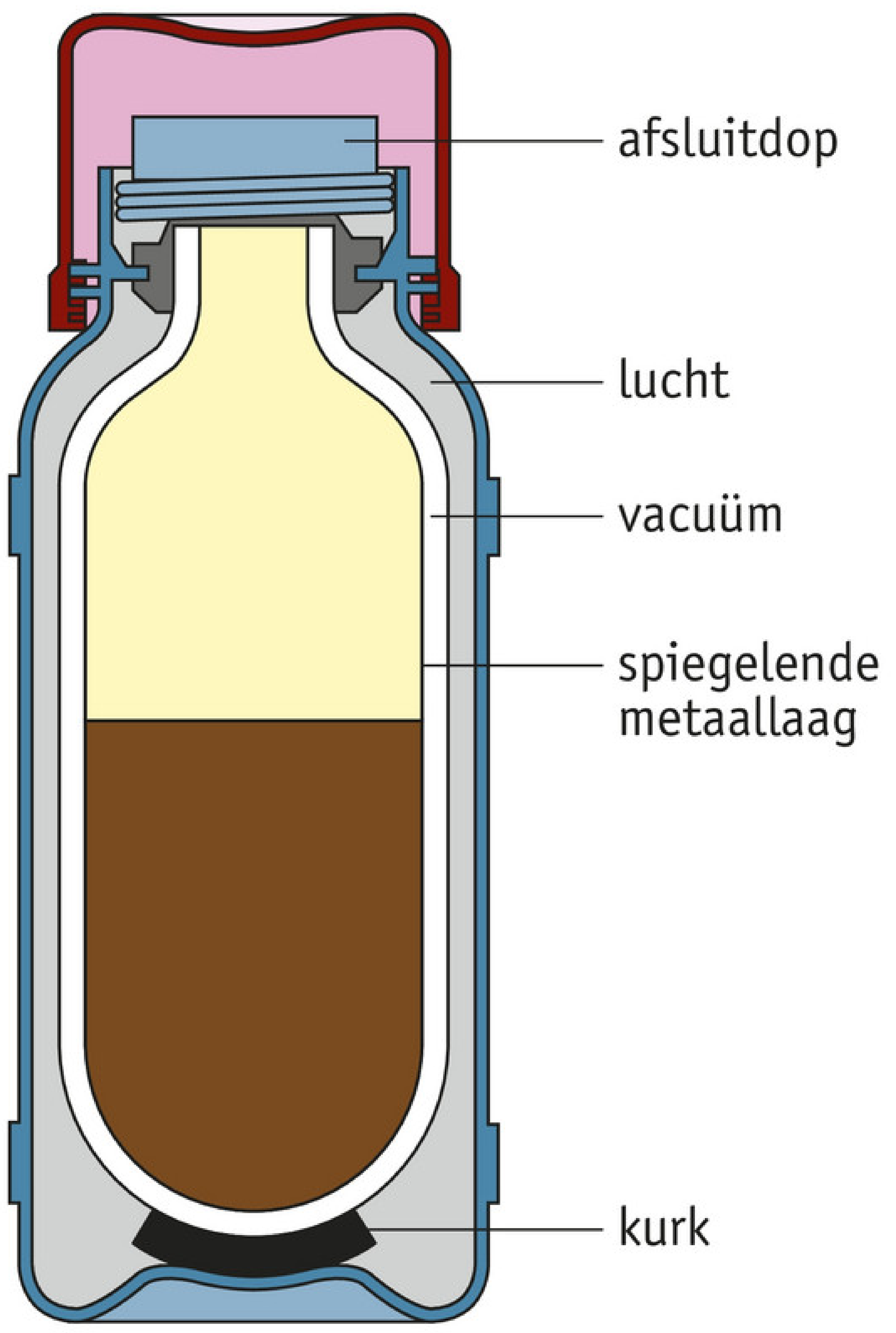


▲ **figuur 16** het (elektrische geleiding,warmtegeleiding)-diagram van metalen

Of een vaste stof een geleider of isolator is, hangt onder andere af van de aantrekkingskrachten tussen de moleculen en hoe die moleculen in de vaste stof zijn gerangschikt.

Isolatie

Bij de bouw van een huis worden maatregelen genomen om warmtetransport zo veel mogelijk te voorkomen. Dat kan onder andere door toepassing van dubbelglas. Tussen de twee lagen glas bevindt zich stilstaande lucht. Lucht is een isolator. Tegenwoordig worden alle huizen gebouwd met een spouwmuur. De opening tussen de twee muren, de spouw, wordt gevuld met een isolator: glaswol of schuim. Ook de vloer en het dak worden vaak geïsoleerd.

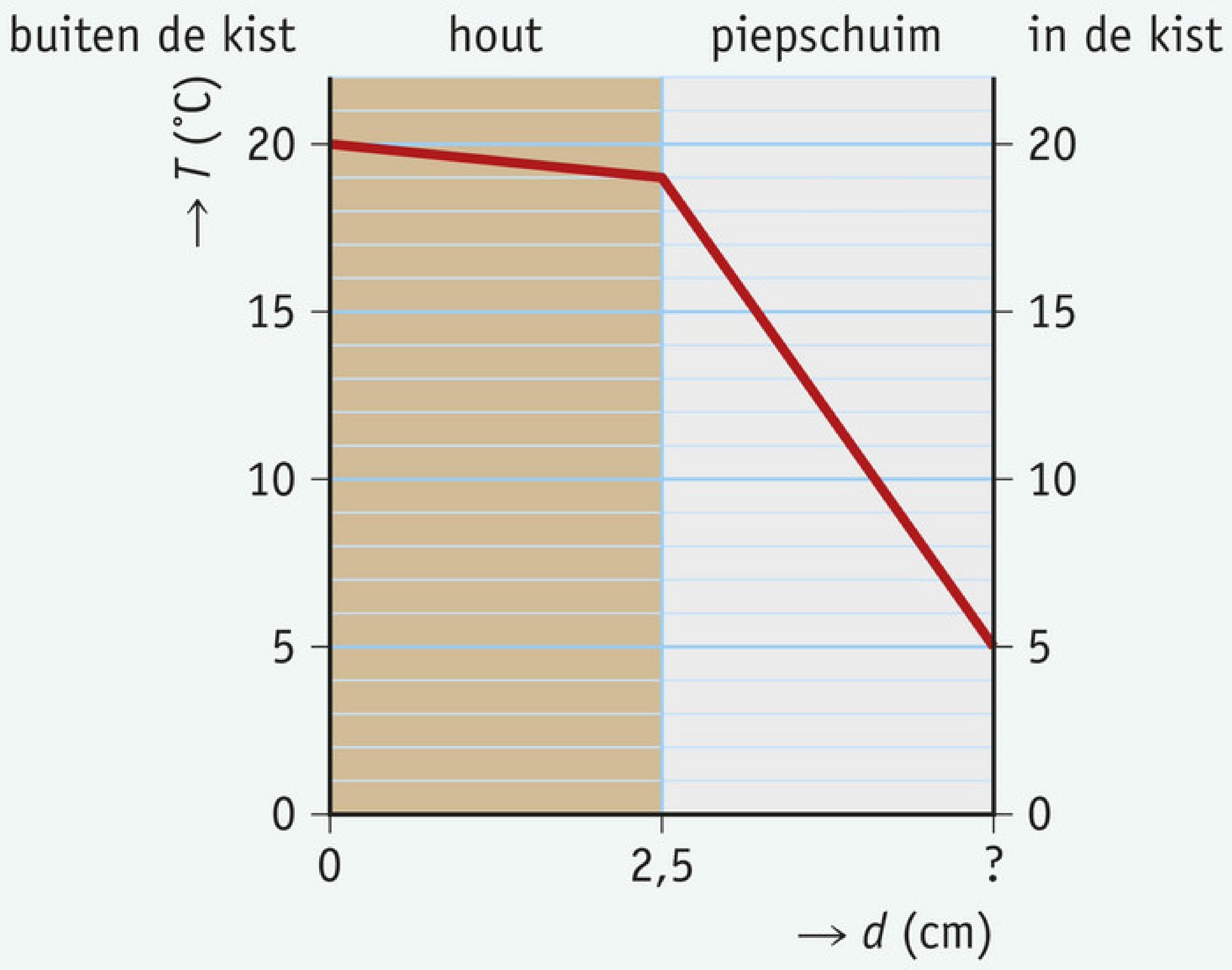


Een thermosfles is op verschillende manieren goed geïsoleerd (figuur 17). De afsluitdop voorkomt dat er warme damp uit de thermoskan stroomt. De thermosfles heeft een binnen- en een buitenwand. De ruimte tussen deze twee wanden is vacuüm gepompt waardoor er geen geleiding en stroming plaatsvinden. De binnenwand is spiegelend waardoor straling wordt teruggekaatst.

◀ **figuur 17** doorsnede van een thermosfles

Voorbeeldopgave 8

Een houten kist ($\lambda = 0{,}50\ \text{W m}^{-1}\ \text{K}^{-1}$) met wanden van 2,5 cm dik wordt aan de binnenkant met piepschuim ($\lambda = 0{,}035\ \text{W m}^{-1}\ \text{K}^{-1}$) geïsoleerd. Het temperatuurverloop van buiten naar binnen is als functie van de dikte weergegeven in figuur 18. Buiten de kist is het 20,0 °C en in de kist 5,0 °C.



▲ **figuur 18** het (T,d)-diagram van een geïsoleerde kist

a Bereken hoeveel warmte per seconde door een oppervlakte van 1,0 m² de kist in stroomt.
b Bereken de dikte van het piepschuim.

Uitwerking

a Gegevens:
$\lambda_{hout} = 0{,}50\ \text{W m}^{-1}\ \text{K}^{-1}$
$d = 2{,}5\ \text{cm} = 2{,}5 \cdot 10^{-2}\ \text{m}$
$\Delta T_{hout} = 20{,}0 - 19{,}0 = 1{,}0\ °\text{C}$
$A = 1{,}0\ \text{m}^2$

Formule: $P = \lambda \cdot A \cdot \dfrac{\Delta T}{d}$

$$P = \lambda \cdot A \cdot \frac{\Delta T}{d} = 0{,}50 \times 1{,}0 \times \frac{1{,}0}{2{,}5 \cdot 10^{-2}} = 20\ \text{W} = 20\ \text{J s}^{-1}$$

b De warmte die per seconde door 1,0 m² hout stroomt, zal ook door 1,0 m² piepschuim stromen.
Gegevens:
$P = 20\ \text{W}$
$\lambda_{piepschuim} = 0{,}035\ \text{W m}^{-1}\ \text{K}^{-1}$
$\Delta T_{piepschuim} = 19{,}0 - 5{,}0 = 14{,}0\ °\text{C}$
$A = 1{,}0\ \text{m}^2$
Formule: $P = \lambda \cdot A \cdot \dfrac{\Delta T}{d} \rightarrow d = \dfrac{\lambda \cdot A \cdot \Delta T}{P}$

$$d = \frac{\lambda \cdot A \cdot \Delta T}{P} = \frac{0{,}035 \times 1{,}0 \times 14{,}0}{20} = 2{,}5 \cdot 10^{-2}\ \text{m} = 2{,}5\ \text{cm}$$

Onthoud!

- Warmtetransport kan op drie manieren plaatsvinden: door geleiding, door stroming en door straling.
- Metalen zijn goede warmtegeleiders. Vloeistoffen en gassen zijn slechte warmtegeleiders.
- De warmtestroom door een muur kun je uitrekenen met de formule $P = \lambda \cdot A \cdot \dfrac{\Delta T}{d}$
- Als je de warmtestroom P kent, kun je de warmte die in een bepaalde tijd door een muur gaat uitrekenen met: $Q = P \cdot t$

Opdrachten

32 Warmtetransport [1]
Beantwoord de volgende vragen.
a Op welke drie manieren kan warmtetransport plaatsvinden?
b Beschrijf kort elk van de bij opdracht a genoemde vormen.
c Leg uit dat metalen zowel goede warmtegeleiders als goede elektrische geleiders zijn.
d Wat wordt verstaan onder de warmtestroom door een muur?
e Met welke formule kun je de warmtestroom door een muur berekenen?
f In welke eenheden moeten de grootheden in deze formule worden ingevuld?
g Leg uit wat onder de warmtegeleidingscoëfficiënt wordt verstaan.

33 Warmtetransport [2]
Je staat op de badkamer met één voet op een douchemat en met je andere voet op de tegelvloer.
a Leg uit dat de tegelvloer en de douchemat dezelfde temperatuur hebben.
b Leg uit waarom je ene voet toch kouder aanvoelt dan je andere voet.

34 Thermosfles
Bekijk de doorsnede van de thermosfles in figuur 17.
Welke vorm(en) van warmtetransport wordt of worden tegengegaan door de volgende onderdelen van de thermosfles?
a de spiegelende metaallaag
b het vacuüm gedeelte
c de kurk

35 Warmtestroom
Uit een kamer verdwijnt de warmte vooral door het aanwezige raam. Het glas van dit raam is 5,0 mm dik. De breedte van het raam is 2,4 m en de hoogte is 1,2 m. De temperatuur van de lucht in de kamer is 17 °C, buiten is de temperatuur 13 °C.
a Bereken de warmtestroom door het raam.

De kamer wordt verwarmd door een kachel die een vermogen levert van 1,50 kW.
b Leg uit dat deze kachel de kamer niet op een temperatuur van 17 °C kan houden.
c Bereken het vermogen dat een kachel minimaal moet hebben om de temperatuur in de kamer wel op 17 °C te houden.

36 Dubbelglas

Tegenwoordig heb je naast ruiten van gewoon dubbelglas ook vacuümglas. Bij gewoon dubbelglas bevindt zich droge lucht tussen de twee glasplaten. Bij vacuümglas is de ruimte daartussen vacuüm.

a Leg uit dat vacuümglas beter isoleert dan gewoon dubbelglas.

b De zogenoemde warmtedoorlatingscoëfficiënt (ook wel *U*-waarde genoemd) voor een ruit van gewoon dubbelglas is 3,5 W m^{-2} K^{-1}. De warmtedoorlatingscoëfficiënt voor een ruit van vacuümglas is 1,4 W m^{-2} K^{-1}. Op een middag is gedurende 4,0 uur de buitentemperatuur 3,0 °C en de binnentemperatuur 19,0 °C. De kamer die wordt verwarmd, heeft ruiten met een totale oppervlakte van 6,0 m^2.
Bereken met behulp van Binas tabel 28B hoeveel kubieke meter Gronings aardgas je in die 4,0 uur bespaart bij gebruik van vacuümglas in plaats van gewoon dubbelglas.

naar: examen vwo 2007-II

37 Warmtegeleidingscoëfficiënt

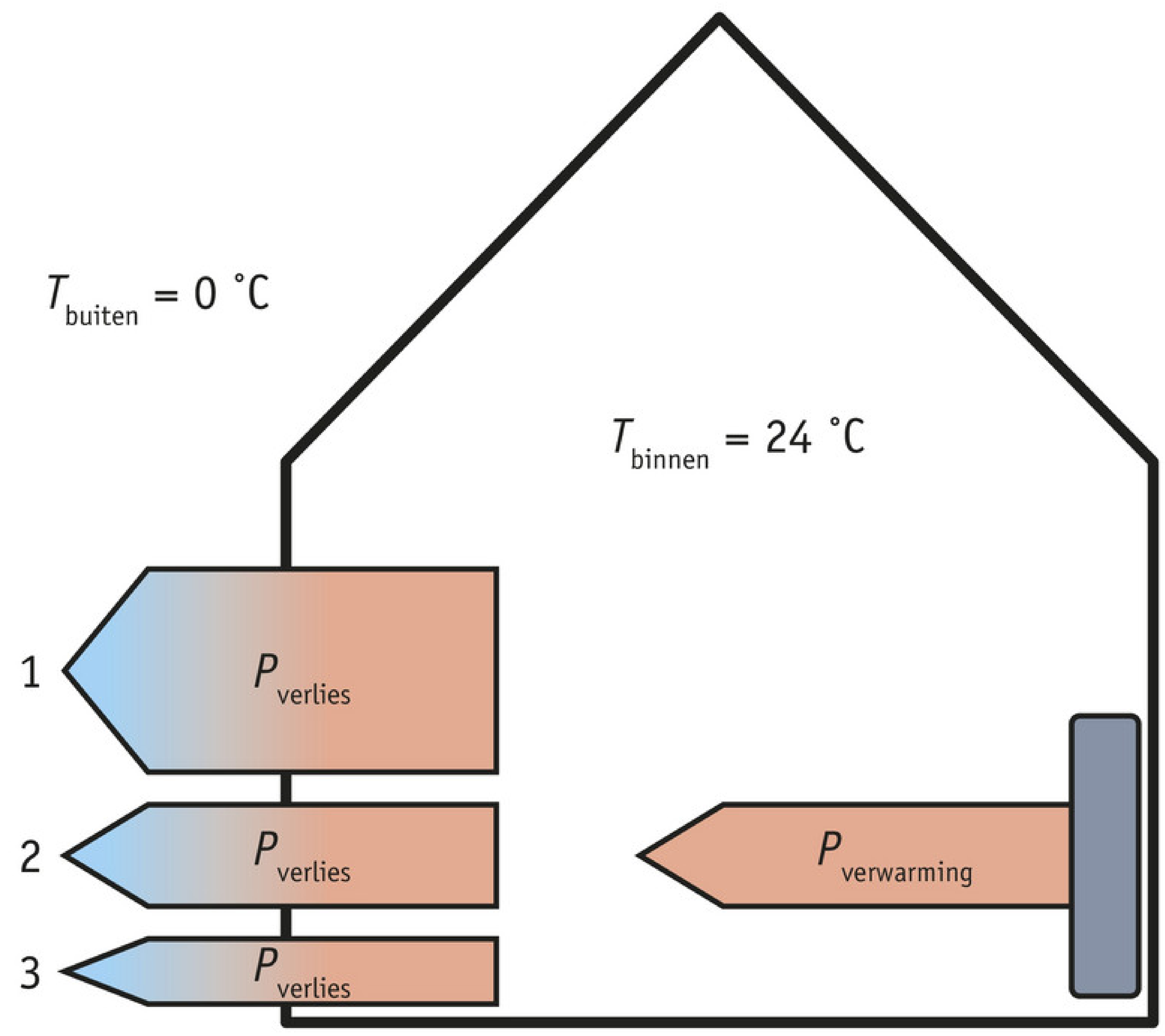
Leg uit wat er met de warmtegeleidingscoëfficiënt en de soortelijke warmte gebeurt als een metaal stolt.

38 Spouwmuur

De binnentemperatuur in een huis is 24 °C, terwijl de buitentemperatuur 0 °C is. In figuur 19 is het huis getekend waarin pijlen aangeven hoeveel warmte er per seconde wordt toegevoerd ($P_{verwarming}$). In deze figuur staan ook drie genummerde pijlen getekend die de hoeveelheid warmte weergeven die per seconde verloren gaat ($P_{verlies}$). De breedte van de pijlen is een maat voor het vermogen.

a Leg uit welke pijl (1, 2 of 3) de gegeven situatie correct weergeeft.

b De spouwmuur van het huis kan geïsoleerd zijn of gewoon lucht bevatten.
Welke vorm(en) van warmtetransport vindt of vinden er plaats als de spouwmuur alleen stilstaande lucht bevat?



▲ **figuur 19** warmteverlies in een huis

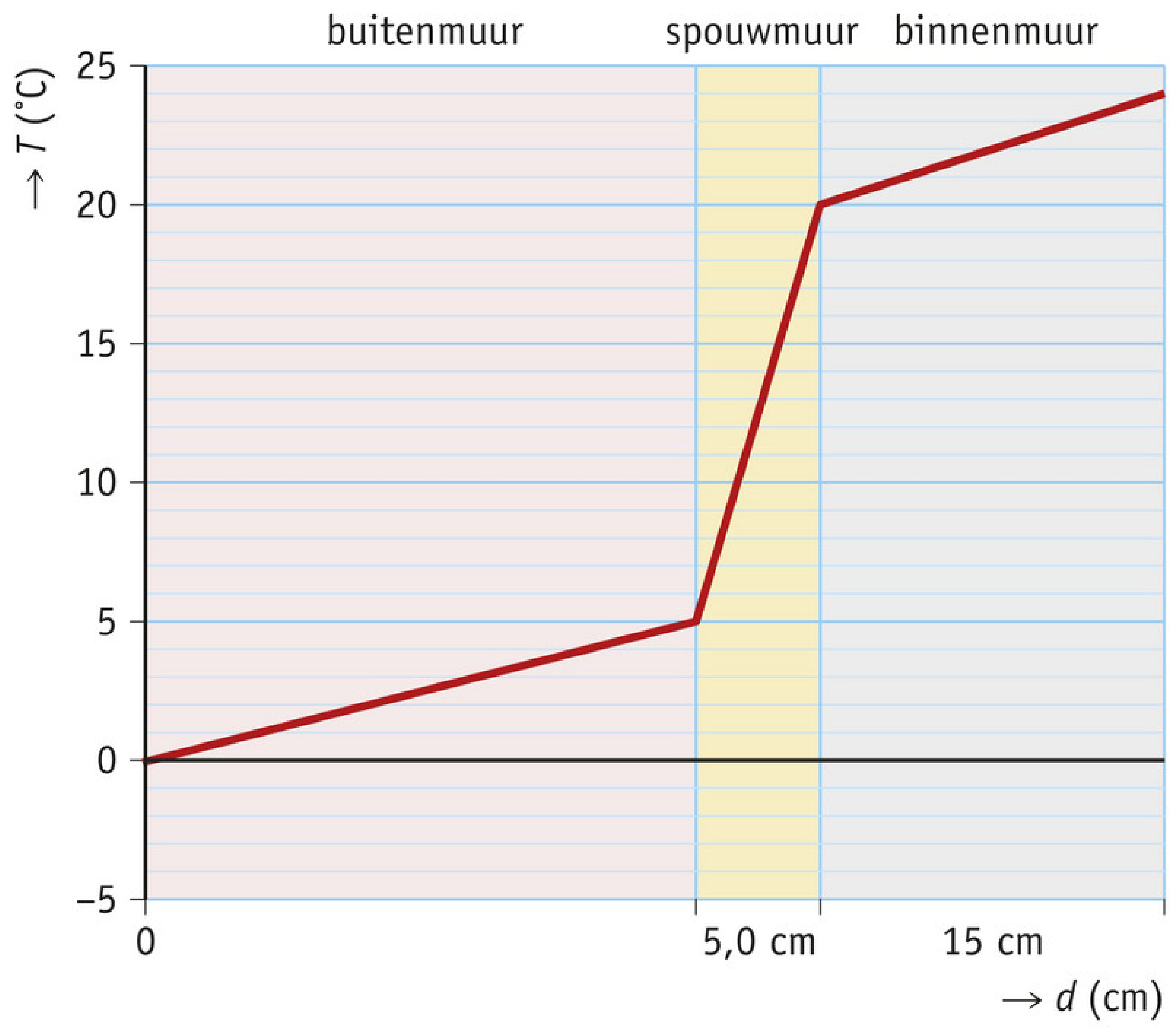
De spouwmuur kan ook gevuld worden met isolatiemateriaal. In figuur 20 is het verloop van de temperatuur weergegeven als functie van de dikte van een muur. De binnen- en buitenmuur zijn van baksteen (λ = 0,50 W m^{-1} K^{-1}) en verschillen in dikte.

c Toon aan dat de warmtestroom door een oppervlak van 1,0 m^2 binnenmuur 13 W is.

d Leg uit dat voor de warmtestroom die naar buiten weglekt, geldt:
$P_{binnenmuur} = P_{spouwmuur} = P_{buitenmuur}$

e Bepaal met behulp van figuur 20 de warmtegeleidingscoëfficiënt van het isolatiemateriaal in de spouwmuur.

f Bepaal met behulp van figuur 20 de dikte van de buitenmuur.



▲ **figuur 20** de (*T*,*d*)-grafiek van een muur

39 Warmtegeleiding en elektrische geleiding

In figuur 16 is het verband weergegeven tussen de elektrische geleiding en de warmtegeleiding, waarbij geldt: *elektrische geleiding* = *constante* × *warmtegeleiding*.

a Toon met behulp van het afleiden van eenheden aan dat de elektrische geleiding ($S\ m^{-1}$) gelijk is aan het 'omgekeerde' van de soortelijke weerstand.

b Leid uit de formule voor de warmtestroom de eenheid van de warmtegeleidingscoëfficiënt af.

c Geef de reden waarom de lijn in figuur 16 door de oorsprong moet gaan.

d Bepaal de grootte en de eenheid van de constante.

+40 Ketel verwarmen

Een ketel met water wordt op een gasfornuis gezet. De bodem van de ketel is van staal gemaakt en 4,0 mm dik. De oppervlakte van de bodem is 600 cm^2 groot. De gasvlam heeft een vermogen van 400 W. Het water kookt. Veronderstel dat alle warmte wordt afgestaan aan de bodem van de ketel.

a Bereken de temperatuur van de onderkant van de ketel.

b Het handvat van de ketel is niet gemaakt van staal, maar van een thermoharder. Leg deze keuze uit met behulp van Binas tabel 10B.

5 Bijzondere materialen

In deze paragraaf leer je:
- wat composieten zijn;
- waar biomaterialen worden toegepast;
- toepassingen kennen van nanomaterialen.

Er zijn tegenwoordig materialen met eigenschappen waar men vroeger van droomde. Sommige materialen zijn ontstaan door de ontwikkelingen in de ruimtevaart, andere materialen zijn het resultaat van uitgebreid onderzoek in hightechlaboratoria en sommige materialen zijn door puur toeval ontstaan. Voor elke toepassing moet een materiaal worden gekozen of ontwikkeld dat het best aan de gestelde eisen voldoet.

Composieten

Composieten zijn materialen die zijn opgebouwd uit verschillende componenten. Traditionele 'composieten' ken je waarschijnlijk wel: triplex, multiplex en gewapend beton. Nieuwe composieten bestaan meestal uit kunststofmengsels waaraan vezels zijn toegevoegd. Die vezels zijn van glas, koolstof of van een andere zeer sterke kunststof: aramide.
Composieten worden in veel producten toegepast waaraan hoge sterkte-eisen worden gesteld. Bijvoorbeeld de rompen en vleugels van vliegtuigen en de carrosserie van formule 1-auto's (figuur 21).

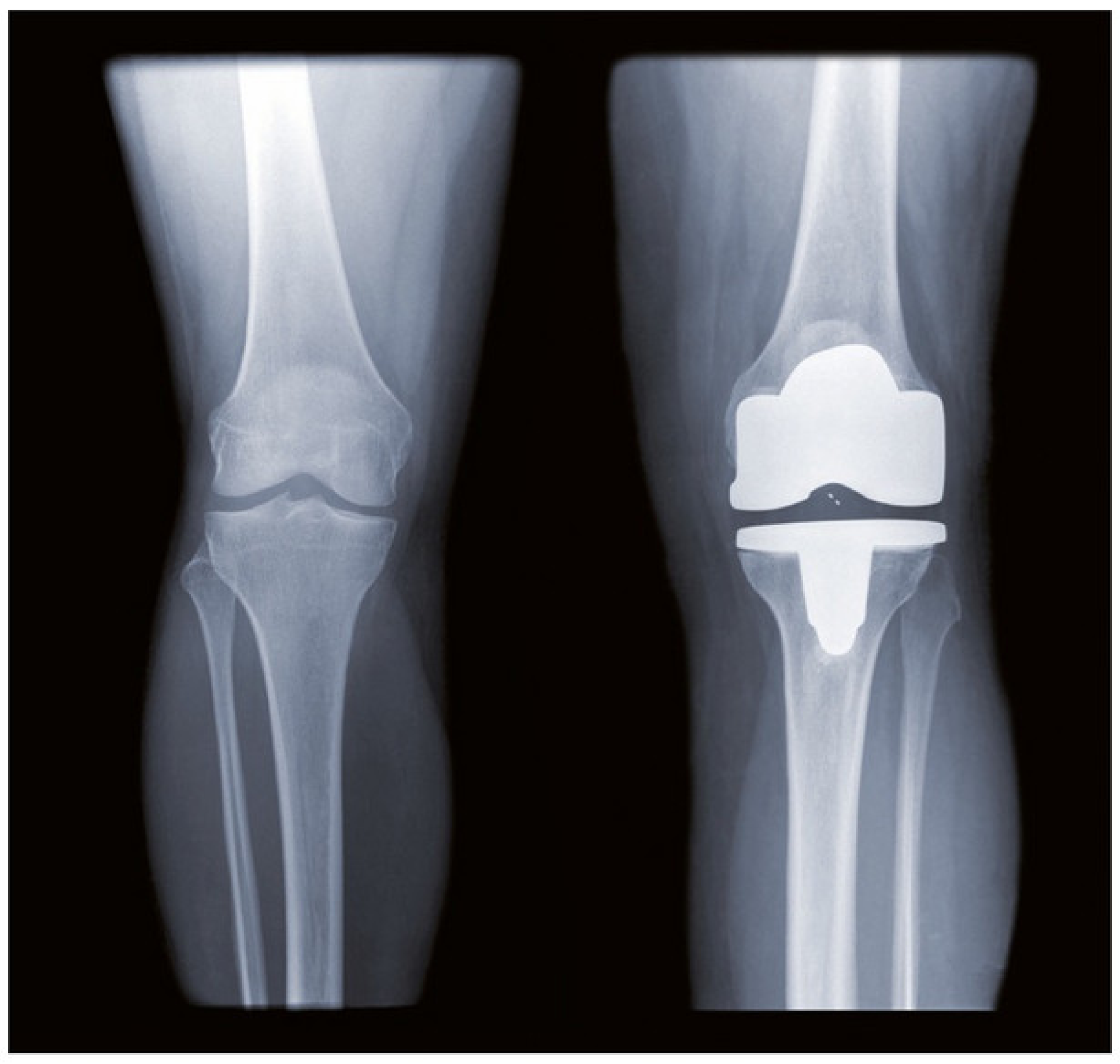
Sommige composieten zijn zeer slijtvast waardoor ze in remvoeringen kunnen worden toegepast. Vroeger werd daarvoor het schadelijke asbest gebruikt. Ook tandartsen gebruiken tegenwoordig een snel hardende composiet van kunststof en glasvezel als vulling.



▲ **figuur 21** In deze formule 1-auto zijn composieten verwerkt.

Biomaterialen

De kwaliteit van leven wordt voor een groot deel bepaald door het gemak waarmee je kunt bewegen. Als door slijtage of door een ongeval botten of zelfs hele gewrichten niet meer goed functioneren, kunnen ze worden vervangen door kunstbotten of kunstgewrichten, zogenoemde **prothesen** (figuur 22). Die moeten worden gemaakt van materialen die sterk zijn en niet door lichaamsvloeistoffen worden afgestoten. Daarvoor worden combinaties van materialen gekozen, bijvoorbeeld vitallium, een legering van kobalt, chroom en molybdeen. Hiervan wordt kunstbot gemaakt dat, op de plaatsen waar moet worden gedraaid (de gewrichten), wordt bekleed met nylon.



▲ **figuur 22** röntgenopname van een knieprothese

Tegenwoordig is men op zoek naar nieuwe biomaterialen die meer kunnen. Bijvoorbeeld het menselijk lichaam activeren om zelf een belangrijke bijdrage te leveren aan het herstelproces.

Kristallen

Als atomen regelmatig gerangschikt zijn in een rooster, wordt dat een **kristalrooster** genoemd. Een brokje van dat materiaal heet een kristal. Bepaalde kristallen kunnen onder invloed van druk een elektrische spanning produceren. Maar het werkt ook omgekeerd: ze kunnen vervormen als er spanning over wordt aangelegd. Dit zijn de zogenoemde **piëzokristallen**. Ze worden toegepast in microfoons en in de ontsteking van een gasfornuis. Ze behoren tot een groep stoffen die ook wel *smart materials* worden genoemd.
Zeer bijzonder zijn kristallen van zachte materialen: de *liquid crystals* (LC). Deze hebben eigenschappen van zowel een vast kristal als van een vloeistof. Ze worden onder andere toegepast in lcd-schermen in televisies en computers.

Nanomaterialen

Een relatief nieuwe technologie is de nanotechnologie. Door gebruik te maken van laagjes die niet dikker zijn dan een paar atomen, enige tientallen nanometers (nm) dik, kunnen producten worden ontwikkeld met bijzondere materiaaleigenschappen.
De ontwikkeling van nanotechnologie gaat razendsnel. Inmiddels wordt deze technologie al in veel producten toegepast. Van zonnebrandolie met een uv-filter van nanodeeltjes tot organische zonnecellen, van brillen met een krasvaste laag tot duurzamere medische implantaten, maar ook ter bestrijding van zweetvoeten in sokken. De mogelijkheden lijken onbegrensd. Nanomaterialen zijn ongetwijfeld de materialen van de toekomst, ook al zijn er wetenschappers die vooral waarschuwen voor de mogelijke gevaren van nanomaterialen. De ultrakleine nanodeeltjes zouden zich bijvoorbeeld een weg kunnen banen door je huid en zelfs door celwanden en op die manier overal in je lichaam terecht kunnen komen.

Onthoud!

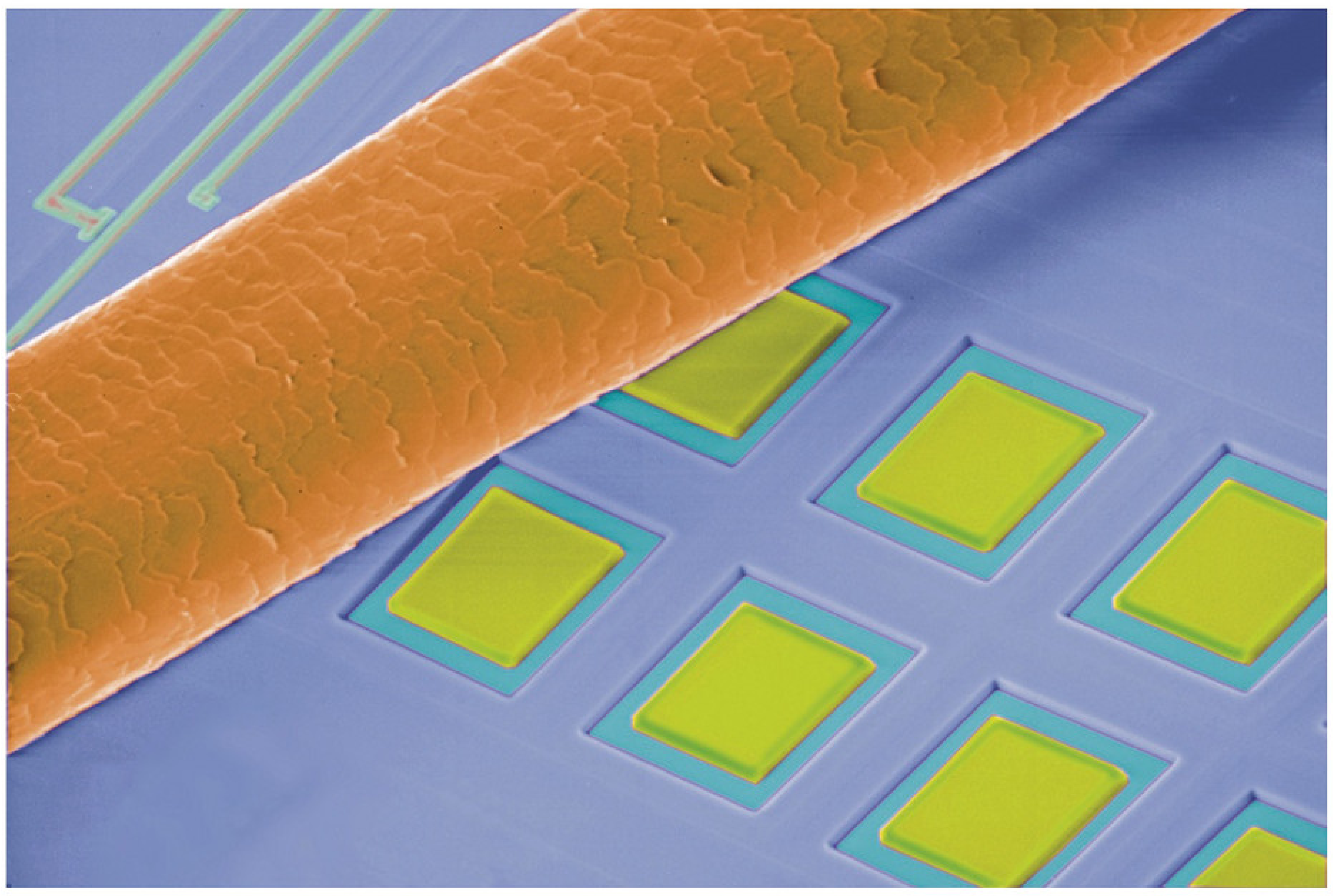
- Composieten zijn mengsels van materialen, waaraan vezels zijn toegevoegd om het materiaal speciale eigenschappen te geven.
- Biomaterialen zijn combinaties van materialen en worden toegepast in prothesen.
- Bepaalde kristallen hebben bijzondere eigenschappen, zoals piëzo-elektriciteit, of ze komen voor in een toestand die je van kristallen niet verwacht: ze zijn vloeibaar.
- Bij nanomaterialen wordt gebruikgemaakt van de bijzondere eigenschappen van laagjes atomen van slechts enkele tientallen nanometers dik.

Opdrachten

41 Bijzondere materialen
Beantwoord de volgende vragen.
a Leg uit wat composieten zijn.
b Waarvoor worden biomaterialen gebruikt?
c Wat zijn nanomaterialen?

42 Nanomateriaal
De dikte van het nanomateriaal koolstof in plakband is 10 nm.
a Bereken de dikte van dit nanomateriaal in millimeter.
b Bereken het volume van het nanomateriaal in kubieke meter, als het hele oppervlak van de aarde met dit nanomateriaal zou zijn bedekt. Ga ervan uit dat de aarde een regelmatige bol is.

43 Dikte van een nanochip
In figuur 23 zie je enkele nanochips onder een mensenhaar.
Maak een schatting van de grootte van een nanochip.



▲ **figuur 23** nanochips onder een mensenhaar

44 Mdf
Geperste platen van fijngemalen houtvezels met kunstharslijm kun je ook een composiet noemen. Deze composiet wordt mdf (*medium density fibreboard*) genoemd. Mdf-platen worden in de meubelindustrie gebruikt en ook toegepast in aanrechtbladen. Mdf heeft ten opzichte van natuurlijk hout een aantal voordelen. Het zal bijvoorbeeld nauwelijks 'werken' (voortdurend uitzetten en krimpen waardoor het kan scheuren) en het is eenvoudig te bewerken. Mdf heeft ook nadelen: het is bijvoorbeeld nogal poreus waardoor (schadelijke) gassen van de kunstharsen vrijkomen. Ook worden beitels waarmee de platen worden bewerkt snel bot.
a Welke factoren kunnen het 'werken' van hout veroorzaken?
b Waarom wordt aanbevolen mdf-platen af te lakken?
c Leg uit waarom beitels bij het bewerken van mdf sneller slijten dan bij natuurlijk hout.

45 Glare
Het eerste vliegtuig waarin het composietmateriaal glare werd toegepast, was de Airbus A380, in 2017 het grootste passagiersvliegtuig ter wereld.

a Metaalmoeheid is het verschijnsel waarbij in metaal dat voortdurend wordt belast door trek- en drukkrachten, scheurtjes ontstaan die de sterkte van het materiaal aantasten. Leg uit waarom composietmaterialen beter zijn bestand tegen materiaalmoeheid dan het vroeger veelgebruikte aluminium.

b Leg uit in welke delen van het vliegtuig glare wordt toegepast.

46 Natriumchloride
Natriumchloride (NaCl) is de scheikundige naam voor keukenzout. NaCl bestaat uit Na-atomen en Cl-atomen die in een kristalrooster zijn gerangschikt. In deze opdracht bekijk je een kubusvormig blokje NaCl met ribben van 1,00 cm.

a Bereken de massa van dit kubusvormige blokje NaCl.

b Zoek in Binas de atoommassa's op van Na en Cl en druk deze uit in kilogram.

c Bereken het aantal NaCl-moleculen in dit kubusvormige blokje.

Eindopdracht

47 Composietmateriaal
Voor het berekenen van de treksterkte van composietmateriaal wordt de volgende formule gebruikt:

$$\sigma_c = v_v \cdot \sigma_v + v_k \cdot \sigma_k$$

Hierin is:
- σ_c de treksterkte van de composiet in newton per vierkante meter (N m^{-2});
- v_v de vezelfractie;
- σ_v de treksterkte van de vezel in newton per vierkante meter (N m^{-2});
- v_k de kunststoffractie;
- σ_k de treksterkte van de kunststof in newton per vierkante meter (N m^{-2}).

In figuur 24 vind je enkele stofeigenschappen van een staafje dat is gemaakt van het composietmateriaal glas en kunststof.

lengte composietstaafje = 400,0 mm
doorsnede composietstaafje = 20 mm^2
dichtheid composiet = $1{,}80 \cdot 10^3$ kg m^{-3}

λ = 0,45 W m^{-1} K^{-1}

treksterkte glasvezel = $3{,}0 \cdot 10^9$ N m^{-2}
elasticiteitsmodulus glasvezel = $75 \cdot 10^9$ N m^{-2}
volumefractie glasvezel = 40%

treksterkte kunststof = $1{,}0 \cdot 10^8$ N m^{-2}
elasticiteitsmodulus kunststof = $4{,}5 \cdot 10^9$ N m^{-2}
volumefractie kunststof = 60%

▲ **figuur 24** stofeigenschappen van het composietmateriaal

a Bereken de treksterkte van het composietmateriaal.

Voor het berekenen van de elasticiteitsmodulus van composietmateriaal wordt de volgende formule gebruikt:

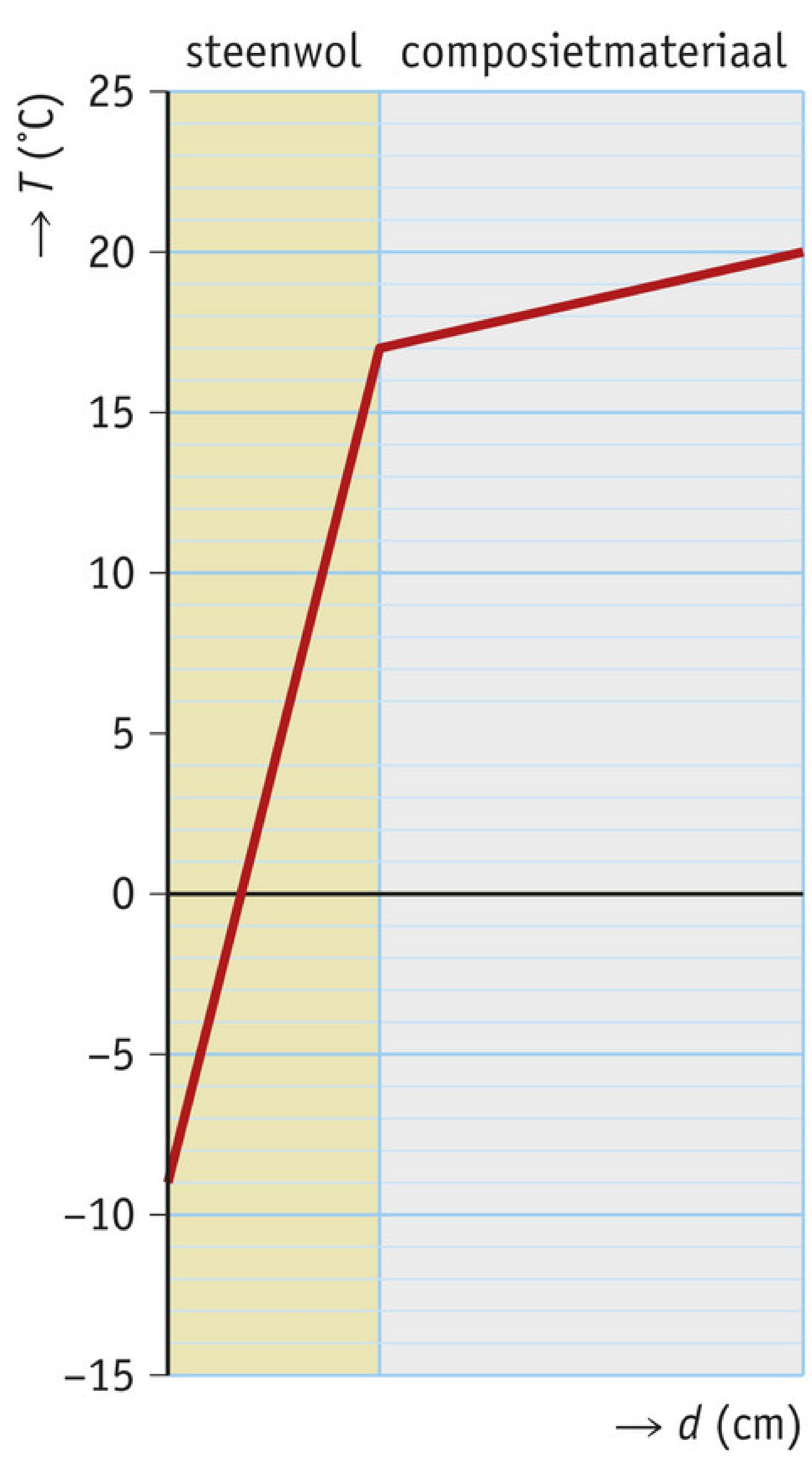
$$E_c = v_v \cdot E_v + v_k \cdot E_k$$

Hierin is:
- E_c de elasticiteitsmodulus van de composiet in newton per vierkante meter ($N\ m^{-2}$);
- v_v de vezelfractie;
- E_v de elasticiteitsmodulus van de vezel in newton per vierkante meter ($N\ m^{-2}$);
- v_k de kunststoffractie;
- E_k de elasticiteitsmodulus van de kunststof in newton per vierkante meter ($N\ m^{-2}$).

b Bereken de elasticiteitsmodulus van het composietmateriaal.
c Bereken de maximale kracht waarmee het staafje kan worden belast.
d Bereken de lengte van het staafje bij maximale belasting.
e Leg uit of, en zo ja in welke mate, de treksterkte en rek veranderen als:
– het staafje 2× zo lang is
– het staafje 2× zo dik is.

Het composietmateriaal wordt ook gebruikt voor dakkapellen in de vorm van platen. Deze platen zijn elk 4,0 cm dik, 3,0 m lang en 1,0 m breed.
f Bereken de massa van een plaat.
g Bereken de warmtestroom die door één plaat wordt getransporteerd als het temperatuurverschil over beide zijden van de plaat 28 °C is.

De plaat wordt geïsoleerd met 2,0 cm dik steenwol ($\lambda = 0{,}040\ W\ m^{-1}\ K^{-1}$). In figuur 25 is het verloop van de temperatuur weergegeven als functie van de dikte van beide materialen.



▲ **figuur 25** de (*T*,*d*)-grafiek

h Geef aan of de volgende uitspraken waar of niet waar zijn.
1 De warmtestroom tussen beide materialen is even groot.
2 Steenwol isoleert beter dan het composietmateriaal.

6 Practicum

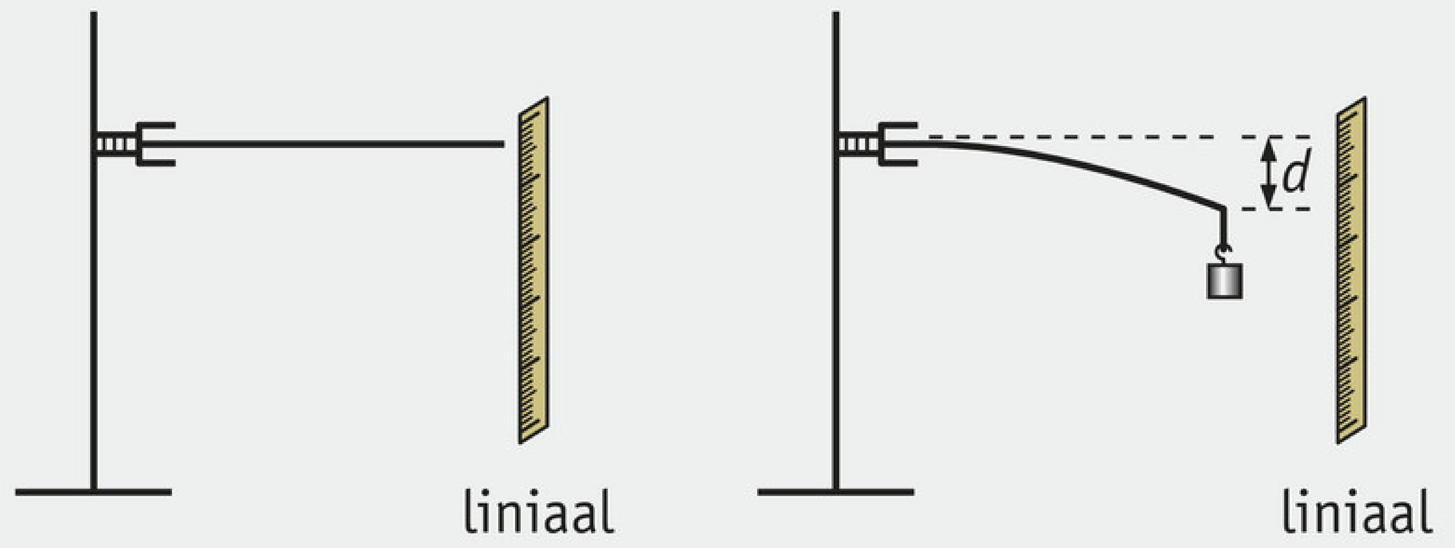
EXPERIMENT 1 Vervorming van een zaagblad (onderzoekspracticum)

Inleiding
Als je gewichtjes aan een zaagblad hangt, buigt het blad door. Dit is een voorbeeld van vervorming. Als een voorwerp, nadat de kracht erop is uitgeoefend, weer in de beginstand terugkeert, spreek je van elastische vervorming. Bestaat er een recht evenredig verband tussen de uitgeoefende kracht en de grootte van de vervorming, dan voldoet deze vervorming aan de wet van Hooke.

Onderzoeksvraag
Geldt de wet van Hooke voor een zaagblad dat wordt belast?

Benodigdheden
zaagblad; statiefmateriaal; gewichtjes; liniaal (als je geen zaagblad hebt, kun je ook een metalen liniaal gebruiken en die belasten)

Uitvoering
- Bevestig het zaagblad horizontaal met een klem.
- Stel verticaal een liniaal op aan het uiteinde van het zaagblad, zodat je de doorbuiging *d* van het zaagblad kunt meten (figuur 33).
- Maak een tabel en zet daarin de massa *m*, de door deze massa's uitgeoefende kracht *F* en de doorbuiging *d*.
- Hang verschillende massa's aan het zaagblad en meet steeds de doorbuiging *d*. Vul de resultaten in je tabel in. Kies geschikte massa's.



▲ **figuur 33** opstelling om de doorbuiging van een zaagblad te meten

Verwerking

1 Maak een grafiek waarin je de doorbuiging *d* uitzet tegen de uitgeoefende kracht *F*.

2 Bereken voor al je metingen het quotiënt

$$\frac{\text{kracht}}{\text{doorbuiging}} = \frac{F}{d}$$

3 Bereken de 'veerconstante' van het zaagblad.

Conclusie

4 Beantwoord de onderzoeksvraag.

EXPERIMENT 2 De soortelijke warmte van een metalen blokje (begripspracticum)

Inleiding
Als je een koud blokje in een warme vloeistof onderdompelt, stijgt de temperatuur van het blokje. De vloeistof staat warmte af, die het blokje opneemt. De vloeistof daalt dus in temperatuur. Dit proces van warmteoverdracht stopt als het blokje en de vloeistof dezelfde temperatuur hebben bereikt.

Onderzoeksvraag
Hoe groot is de soortelijke warmte van een metalen blokje?

Benodigdheden
bekerglas; metalen blokje van een bekend materiaal; thermometer; maatcilinder; water

Uitvoering
- Meet de temperatuur in het lokaal. Je mag ervan uitgaan dat het metalen blokje deze temperatuur heeft.
- Om te voorkomen dat er veel warmte naar de omgeving gaat, voer je het experiment uit in een joulemeter, een geïsoleerde pot. Vul deze joulemeter met 200 mL heet water. Meet de temperatuur van het water.
- Laat het metalen blokje voorzichtig in het hete water in de joulemeter glijden. Doe het deksel op de joulemeter. Wacht ongeveer een minuut.
- Meet opnieuw de temperatuur van het water in de joulemeter.

Verwerking

1. Bepaal de temperatuurdaling van het water.
2. Bereken de warmte die het water heeft afgestaan.
3. Hoeveel warmte heeft het blokje opgenomen? Ga ervan uit dat de joulemeter met inhoud geen warmte heeft afgestaan aan de omgeving.
4. Bepaal de temperatuurstijging van het metalen blokje.
5. Beantwoord de onderzoeksvraag en bereken daarmee de soortelijke warmte van het metaal waarvan het blokje is gemaakt.
6. Zoek in Binas de soortelijke warmte van het metaal op.
7. Vergelijk de soortelijke warmte die je uit je metingen hebt berekend, met de waarde uit Binas. Komen ze met elkaar overeen? Zo nee, leg uit waarom deze waarden niet even groot zijn.

Je docent beslist of je de volgende experimenten uitvoert volgens de instructies of dat je de uitgebreide omschrijving krijgt.

EXPERIMENT 3 Waarom een schip blijft drijven (onderzoekspracticum)

Inleiding
Een groot vrachtschip is gemaakt van staal en vervoert een zware vracht. Toch blijft het vrachtschip drijven. In dit experiment ga je onderzoeken hoe dit komt. Hierbij maak je gebruik van verschillende kunststof bakjes (het schip) en gewichtjes (de vracht). Dit is een vereenvoudiging van de werkelijkheid, maar de conclusies die je trekt zijn ook van toepassing op het echte schip.

Onderzoeksvraag
Een kunststof bakje blijft drijven als de toegevoegde massa niet te groot is. Welke factoren bepalen de massa die maximaal toegevoegd kan worden?

EXPERIMENT 4 Doorbuiging van spaghetti (begripspracticum)

Inleiding
Het doorbuigen van een streng spaghetti kun je vergelijken met het doorbuigen van een plank. Totdat de streng of de plank breekt door een te grote kracht die wordt uitgeoefend, is de vervorming elastisch.

Onderzoeksvraag
Voldoet de doorbuiging van spaghetti aan de wet van Hooke?

EXPERIMENT 5 Bepaling van de stookwaarde van waxine (begripspracticum)

Inleiding
De hoeveelheid warmte die vrijkomt bij verbranding van een stof, hangt af van de soort brandstof, de hoeveelheid brandstof en de tijdsduur van het verbrandingsproces. De invloed van de soort brandstof wordt uitgedrukt in de stookwaarde. De stookwaarde geeft aan hoeveel warmte er bij verbranding van één kilogram (bij vaste stoffen) of één kubieke meter (bij vloeistoffen en gassen) vrijkomt.

Onderzoeksvraag
Hoe groot is de stookwaarde van waxine?

EXPERIMENT 6 De temperatuur van een gloeiende spijker (apparatuur-demoproef)

Inleiding
Warmte stroomt van een plaats met hoge temperatuur naar een plaats met een lagere temperatuur. Als je een gloeiende spijker in koud water onderdompelt, stroomt er zolang warmte van de spijker naar het water tot de temperatuur van spijker en water aan elkaar gelijk zijn.

Onderzoeksvraag
Hoe bepaal je met behulp van een joulemeter met een geringe hoeveelheid water de temperatuur van een gloeiende spijker?

ONDERZOEK Rekken en breken

Inleiding
Als je kracht uitoefent op een koperen draad, rekt deze draad uit. Als de kracht te groot wordt, breekt de draad.

Onderzoeksvragen

1. Hoe hangt de rek van een koperen draad af van de kracht?
2. Hoe groot is de treksterkte van de koperen draad?

Praktisch
Bevestig de draad aan het plafond. Hang een lege emmer aan de draad. Door steeds meer stenen in de emmer te leggen, kun je de kracht variëren die op de metaaldraad wordt uitgeoefend. Voer de benodigde metingen uit. Maak een grafiek waarin je de rek uitzet tegen de uitgeoefende kracht.

Conclusie
Beantwoord de onderzoeksvragen.



HOOFDSTUK 5

Arbeid en energie

De belangrijkste wet in de natuurkunde is ongetwijfeld de wet van behoud van energie. Deze wet is nog nooit bewezen, maar er is geen enkele natuurkundige die eraan twijfelt. In dit hoofdstuk leer je, behalve de wet van behoud van energie, nog een belangrijke wet over energie en arbeid. Arbeid heeft te maken met kracht en verplaatsing. Je kunt alleen arbeid verrichten als er voldoende energie is.

Praktijk

Theorie

Maatschappij

Praktijk

De kracht van water

Er wordt op aarde steeds meer energie verbruikt. Meer dan 90% van deze energie is momenteel nog afkomstig van fossiele brandstoffen. Deze brandstoffen veroorzaken lucht- en watervervuiling; bij de verbranding ervan komt onder andere het broeikasgas CO_2 vrij. Bovendien raken deze brandstoffen op. Daarom wordt er steeds meer duurzame energie gebruikt. In Nederland wordt dan al snel aan zonne-energie, windenergie en aardwarmte gedacht, maar in andere landen wordt bijvoorbeeld gebruikgemaakt van waterkracht.



Stuwdammen

Om waterkracht te benutten, worden stuwdammen gebouwd. Zo'n dam is eigenlijk niets anders dan een barrière in een rivier die verhindert dat het water ongehinderd verder stroomt. Hierdoor hoopt het water zich aan één kant van de dam op en stijgt daar de waterhoogte: er ontstaat een stuwmeer. Aan de andere kant van de dam staat het water een stuk lager. Door een opening in de dam stroomt het water van het stuwmeer naar beneden (figuur 1).
Een stuwdam moet de enorme kracht van een gigantische hoeveelheid water kunnen weerstaan en moet daarom erg sterk zijn. Vaak wordt de dam dan ook gebouwd in de vorm van een boog, waarbij het water tegen de bolle kant van de boog staat. Het water dat tegen de boog drukt, maakt de dam alleen maar sterker.

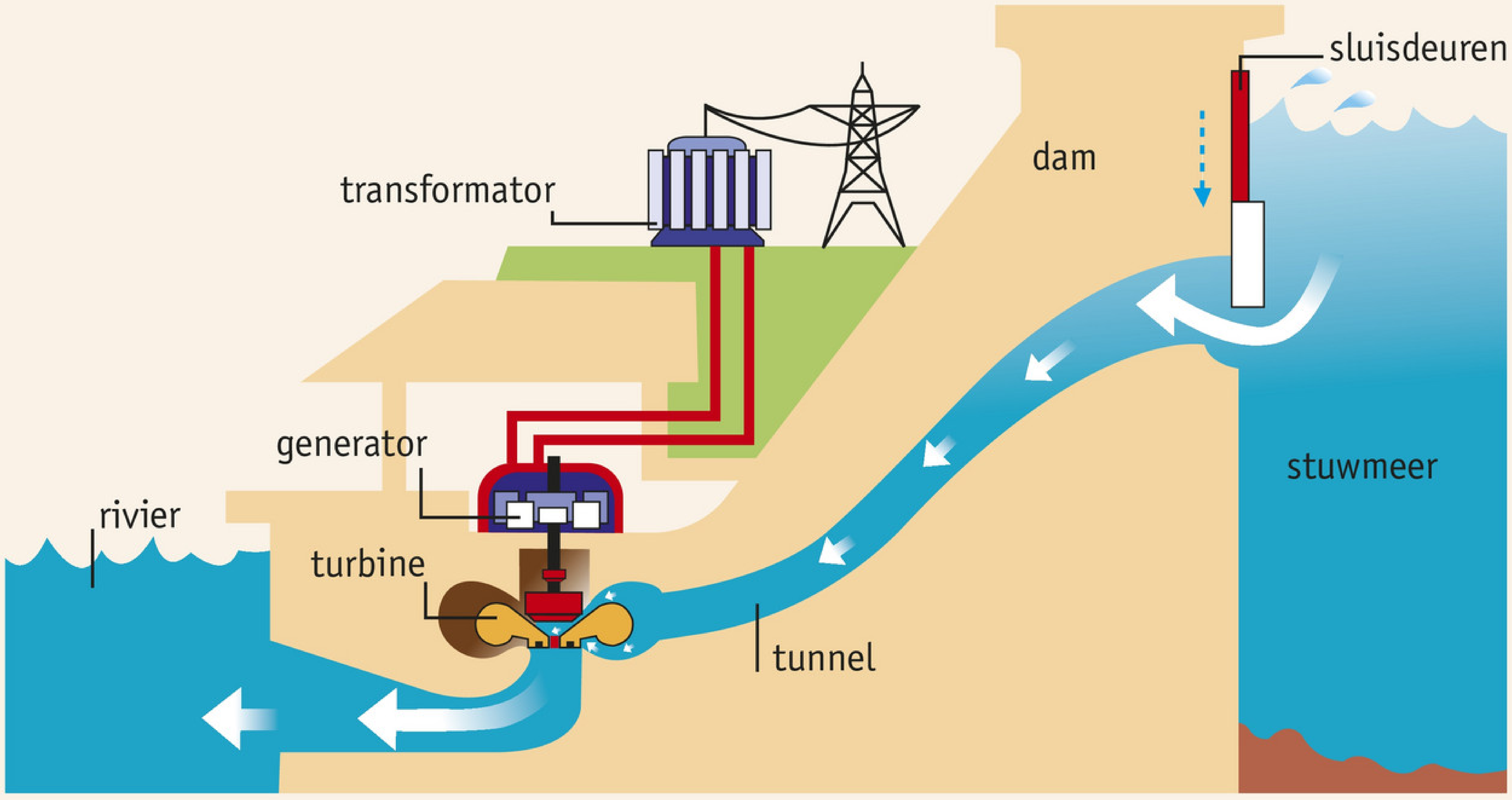
Hydro-elektriciteit

Het opwekken van elektriciteit met behulp van een stuwdam is eigenlijk heel eenvoudig. Het water staat aan de ene kant van de stuwdam veel hoger dan aan de andere kant. Er loopt een buis met een grote doorsnede door de dam. Hierdoor stroomt het water omlaag van de ene kant naar de andere kant van de dam. Dit stromende water drijft een schoepenrad aan dat op zijn beurt een genera-



▲ **figuur 1** een stuwdam

Hydro-elektriciteit is de schoonste en goedkoopste manier om elektriciteit op te wekken.



▲ **figuur 2** een waterkrachtcentrale

tor, een enorme dynamo, laat draaien. Deze wekt elektriciteit op (figuur 2). Hoe harder het water stroomt, des te meer elektrische energie je ermee kunt opwekken.
Elektriciteit die in een waterkrachtcentrale wordt opgewekt, wordt hydro-elektriciteit genoemd. Het is de schoonste en goedkoopste manier om elektriciteit op te wekken. Maar er zijn ook nadelen. Zo is er altijd een risico op een dambreuk.
In landen met veel bergen en rivieren staan vaak waterkrachtcentrales. Zo wekt Noorwegen 99% van zijn elektrische energie op met waterkracht. Gemiddeld wordt in Europa 11% van de elektrische energie opgewekt met waterkracht.

De Hooverdam

Op de grens van de Amerikaanse staten Nevada en Arizona ligt een indrukwekkende stuwdam met een grote elektriciteitscentrale. Het is de beroemde Hooverdam (figuur 3), genoemd naar president Herbert Hoover. Hoover stelde in 1921 voor een dam te bouwen in de Colorado

▼ **figuur 3** de Hooverdam



River om overstromingen door deze rivier te voorkomen, om een voorraad water aan te leggen voor de bevolking en de landbouw, en om er elektrische energie mee op te wekken. De bouw begon in 1930 en duurde tot 1936. De Hooverdam is 221,40 m hoog en heeft een dikte van 15 m aan de top van de dam tot 200 m aan de voet van de dam. De dam bestaat uit maar liefst 3,33 miljoen m^3 beton. Het stuwmeer achter de dam, Lake Mead, heeft een oppervlakte van 640 km^2 en bevat gemiddeld zo'n 35,2 km^3 water.
De zeventien generatoren in de dam wekken een vermogen op van 2,1 GW hydro-elektriciteit. Elke turbine heeft een diameter van 5,0 m en een hoogte van 2,0 m. Er stroomt maximaal 100 m^3 water per seconde doorheen, waarbij de generator 180 omwentelingen per minuut maakt.

Waterkracht in Nederland

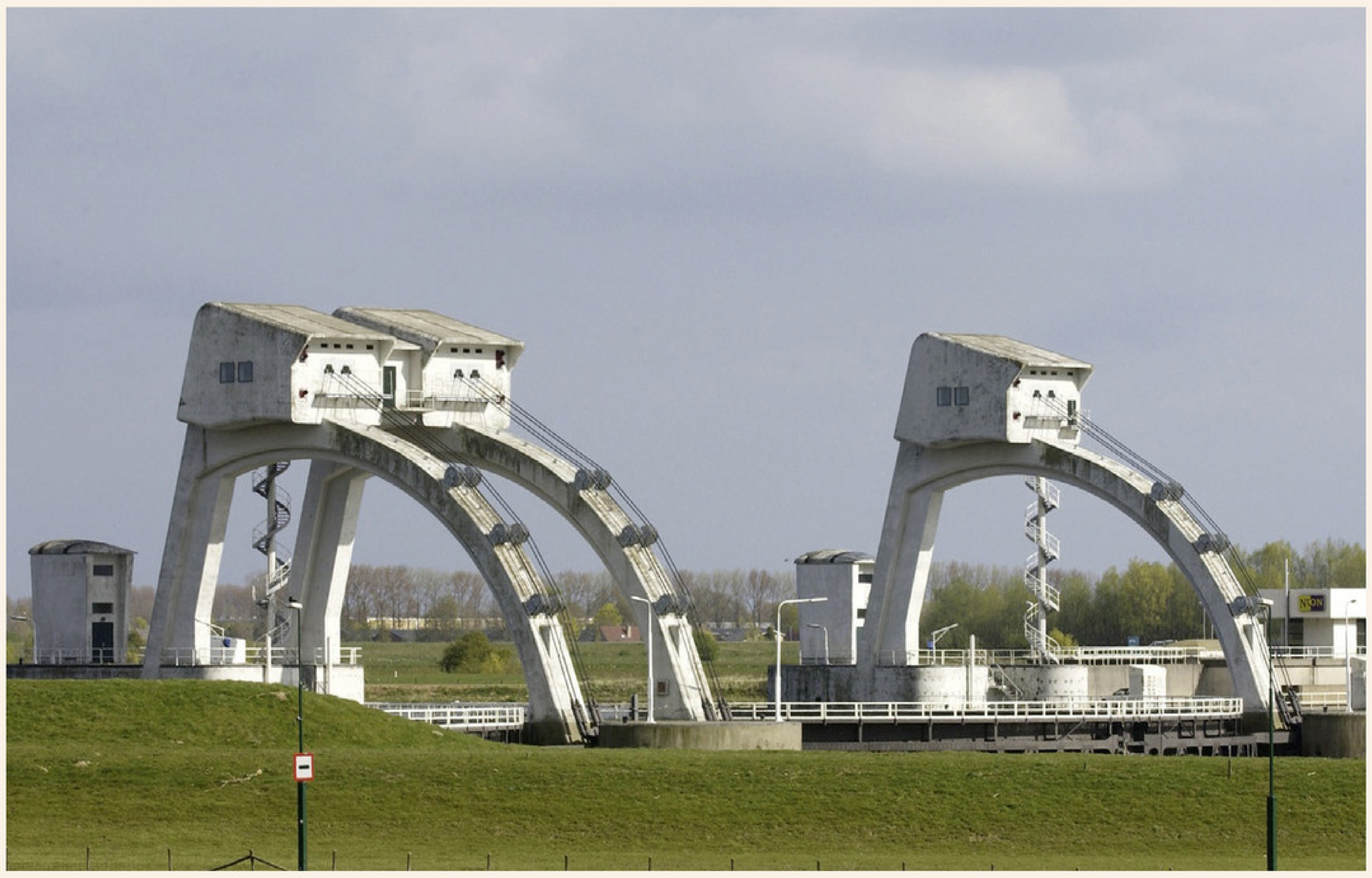
In Nederland is een heleboel water, maar omdat er geen bergen en dus weinig hoogteverschillen zijn, kan hier geen elektrische energie worden opgewekt met stuwdammen en stuwmeren. Toch wordt in Nederland op kleine schaal in rivieren elektrische energie opgewekt met waterkracht. In de Maas en de Rijn staan stuwen op plaatsen waar het waterpeil te laag dreigt te worden voor scheepvaart. De waterstand is voor de stuw hoger dan achter de stuw. Bij deze stuwen zijn waterkrachtcentrales gebouwd waar het water met een behoorlijke snelheid door grote buizen stroomt. Dit water drijft een generator aan die elektrische energie opwekt. Nederland heeft een aantal van zulke waterkrachtcentrales, onder andere in Alphen/Lith en Maurik (figuur 4). Het opgewekte vermogen is niet erg groot, momenteel maximaal 14 MW.

Het plan Lievense

De laatste jaren neemt het aantal windmolens in Nederland sterk toe. Met die windmolens wordt elektrische energie opgewekt. Deze energie is echter niet altijd in voldoende mate beschikbaar op tijden dat er behoefte aan is. Soms is er een overmaat aan energie beschikbaar op tijden dat er weinig vraag naar is.
Om dit probleem op te lossen, stelde ingenieur Luc Lievense al in 1979 voor om de windmolens elektrische generatoren te laten aandrijven. De opgewekte elektrische energie kan zo nodig direct worden gebruikt.
De elektrische energie die niet nodig is op dat moment, kan worden benut door pompen, waarmee water in een spaarbekken kan worden gepompt. Zo wordt als het ware de (wind)energie opgeslagen. Deze energie is te gebruiken door het water uit het spaarbekken te laten stromen. Als men gebruik wil maken van deze opgeslagen energie, kan men het water uit het spaarbekken laten wegstromen.
Het zogenoemde plan Lievense bestaat dus uit twee gedeelten:

- een groot aantal windmolens met daaraan gekoppelde elektrische generatoren;
- een spaarbekken waar men óf water in kan laten stromen door middel van elektrisch aangedreven pompen óf water uit kan laten stromen waarbij elektrische energie wordt opgewekt.

Uiteindelijk is het plan nooit uitgevoerd. De investeringskosten waren enorm, maar de belangrijkste reden was de veiligheid. Een dijkdoorbraak van een gevuld Lievense bekken zou een grote waterramp betekenen.
Tegenwoordig zoekt men de oplossing in het importeren en exporteren van windenergie. Zo wordt er bijvoorbeeld een 325 kilometer lange elektriciteitskabel tussen de Groningse Eemshaven en het Deense Endrup aangelegd. De kabel maakt Nederlandse capaciteit beschikbaar voor het Deense elektriciteitsnet en omgekeerd.



▲ **figuur 4** Het plan Lievense

Opdrachten

Bestudeer eerst de theorie van dit hoofdstuk voordat je de volgende opdrachten uitvoert.

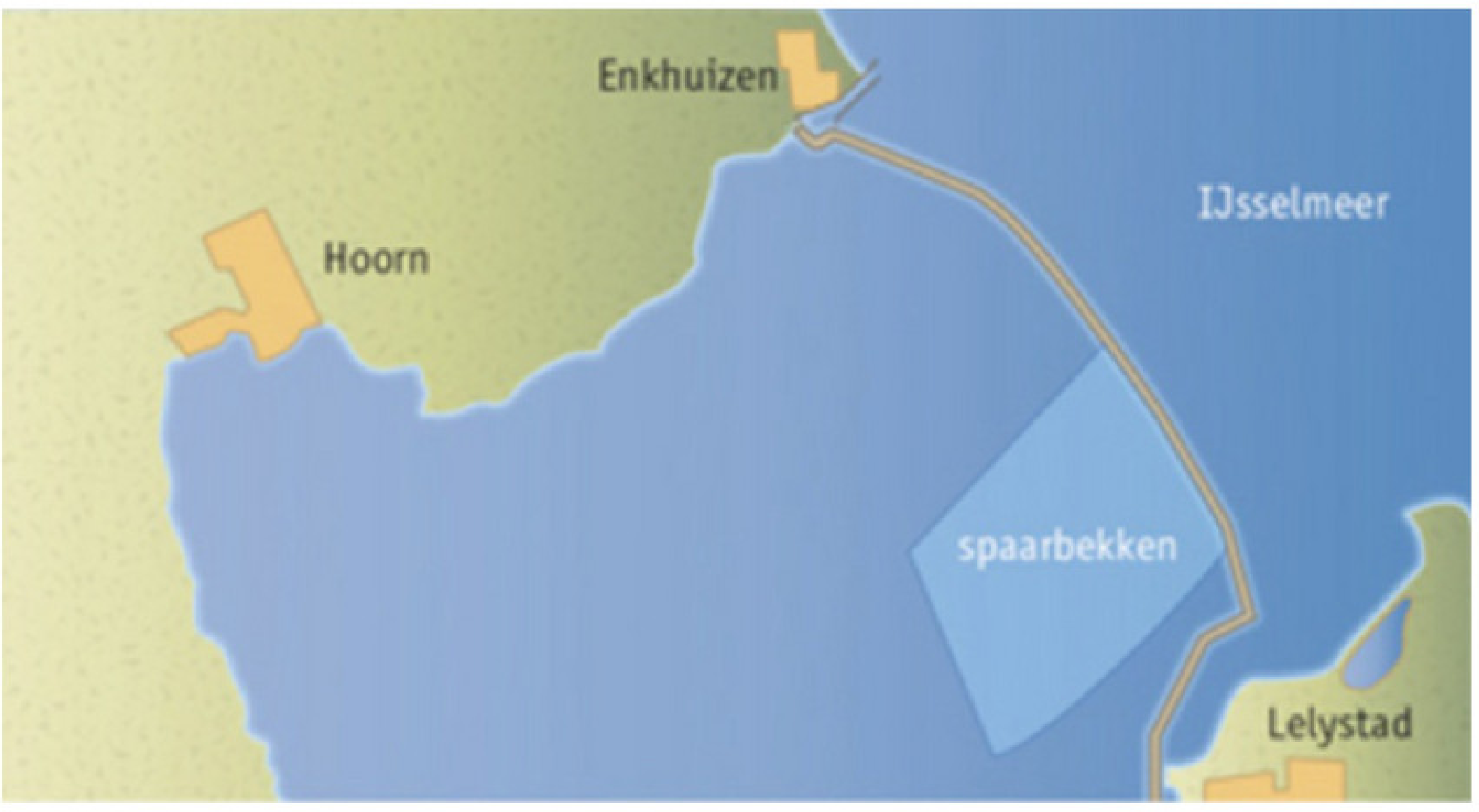
1 Waterkracht
Met behulp van waterkracht kan elektriciteit worden opgewekt.
- **a** Geef minstens drie voordelen van het gebruik van waterkracht.
- **b** Om voldoende elektriciteit op te wekken, zijn grote stuwdammen nodig.
Geef minstens drie nadelen van deze grote stuwdammen (en de bijbehorende enorme stuwmeren).

2 Stuwdam
In een stuwdam zitten buizen waardoor het water naar beneden stroomt.
Leg uit waarom deze buizen aan de kant van het stuwmeer hoog in de dam zitten en aan de andere kant van de dam juist laag.

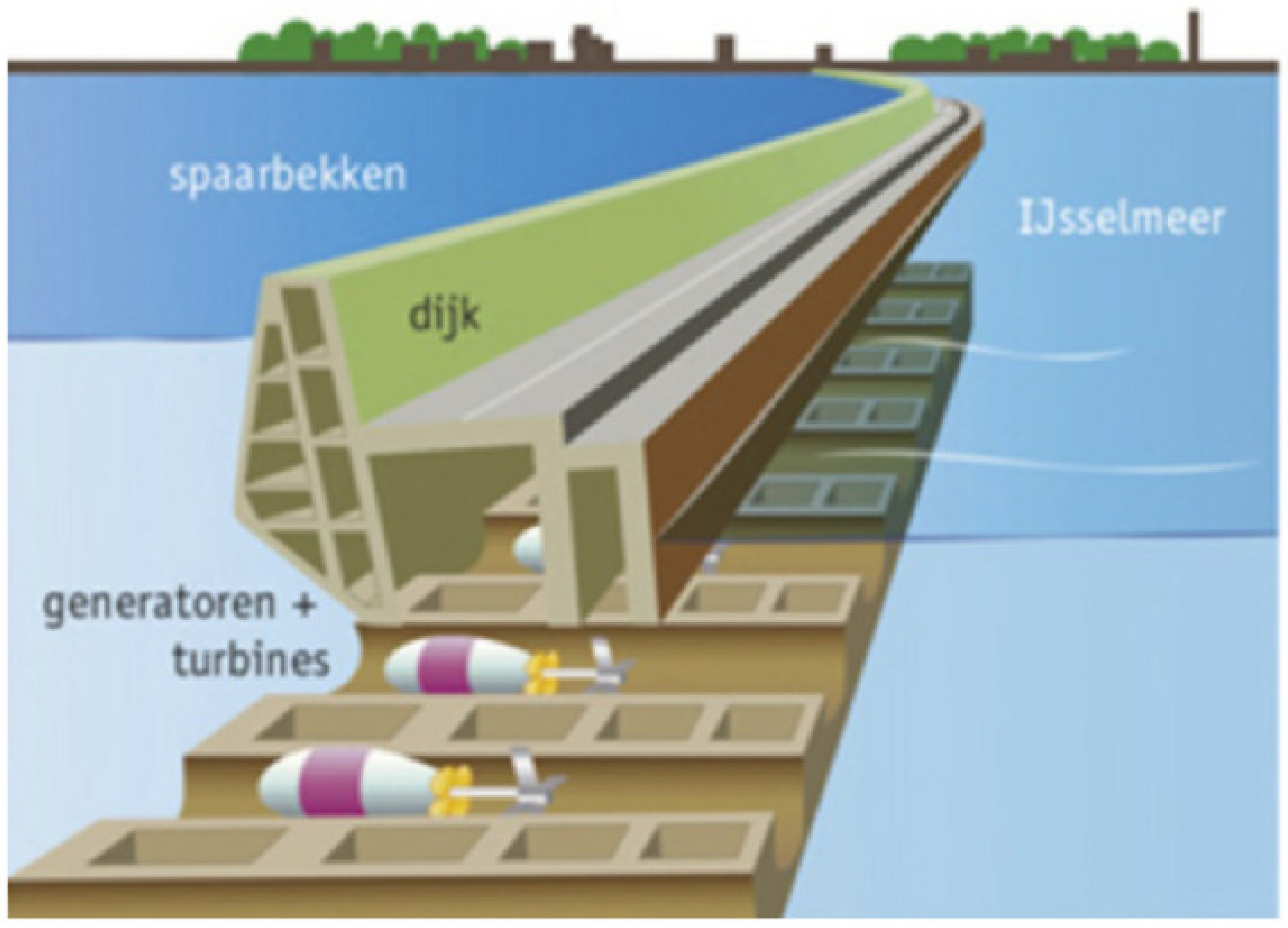
3 Hooverdam
De zeventien generatoren in de Hooverdam wekken een vermogen op van 2074 MW hydro-elektriciteit.
Stel dat de centrale 21% van deze kinetische energie omzet in elektrische energie.
Bereken hoeveel kinetische energie het water dat per seconde door de turbines stroomt dan heeft.

4 Het plan Lievense
Voor het plan Lievense is een spaarbekken nodig waar water in en uit kan stromen. Het spaarbekken zou kunnen worden gebouwd in het IJsselmeer (figuur 5). In het plan wordt ervan uitgegaan dat het waterniveau in het spaarbekken niet hoger dan 23 m en niet lager dan 17 m boven het waterniveau in het IJsselmeer komt te staan. Het bekken heeft een oppervlakte van 55 km^2. Het water wordt uit het IJsselmeer in het spaarbekken gepompt.

Neem bij de volgende vragen aan dat het waterniveau in het IJsselmeer niet verandert.
- **a** Bereken de massa van het water dat in het spaarbekken moet worden gepompt om de waterspiegel in het spaarbekken te laten stijgen van 17 m naar 23 m boven het waterniveau in het IJsselmeer.
- **b** Bereken met hoeveel joule de zwaarte-energie van het water in het spaarbekken toeneemt als de waterspiegel stijgt van 17 m tot 23 m.
- **c** Men wil dat het waterniveau in 20 uur van 17 m tot 23 m kan worden opgevoerd.
Bereken hoe groot het vermogen van de gezamenlijke pompen minstens moet zijn.
- **d** Om de opgeslagen energie te kunnen gebruiken, laat men water uit het spaarbekken wegstromen door buizen waarin zich het schoepenrad van een waterturbine bevindt. Dit rad gaat daardoor draaien (figuur 6). De waterturbine brengt op haar beurt een generator in beweging, zodat elektrische energie wordt opgewekt.
Veronderstel dat hierbij 7% van de energie verloren gaat. In een stad met 100 000 inwoners wordt gemiddeld een elektrisch vermogen gebruikt van 60 MW.
Bereken hoelang een stad van 100 000 inwoners de benodigde energie uit het spaarbekken kan gebruiken, als het waterniveau in dit spaarbekken daalt van 23 m tot 17 m boven het waterniveau in het IJsselmeer.



▲ **figuur 5** het spaarbekken in het IJsselmeer



▲ **figuur 6** de generatoren en turbines

1 Arbeid

In deze paragraaf leer je:
- werken met formules om de arbeid te berekenen;
- weten wanneer een kracht negatieve arbeid verricht;
- het bepalen van de totale arbeid;
- het bepalen van de arbeid van een niet-constante kracht.

Wanneer je een voorwerp verplaatst, oefen je een kracht uit. Je zegt in zo'n geval dat de kracht arbeid heeft verricht. Arbeid is een natuurkundige grootheid die wordt aangegeven met de hoofdletter W van het Engelse woord *work*.

Verrichte arbeid

De verrichte **arbeid *W*** hangt af van de benodigde kracht en de verplaatsing. Als je een pot verf vanaf de grond op een stellage tilt, verricht jouw spierkracht een bepaalde hoeveelheid arbeid. Als je twee van die potten tegelijkertijd op de stellage tilt, verricht jouw spierkracht 2× zo veel arbeid, omdat je 2× zo veel spierkracht nodig hebt. Als de pot verf op een 2× zo hoge stellage wordt getild, is er ten opzichte van de eerste situatie ook 2× zo veel arbeid verricht, omdat de pot over een 2× zo grote afstand (naar een 2× zo grote hoogte) is verplaatst. De verrichte arbeid is recht evenredig met de benodigde kracht F en recht evenredig met de verplaatsing s. Je rekent de arbeid W die een kracht verricht dan ook uit met de formule:

$$W = F \cdot s$$

Hierin is:
- W de arbeid die de kracht heeft verricht in newton maal meter; dit noem je newtonmeter (N m);
- F de kracht die de arbeid verricht in newton (N);
- s de verplaatsing van het voorwerp in meter (m).

De eenheid newtonmeter wordt tegenwoordig meestal joule (J) genoemd, naar de Engelse natuurkundige James Prescott Joule (1818–1889).

Opmerkingen
- Je mag deze formule alleen gebruiken als het voorwerp zich verplaatst in de richting van de kracht.
- Vaak wordt voor het gemak gezegd: 'Peter verricht arbeid' in plaats van 'de spierkracht van Peter verricht arbeid'. Maar bedenk dat het altijd een *kracht* is die arbeid verricht.

Voorbeeldopgave 1

Marij tilt een doos van 15 kg met een constante snelheid van de grond op een 1,2 m hoge tafel.
Bereken de arbeid die de spierkracht van Marij daarbij verricht.

Uitwerking
$m = 15$ kg
$s = 1{,}2$ m
Als Marij met een constante snelheid tilt, dan geldt $F_{res} = 0$ N en dus is de spierkracht even groot als de zwaartekracht:
$F_{spier} = F_z = m \cdot g = 15 \times 9{,}81 = 147$ N
$W = F \cdot s = 147 \times 1{,}2 = 1{,}8 \cdot 10^2$ N m $= 1{,}8 \cdot 10^2$ J

Als er een kracht werkt maar deze verplaatst het voorwerp niet, dan verricht de kracht geen arbeid: $W = 0$ J. Dit is bijvoorbeeld het geval als je tegen een zware kast duwt, die niet van zijn plaats komt. Omdat de kast niet wordt verplaatst, heb je geen arbeid verricht.

Negatieve arbeid

Soms werken krachten tegengesteld aan de richting waarin het voorwerp zich verplaatst. Dit is bijvoorbeeld het geval bij remkrachten, botskrachten en wrijvingskrachten. Zo reed de auto in figuur 1 naar links. Toen de auto de boom raakte, oefende de boom een afremmende kracht uit op de auto naar rechts.



▲ **figuur 1** De botskracht werkte tegengesteld aan de bewegingsrichting van de auto.

Als een kracht tegengesteld aan de bewegingsrichting werkt, is de arbeid negatief. Voor de arbeid verricht door zo'n kracht geldt:

$$W = -F \cdot s$$

Voorbeeldopgave 2

Een tennisbal van 100 g wordt recht omhooggegooid. De bal bereikt een hoogte van 6,5 m. Bereken de arbeid die de zwaartekracht verricht op de bal tijdens de beweging omhoog.

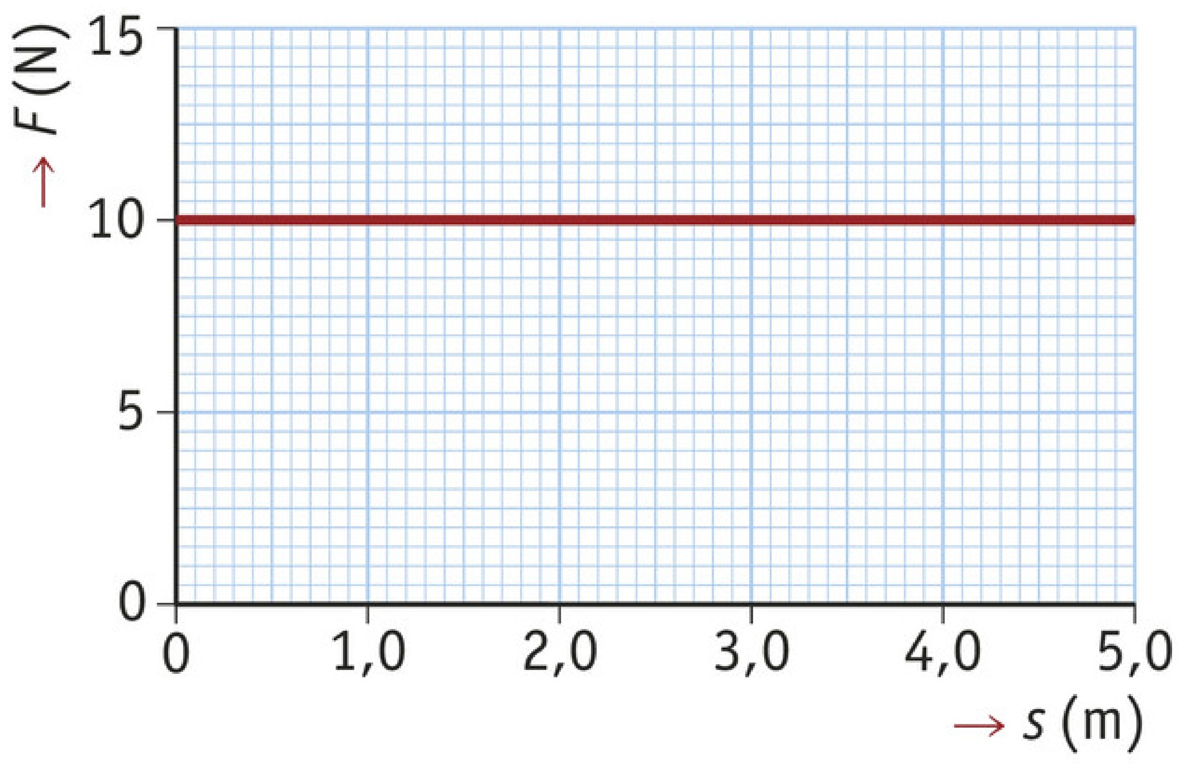
Uitwerking
$m = 100$ g $= 0{,}100$ kg
$s = 6{,}5$ m
$F_z = m \cdot g = 0{,}100 \times 9{,}81 = 0{,}981$ N
De zwaartekracht (omlaag) werkt tegengesteld aan de verplaatsing (omhoog), dus de arbeid van de zwaartekracht is negatief:
$W = -F \cdot s = -0{,}981 \times 6{,}5 = -6{,}4$ J

De arbeid die de wrijvingskracht verricht, wordt **wrijvingsarbeid** genoemd. Doordat de wrijvingskracht tegengesteld werkt aan de richting waarin het voorwerp zich verplaatst, is wrijvingsarbeid altijd negatief.

Een kracht die loodrecht op de verplaatsing staat, verricht geen arbeid. Op een auto die over een vlakke weg rijdt, werken behalve de kracht van de motor en de wrijvingskracht, ook de zwaartekracht en de normaalkracht. De arbeid van de motorkracht is positief. De arbeid van de wrijvingskracht is negatief. De arbeid van zowel de zwaartekracht als de normaalkracht is nul, omdat beide krachten loodrecht op de verplaatsing staan.

De arbeid van een niet-constante kracht

Als een kracht tijdens het verplaatsen van een voorwerp van grootte verandert, kun je de arbeid niet meer uitrekenen met de formule $W = F \cdot s$. Want wat moet je dan voor F invullen? Als je weet hoe groot de gemiddelde kracht is, kun je deze waarde in de formule invullen. In andere gevallen kun je de arbeid die een kracht verricht, bepalen met behulp van een (F,s)-diagram (figuur 2).



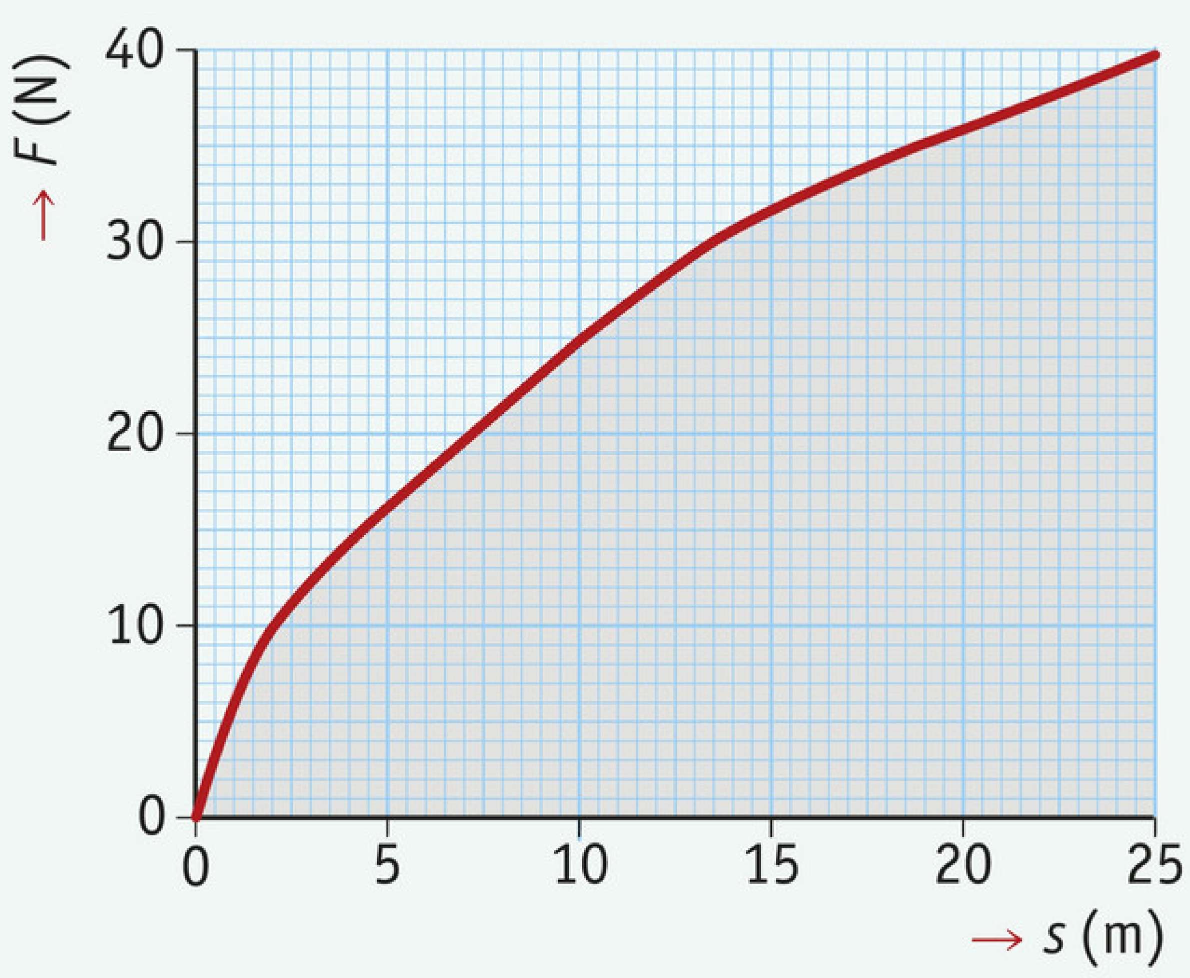
▲ **figuur 2** een (F,s)-diagram

F is een kracht die een voorwerp verplaatst over afstand s. De kracht werkt in de richting van de verplaatsing s.
Voor de arbeid die kracht F verricht, geldt: $W = F \cdot s$
F = 10,0 N (de breedte van de rechthoek onder de grafiek)
s = 5,0 m (de lengte van de rechthoek onder de grafiek)
$W = F \cdot s = 10{,}0 \times 5{,}0 = 50$ J

Je kunt zien dat W = lengte · breedte = de oppervlakte van de rechthoek onder de grafiek. De arbeid is dus ook te vinden als de oppervlakte onder de (F,s)-grafiek. Dit is vooral handig als de grafiek heel onregelmatig is. Dat zie je in voorbeeldopgave 3.

Voorbeeldopgave 3

Een kracht verplaatst een voorwerp. Tijdens het verplaatsen varieert de grootte van de kracht. In figuur 3 is het (F,s)-diagram van deze kracht getekend.



◀ **figuur 3** het (F,s)-diagram van een niet-constante kracht

Bepaal de arbeid die de kracht heeft verricht.

Uitwerking
De gevraagde arbeid is gelijk aan de oppervlakte onder de grafiek. Deze kun je op verschillende manieren vinden, bijvoorbeeld door de hokjes te tellen. Onder de grafiek liggen 13 grote hokjes. De oppervlakte van één hokje is 5,0 m × 10,0 N = 50 J. Dus er geldt:
$W = 13 \times 50 = 6{,}5 \cdot 10^2$ J

Bij het (F,s)-diagram van een kracht die tegengesteld gericht is aan de verplaatsing, is de grootte van de arbeid de oppervlakte onder de grafiek. Maar omdat de arbeid van deze kracht negatief is, moet je er een minteken voor zetten.

Totale arbeid

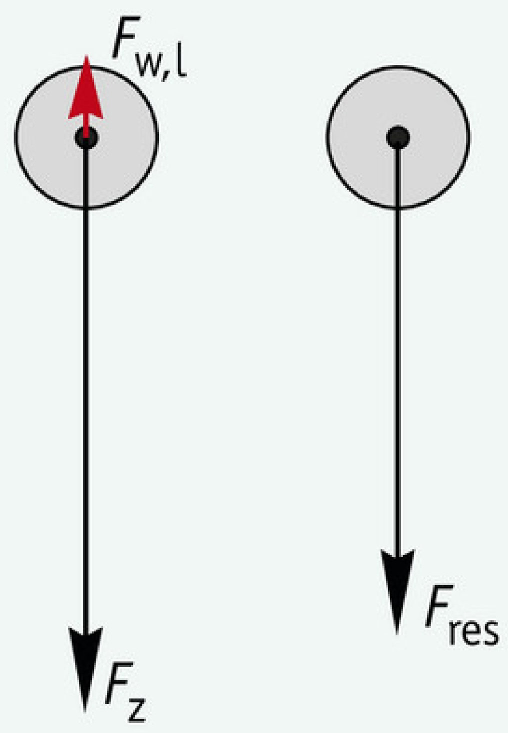
Soms werken er meer krachten tegelijkertijd op een voorwerp. Je kunt dan de totale arbeid W_{tot} uitrekenen. Dit kan op twee manieren.

1 Reken voor elke kracht apart de arbeid uit. Tel vervolgens al deze hoeveelheden arbeid bij elkaar op.
2 Bereken eerst de resulterende kracht F_{res} van alle krachten. Bereken vervolgens de arbeid van deze resulterende kracht.

Welke van de twee manieren je gebruikt, mag je zelf weten. In voorbeeldopgave 4 zie je ze allebei een keer toegepast.

Voorbeeldopgave 4

Van een 80 m hoge toren valt een steen van 1,5 kg omlaag (figuur 4). Deze steen ondervindt een luchtweerstandskracht van gemiddeld 2,0 N.



▲ **figuur 4** krachten op een vallende steen

Bereken op twee manieren de totale arbeid die tijdens de val op de steen wordt verricht.

Uitwerking
Manier 1
Op de steen werken twee krachten: de zwaartekracht F_z en de luchtweerstandskracht $F_{w,l}$.
$m = 1{,}5$ kg
$F_z = m \cdot g = 1{,}5 \times 9{,}81 = 14{,}7$ N
$F_{w,l} = 2{,}0$ N
$W_{Fz} = F_z \cdot s = 14{,}7 \times 80 = 1{,}18 \cdot 10^3$ J
$W_{Fw,l} = -F_{w,l} \cdot s = -2{,}0 \times 80 = -1{,}6 \cdot 10^2$ J
$W_{tot} = W_{Fz} + W_{Fw,l} = 1{,}18 \cdot 10^3 + -1{,}6 \cdot 10^2 = 1{,}0 \cdot 10^3$ J

Manier 2
$m = 1{,}5$ kg
$F_z = m \cdot g = 1{,}5 \times 9{,}81 = 14{,}7$ N (omlaag gericht)
$F_{w,l} = 2{,}0$ N (omhoog gericht, tegengesteld aan de bewegingsrichting)
$F_{res} = F_z - F_{w,l} = 14{,}7 - 2{,}0 = 12{,}7$ N (omlaag gericht)
$W_{tot} = W_{Fres} = F_{res} \cdot s = 12{,}7 \times 80 = 1{,}0 \cdot 10^3$ J (denk aan significantie!)

Onthoud!

- Een kracht verricht arbeid als deze kracht in dezelfde richting werkt als de verplaatsing. Voor de arbeid van deze kracht geldt: $W = F \cdot s$
- Als een kracht tegengesteld gericht is aan de verplaatsing, geldt voor de verrichtte arbeid: $W = -F \cdot s$
- De arbeid van een kracht komt overeen met de oppervlakte onder de (F,s)-grafiek. Wanneer de kracht tegengesteld gericht is aan de verplaatsing, is de arbeid negatief (er staat een minteken voor).
- De totale arbeid op een voorwerp kun je uitrekenen door van elke kracht de arbeid uit te rekenen en deze bij elkaar op te tellen. Je kunt ook eerst de resulterende kracht uitrekenen en vervolgens de arbeid uitrekenen van deze resulterende kracht.

Opdrachten

1 Arbeid
Maak de volgende opdrachten.
a Geef de formules waarmee je de arbeid berekent die een kracht verricht.
b In welke eenheid wordt arbeid uitgedrukt?
c Hoe bereken je de arbeid van een kracht die tijdens het verplaatsen van een voorwerp van grootte verandert?
d Geef twee manieren waarop je de totale arbeid op een voorwerp berekent als er meer krachten op werken.

2 Wel of geen arbeid
Wordt er in de volgende situaties arbeid verricht? Zo ja, geef aan welke kracht(en) er arbeid verricht(en) en waarop deze arbeid wordt verricht.
a Tijdens het afdrogen van de vaat valt er een bord uit je handen.
b Een zeilboot vaart bij een harde wind met een behoorlijke snelheid.
c Een vogel zit op de tak van een boom.
d Bij het flipperen wordt een bal weggeschoten door een ingedrukte veer die zich weer ontspant.
e Bij het touwtrekken houden twee teams elkaar in evenwicht.

3 Auto aanduwen
Tijdens een koude winterdag start de auto van je buurman niet. Je helpt hem de auto aan te duwen en oefent daarbij een horizontale kracht uit van 800 N. Na 20 m duwen start de auto en houd je op met duwen.
Bereken de arbeid die jouw spierkracht heeft verricht.

4 Doos optillen
Je tilt een doos boeken met een massa van 15 kg vanaf de grond. Daarbij verricht jouw spierkracht 75 J arbeid.
Bereken hoe hoog je de doos hebt opgetild.

5 Halter
Je tilt een halter met een massa van 8,00 kg vanaf de grond met constante snelheid op tot 1,80 m hoogte en laat hem vervolgens vallen.
a Bereken de arbeid die de spierkracht verricht bij het optillen van de halter.
b Bereken de arbeid die de zwaartekracht verricht bij het optillen van de halter.
c Bereken op twee manieren de totale arbeid op de halter tijdens het optillen ervan.
d Bereken de arbeid die de zwaartekracht verricht als de halter valt.

6 Arbeid op de maan

Ook op de maan is er zwaartekracht.

Leg uit of je op de maan meer, minder of evenveel arbeid moet verrichten dan op aarde om een massa tot een bepaalde hoogte op te tillen.

7 Bouw van een stuwdam

Voor de bouw van de stuwdam bij de Drieklovendam in China was 2,689 miljoen m^3 beton nodig. Deze hoeveelheid beton moest met een hijskraan gemiddeld 95 m omhoog worden gebracht.

a Bereken de arbeid die de hijskraan hiervoor heeft moeten verrichten. Gebruik de gemiddelde dichtheid van beton en ga ervan uit dat de hijskraan het beton met constante snelheid omhoog heeft gehesen.

b Leg uit of de zwaartekracht hierbij arbeid heeft verricht.

8 Totale arbeid

Een auto van 1000 kg ondervindt een totale wrijvingskracht van 800 N. De motor levert een voortstuwende kracht van 2,0 kN. De auto rijdt 25 s lang met een gemiddelde snelheid van 50 km h^{-1}.

Bereken de totale arbeid die op de auto wordt verricht.

9 Arbeid bij het uitrekken van een veer

Een veer met een veerconstante van 10,0 N m^{-1} wordt 8,0 cm uitgerekt.

a Teken het (F,u)-diagram waarbij u varieert van 0 cm tot 8,0 cm.

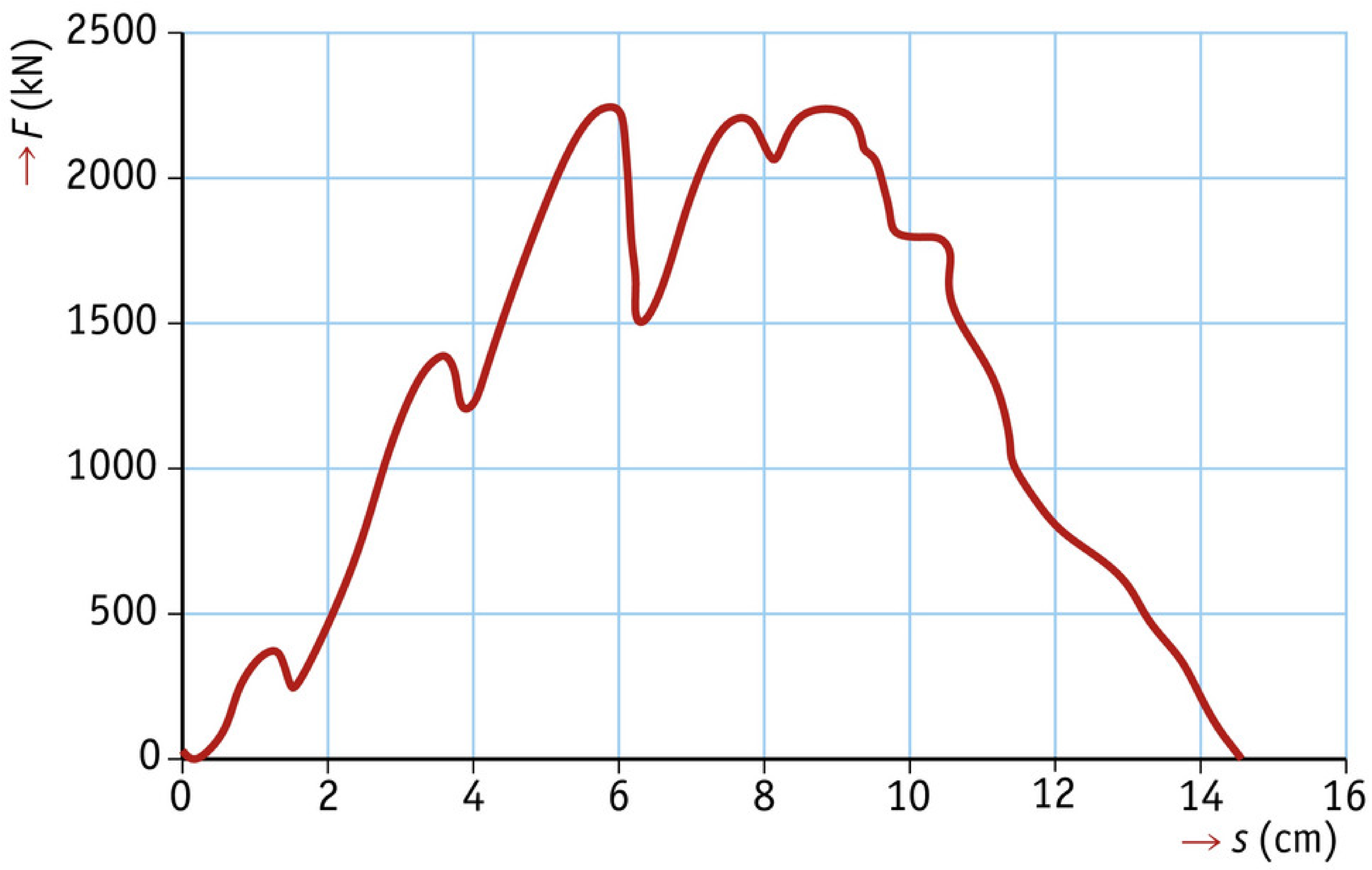
b Bepaal met behulp van dit diagram de gemiddelde waarde van de kracht F die de veer uitrekt.

c Bereken met behulp van deze gemiddelde waarde de arbeid die wordt verricht op de veer als deze uitrekt tot 8,0 cm.

d Bepaal met behulp van het diagram de arbeid die wordt verricht op de veer als deze uitrekt tot 6,0 cm.

10 Auto tegen boom

Een auto rijdt tegen een boom. In figuur 5 zie je de kracht op de auto uitgezet tegen de afstand tijdens de botsing.



▲ **figuur 5** het (F,s)-diagram van de kracht op een botsende auto

Bepaal de arbeid die de kracht van de boom uitoefent op de auto.

+11 Voorwerp optillen
Stel, je tilt een voorwerp van 3,0 kg op en zet het 2,0 m hoger neer. Bij het berekenen van de arbeid die de spierkracht verricht, ga je ervan uit dat je het voorwerp met een constante snelheid optilt, terwijl dat eigenlijk niet het geval is.
a Hoe verandert de snelheid van dat voorwerp?
b Hoe groot is de benodigde spierkracht die op het voorwerp werkt tijdens het optillen in vergelijking met de zwaartekracht die op dat voorwerp werkt?
c Leg uit dat je bij het berekenen van de arbeid die de spierkracht verricht, mag doen alsof de snelheid waarmee het voorwerp wordt opgetild, constant is.

2 Energiesoorten

In deze paragraaf leer je:
- de kinetische en zwaarte-energie berekenen;
- de chemische energie in een vloeistof en gas berekenen;
- soorten energie kennen.

De grootheid energie ben je in de onderbouw al tegengekomen. Energie geef je aan met het symbool *E*. Energie wordt, net als arbeid, uitgedrukt in de eenheid J of N m.

Wat is energie?

Het is moeilijk precies te zeggen wat **energie** is. Energie heeft te maken met arbeid, want energie en arbeid hebben dezelfde eenheid. Als een mens of een machine energie bezit, is deze in staat om arbeid te verrichten, dus om een ander voorwerp te verplaatsen. De maximale hoeveelheid arbeid die kan worden verricht, is gelijk aan de hoeveelheid energie die de mens of de machine oorspronkelijk bezat. Met 10 J energie kan maximaal 10 J arbeid worden verricht. Als je arbeid verricht op een voorwerp, neemt de energie van dat voorwerp toe. Als je bijvoorbeeld 50 J arbeid verricht op een voorwerp, neemt de energie van dat voorwerp met maximaal 50 J toe.
Er zijn veel soorten energie. Voor sommige energiesoorten is er een formule waarmee je de hoeveelheid energie kunt uitrekenen.

Mechanische energie

Kinetische energie, zwaarte-energie en veerenergie zijn vormen van **mechanische energie**, omdat ze alle drie met kracht en beweging te maken hebben.

Kinetische energie

Een bewegend voorwerp bezit energie. Dit is **bewegingsenergie**, die ook wel **kinetische energie** wordt genoemd. De hoeveelheid kinetische energie hangt af van de massa van het bewegend voorwerp en de snelheid ervan. Je berekent de kinetische energie met de formule:

$$E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$$

Hierin is:
- E_k de kinetische energie van het voorwerp in joule (J) of newtonmeter (N m);
- m de massa van het voorwerp in kilogram (kg);
- v de snelheid van het voorwerp in meter per seconde (m s^{-1}).

De kinetische energie van een bewegend voorwerp is recht evenredig met de massa. Een 2× zo zwaar voorwerp heeft bij dezelfde snelheid een 2× zo grote kinetische energie. De kinetische energie van een bewegend voorwerp is recht evenredig met het kwadraat van de snelheid van dat voorwerp. Als het voorwerp 2× zo snel gaat, heeft het 4× zo veel kinetische energie.

Voorbeeldopgave 5

Een personenauto van 1100 kg rijdt met een snelheid van 120 km h^{-1}.
Bereken de kinetische energie van de auto.

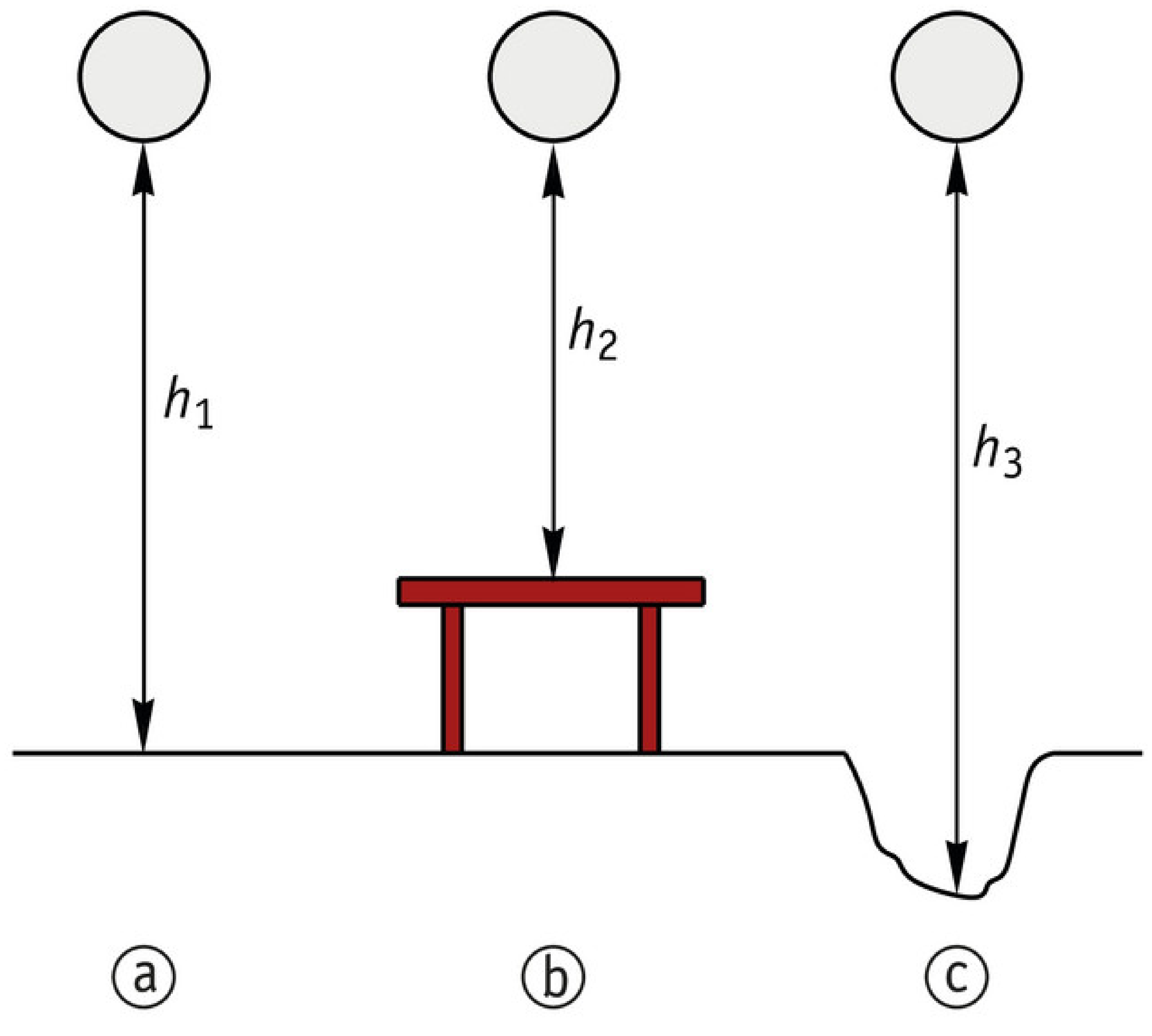
Uitwerking
$m = 1100$ kg
$v = 120\ \text{km h}^{-1} = 33{,}3\ \text{m s}^{-1}$
$E_k = ½ \cdot m \cdot v^2 = ½ \times 1100 \times 33{,}3^2 = 6{,}11 \cdot 10^5$ J

Zwaarte-energie
Als je een voorwerp met massa m vanaf de grond over een afstand s optilt tot een hoogte h, verricht jouw spierkracht arbeid. Als je dat voorwerp met constante snelheid optilt, geldt:
$F_{spier} = F_z = m \cdot g$
Je kunt de arbeid die jouw spierkracht heeft verricht, berekenen met:
$W_{Fspier} = F_{spier} \cdot s = F_z \cdot s = m \cdot g \cdot s$
De verplaatsing is gelijk aan de hoogte die het voorwerp bereikt: $s = h$
Invullen geeft: $W_{Fspier} = m \cdot g \cdot h$

Maar als de spierkracht een hoeveelheid arbeid verricht die gelijk is aan $m \cdot g \cdot h$, heeft het voorwerp een hoeveelheid energie gekregen die ook gelijk is aan $m \cdot g \cdot h$. Deze energiesoort heet **zwaarte-energie**.
Een voorwerp dat zich op een bepaalde hoogte boven de grond bevindt, heeft dus energie. De hoeveelheid zwaarte-energie op aarde hangt af van de massa van het voorwerp, de hoogte van het voorwerp boven de grond en de valversnelling. Je berekent de zwaarte-energie met de formule:

$$E_z = m \cdot g \cdot h$$

Hierin is:
- E_z de zwaarte-energie van het voorwerp in joule (J) of newtonmeter (N m);
- m de massa van het voorwerp in kilogram (kg);
- g de valversnelling in meter per seconde kwadraat (m s^{-2});
- h de hoogte van het voorwerp boven de grond in meter (m).



◀ **figuur 6** Een voorwerp kan verschillende hoeveelheden zwaarte-energie hebben, terwijl het zich op even grote hoogte bevindt.

Voor de hoogte moet je in deze formule de afstand invullen die het voorwerp kan vallen. Zo moet je voor de hoogte in de formule van de zwaarte-energie in figuur 6a hoogte h_1 invullen, in figuur 6b hoogte h_2 en in figuur 6c hoogte h_3.

Je mag de formule $E_z = m \cdot g \cdot h$ niet toepassen als een voorwerp zich op zeer grote hoogte boven de aarde bevindt. De valversnelling g wordt namelijk kleiner naarmate de hoogte groter wordt. Zo is op 100 km hoogte g afgenomen tot ongeveer 9,5 m s^{-2}.

Voorbeeldopgave 6

Een kogel van 300 g heeft een zwaarte-energie van 2,50 J.
Op welke hoogte bevindt de kogel zich?

Uitwerking
m = 300 g = 0,300 kg
g = 9,81 m s^{-2}
E_z = 2,50 J
$E_z = m \cdot g \cdot h$ invullen geeft:
$2{,}50 = 0{,}300 \cdot 9{,}81 \cdot h$
Daaruit volgt: $2{,}50 = 2{,}943 \cdot h$, ofwel: $h = \dfrac{2{,}50}{2{,}943} = 0{,}849$ m.

▶ **EXPERIMENT 1** Stuiterend balletje

Veerenergie
Een veer waaraan een voorwerp hangt, bezit veerenergie. De hoeveelheid **veerenergie** hangt af van de uitrekking van de veer en de stugheid van de veer, dus van de veerconstante. Hoe groter de uitrekking en/of hoe groter de veerconstante, des te meer veerenergie. Veerenergie treedt niet alleen op bij een veer, maar bij alle voorwerpen die elastisch vervormen. Dus ook bij een elastiekje dat wordt uitgerekt, een plank die doorbuigt als iemand erop gaat staan en de gespannen boog van een boogschutter.

Elektrische energie
Een elektrisch apparaat zet elektrische energie om, vaak in beweging, licht en warmte.

Stralingsenergie
Een lamp zendt licht en warmte uit, een straalkachel zendt warmte uit en een röntgenapparaat zendt röntgenstraling uit. In al deze gevallen wordt **stralingsenergie** uitgezonden. Er zijn meer soorten stralingsenergie dan alleen zichtbaar licht.

Warmte
In hoofdstuk 4 heb je geleerd dat warmte energie is die zich verplaatst van een plek met een hoge temperatuur naar een plek met een lagere temperatuur. Warmte ontstaat vaak als gevolg van wrijving.

Chemische energie
Chemische energie is de energie die is opgeslagen in brandstoffen. Je kunt de energie vrijmaken met chemische processen zoals verbranding. Bij verbranding wordt chemische energie omgezet in warmte. Er zit chemische energie in de fossiele brandstoffen olie, aardgas en steenkool, maar ook in hout en papier.

Als je één kilogram steenkool verbrandt, komt er meer warmte vrij dan wanneer je één kilogram hout verbrandt. Er zit dus meer chemische energie in één kilogram steenkool dan in één kilogram hout. Om de chemische energie in verschillende brandstoffen goed met elkaar te kunnen vergelijken, is de grootheid **stookwaarde** bedacht. Deze wordt ook wel **verbrandingswarmte** genoemd.

De stookwaarde r_m van een vaste stof is de hoeveelheid chemische energie die is opgeslagen in één kilogram vaste stof. Je kunt ook zeggen: de stookwaarde r_m van een vaste stof is de hoeveelheid warmte die vrijkomt als je één kilogram van deze vaste stof verbrandt. Als je de stookwaarde van een vaste stof kent, kun je de chemische energie in deze stof berekenen met de formule:

$$E_{ch} = r_m \cdot m$$

Hierin is:
- E_{ch} de chemische energie van de vaste stof in joule (J);
- r_m de stookwaarde van de vaste stof in joule per kilogram (J kg^{-1});
- m de massa van de vaste stof in kilogram (kg).

Je vindt de stookwaarde van verschillende stoffen in Binas tabel 28B. Vergeet niet alle getallen uit deze tabel met de factor 10^6 te vermenigvuldigen (zie boven aan de kolom in de tabel).

De stookwaarde r_v van een vloeistof of gas is de hoeveelheid chemische energie die is opgeslagen in één kubieke meter vloeistof of gas. Je kunt ook zeggen: de stookwaarde r_v van een vloeistof of gas is de hoeveelheid warmte die vrijkomt als je één kubieke meter van deze vloeistof of van dat gas verbrandt. Als je de stookwaarde van een vloeistof of gas kent, kun je de chemische energie in een brandstof berekenen met de formule:

$$E_{ch} = r_v \cdot V$$

Hierin is:
- E_{ch} de chemische energie van de vloeistof of het gas in joule (J);
- r_v de stookwaarde van de vloeistof of het gas in joule per kubieke meter (J m^{-3});
- V het volume van de vloeistof of het gas in kubieke meter (m^3).

Ook de stookwaarden van vloeistoffen en gassen staan in Binas tabel 28B. Vergeet niet alle getallen uit deze tabel met de factor 10^6 (gassen) en 10^9 (vloeistoffen) te vermenigvuldigen (zie boven aan de kolom in de tabel). De stookwaarde van een vaste stof wordt in een andere eenheid uitgedrukt dan de stookwaarde van een vloeistof of een gas, omdat een hoeveelheid vaste stof meestal wordt uitgedrukt in kilogram en een hoeveelheid vloeistof of gas in kubieke meter.

Voorbeeldopgave 7

Bereken hoeveel liter Gronings aardgas je moet verbranden om evenveel warmte te krijgen als er vrijkomt bij de verbranding van 500 kg steenkool.

Uitwerking
$m = 500$ kg
Zoek de stookwaarde van steenkool op in Binas tabel 28B.
$r_m = 29 \cdot 10^6$ J kg^{-1} (vergeet de factor 10^6 niet!)
$E_{ch} = r_m \cdot m$ invullen geeft: $E_{ch} = 29 \cdot 10^6 \times 500 = 1{,}45 \cdot 10^{10}$ J
Bij de verbranding van 500 kg steenkool ontstaat dus $1{,}45 \cdot 10^{10}$ J warmte.

Reken nu uit hoeveel Gronings aardgas je moet verbranden om evenveel warmte te laten ontstaan. Er moet dus ook $1{,}45 \cdot 10^{10}$ J chemische energie in dat aardgas zitten.
Zoek de stookwaarde van Gronings aardgas op in Binas tabel 28B.
$r_v = 32 \cdot 10^6$ J m^{-3}
$E_{ch} = r_v \cdot V$ invullen geeft: $1{,}45 \cdot 10^{10} = 32 \cdot 10^6 \cdot V$

Daaruit volgt $V = \dfrac{1{,}45 \cdot 10^{10}}{32 \cdot 10^6} = 4{,}5 \cdot 10^2$ m^3

Dit is gelijk aan $4{,}5 \cdot 10^5$ L

De mens heeft energie nodig om zijn lichaam op temperatuur te houden, om alle processen in het lichaam op gang te houden en om arbeid te kunnen verrichten. Die energie wordt verkregen uit voedsel. Voedsel bevat dus ook chemische energie. Je kunt het menselijk lichaam als een soort verbrandingsmotor zien. Het voedsel dat je eet, wordt verbrand en omgezet in vetten en suikers. De energie die in je lichaam vrijkomt bij het verbranden van voedsel, heet de **voedingswaarde**. Deze wordt vaak uitgedrukt in de eenheid kilocalorie (kcal). In Binas tabel 5 zie je dat 1,000 calorie (cal) gelijk is aan 4,184 J.

Ook in accu's en batterijen is chemische energie opgeslagen. Als deze stroom leveren, wordt de chemische energie door een scheikundige reactie omgezet in elektrische energie.

Kernenergie

Kernenergie is de energie die is opgesloten in de kernen van atomen. Deze vorm van energie komt vrij bij kernsplijting in kerncentrales en kernfusie in sterren.

Onthoud!

- Energie wordt, net als arbeid, uitgedrukt in de eenheid J of N m.
- Kinetische energie bereken je met de formule $E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$
- Zwaarte-energie bereken je met de formule $E_z = m \cdot g \cdot h$
- De stookwaarde r_m van een vaste stof is de hoeveelheid chemische energie die is opgeslagen in één kilogram vaste stof, ofwel de hoeveelheid warmte die vrijkomt als je één kilogram van deze vaste stof verbrandt.
- De stookwaarde r_v van een vloeistof of gas is de hoeveelheid chemische energie die is opgeslagen in één kubieke meter vloeistof of gas, ofwel de hoeveelheid warmte die vrijkomt als je één kubieke meter van deze vloeistof of van dat gas verbrandt.
- Je berekent de hoeveelheid chemische energie in een brandstof met de formules $E_{ch} = r_m \cdot m$ en $E_{ch} = r_v \cdot V$

Opdrachten

12 Kinetische energie en zwaarte-energie
Kinetische energie en zwaarte-energie zijn vormen van mechanische energie.
a Geef de formule waarmee je de kinetische energie van een bewegend voorwerp berekent.
b In welke eenheden druk je de grootheden in deze formule uit?
c Geef de formule waarmee je de zwaarte-energie van een voorwerp berekent.
d In welke eenheden druk je de grootheden in deze formule uit?

13 Chemische energie en stookwaarde
Beantwoord de volgende vragen.
a Leg uit wat chemische energie is.
b Geef twee definities van de stookwaarde van een vaste stof.
c Geef de formule waarmee je de chemische energie in een vaste stof berekent.
d In welke eenheden druk je de grootheden in deze formule uit?
e Leg uit wat de stookwaarde van een gas of vloeistof is.
f Geef de formule waarmee je de chemische energie in een vloeistof of in een gas berekent.
g In welke eenheden druk je de grootheden in deze formule uit?

14 Vliegende bal
Energie bezitten betekent in staat zijn arbeid te verrichten.
a Leg uit dat een bal die door de lucht vliegt kinetische energie heeft.
b Leg uit dat een ingedrukte veer veerenergie bezit.

15 Fietser
Een fietser (70 kg inclusief fiets) heeft een snelheid van 30 km h^{-1}.
a Bereken de kinetische energie van de fietser.
b De fietser remt af en rijdt vervolgens met een snelheid van 15 km h^{-1} verder. Beredeneer hoe groot de kinetische energie van de fietser nu is geworden.

16 Drie bewegende voorwerpen
Voorwerp A beweegt en heeft een bepaalde kinetische energie. Voorwerp B is 2× zo zwaar en beweegt met een 3× zo grote snelheid. De massa van voorwerp C is de helft van de massa van voorwerp A en voorwerp C heeft dezelfde kinetische energie als voorwerp B.
a Beredeneer hoeveel kinetische energie voorwerp B heeft vergeleken met die van voorwerp A.
b Leg uit hoeveel keer zo groot de snelheid van voorwerp C is in vergelijking met die van voorwerp A.

17 Energieverlies van stuiterend balletje
Emma wil meer te weten komen over het energieverlies bij het stuiteren van een balletje. Ze slaagt erin om de verhouding van de snelheden van het balletje net voor en net na de stuit te bepalen. Deze snelheden verhouden zich als 10 : 6. De kinetische energie van het balletje neemt dus af.
Hoeveel procent van de kinetische energie is er onmiddellijk na het stuiteren nog over?
A 6%
B 36%
C 40%
D 60%
E 64%

18 Omvallende wand
Een houten wand is 2,0 m lang, 1,20 m hoog en 10 cm breed. De wand weegt 80 kg.
a Bereken de zwaarte-energie van de wand.
b Bereken de afname van de zwaarte-energie als de wand omvalt en daarna plat op de grond ligt.

19 Zwaarte-energie van het water in een stuwmeer

De Chinese Drieklovendam sluit een stuwmeer af met een oppervlakte van 1085 km^2. Het stuwmeer bevat gemiddeld 39,3 miljard m^3 water.

a Bereken de zwaarte-energie van het water in het stuwmeer ten opzichte van de bodem van dat meer.

b Leg uit dat het water in het stuwmeer in feite veel meer zwaarte-energie heeft dan de bij opdracht a berekende waarde.

20 Lucifer

Vera steekt een vurenhouten lucifer (5,0 cm × 2,0 mm × 2,0 mm) aan. Bekijk alleen het luciferhoutje.

a Bereken de massa van de lucifer.

b Bereken hoeveel warmte er vrijkomt als deze lucifer helemaal opbrandt.

c Bereken hoeveel milliliter methaan je moet verbranden om evenveel warmte te laten vrijkomen.

21 Papier

Evie heeft een allesbrander. Ze bewaart oud papier om dat vervolgens in de allesbrander te verbranden. Uiteindelijk heeft ze twee dozen van 50 cm × 30 cm × 40 cm helemaal vol met papier. De gemiddelde dichtheid van dat papier is 0,85 g cm^{-3}. Als ze al het papier heeft verbrand, is er $7{,}6 \cdot 10^8$ J warmte vrijgekomen.

a Bereken de stookwaarde van papier.

b Reken deze stookwaarde om naar kilowattuur per kilogram (kWh kg^{-1}).

22 Woon-werkverkeer

In Nederland wordt voor woon-werkverkeer gemiddeld 22 km gereden (enkele reis). Een bepaalde personenauto rijdt 15 km op 1,0 L benzine.

a Bereken hoeveel arbeid je maximaal kunt verrichten met 1,0 L benzine.

b Hoeveel energie is nodig om met deze auto heen en terug naar het werk te gaan? Ga uit van een gemiddelde rit.

23 Drone

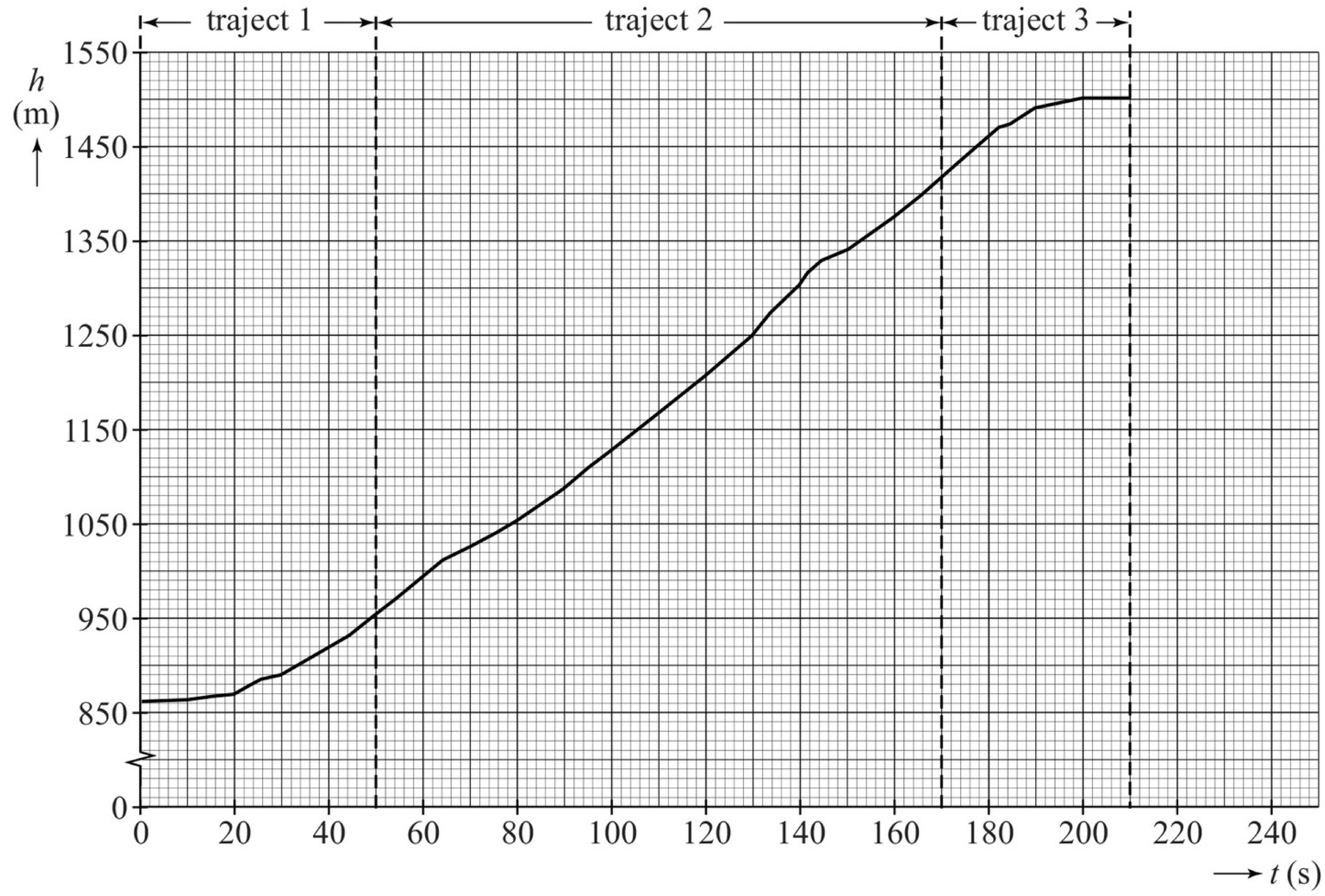
In een drone zitten twee accu's. Zo'n accu bevat 12 kJ energie. De drone weegt 450 g. Bereken welke hoogte de drone kan bereiken als alle energie uit de batterijen wordt omgezet in zwaarte-energie.

24 Mürrenbahn

Aan de rand van de Zwitserse Alpen ligt het dorpje Mürren. Dit dorp is niet per auto te bereiken. Reizigers van en naar het dorp moeten gebruikmaken van een kabelbaan: de Mürrenbahn.

Anoek heeft een rit in de Mürrenbahn gemaakt. Zij heeft een gps bij zich waarmee ze tijdens de rit de hoogte van de cabine ten opzichte van de grond heeft gemeten.

Het bijbehorende (h,t)-diagram is in figuur 7 weergegeven. In het diagram zijn drie trajecten aangegeven: in traject 1 versnelt de cabine, in traject 2 beweegt de cabine met constante snelheid, in traject 3 remt de cabine weer af.



▲ **figuur 7** het (*h*,*t*)-diagram van Anoek

De cabine met passagiers heeft een massa van 23,6 ton en wordt door een motor schuin omhooggetrokken. In traject 2 is de snelheid in verticale en horizontale richting (ongeveer) constant.
Alle wrijvingskrachten op de cabine worden verwaarloosd.
Bepaal de arbeid die de motor in traject 2 heeft verricht.
naar: pilotexamen 2015-I

3 Wet van arbeid en kinetische energie

In deze paragraaf leer je:
- het verband tussen arbeid en kinetische energie gebruiken.

Als een kracht arbeid verricht op een voorwerp, verandert de kinetische energie van dat voorwerp. Deze kinetische energie kan toenemen of afnemen.

Verband tussen arbeid en kinetische energie

Als een automobilist optrekt, werkt er op de auto een resulterende kracht in de rijrichting. Deze resulterende kracht zorgt ervoor dat de auto versnelt, want $F_{res} = m \cdot a$. De resulterende kracht verricht positieve arbeid op de auto, waardoor zijn snelheid, en dus zijn kinetische energie, toeneemt.

Als een automobilist moet remmen, dan werkt er op de auto een resulterende kracht tegengesteld gericht aan de rijrichting. Deze resulterende kracht zorgt ervoor dat de auto vertraagt. De resulterende kracht werkt tegengesteld aan de verplaatsing, dus de arbeid is negatief. De snelheid van de auto en daardoor ook zijn kinetische energie neemt af.
Het volgende geldt altijd:

> Als de totale arbeid op een voorwerp positief is, neemt de kinetische energie van dat voorwerp toe.
> Als de totale arbeid op een voorwerp negatief is, neemt de kinetische energie van dat voorwerp af.

De **wet van arbeid en kinetische energie** (WAK) geeft het verband tussen de totale arbeid op een voorwerp en de kinetische energie ervan. De WAK luidt als volgt: de totale arbeid op een voorwerp is even groot als de verandering van de kinetische energie van dat voorwerp. In formulevorm:

$$W_{tot} = \Delta E_k$$

Hierin is:
- W_{tot} de totale arbeid op het voorwerp in joule (J);
- $\Delta E_k = E_{k,eind} - E_{k,begin}$ de verandering van de kinetische energie van dat voorwerp in joule (J).

Als er maar één kracht arbeid verricht, is W_{tot} de arbeid die door deze kracht wordt verricht. Als er meer krachten arbeid verrichten, moet je voor W_{tot} de totale arbeid invullen. In paragraaf 1 heb je gezien dat je W_{tot} op twee verschillende manieren kunt uitrekenen: eerst de resulterende kracht uitrekenen en dan de arbeid van deze resulterende kracht berekenen, of van elke kracht apart de arbeid uitrekenen en dan al deze hoeveelheden arbeid bij elkaar optellen.
Je schrijft de WAK meestal iets uitgebreider op:

$$W_{tot} = \tfrac{1}{2} \cdot m \cdot v_{eind}^2 - \tfrac{1}{2} \cdot m \cdot v_{begin}^2$$

Hierin is:
- W_{tot} de totale arbeid op het voorwerp in joule (J);
- m de massa van het voorwerp waarop de arbeid wordt verricht in kilogram (kg);
- v_{eind} de eindsnelheid, dat wil zeggen de snelheid nadat de arbeid is verricht, in meter per seconde (m s^{-1});
- v_{begin} de beginsnelheid, dat wil zeggen de snelheid voordat de arbeid wordt verricht, in meter per seconde (m s^{-1}).

Als de snelheid van een voorwerp toeneemt, is ΔE_k ofwel: $\tfrac{1}{2} \cdot m \cdot v_{eind}^2 - \tfrac{1}{2} \cdot m \cdot v_{begin}^2$ positief. Uit de WAK volgt dan dat de totale arbeid ook positief is. Dus heeft de resulterende kracht dezelfde richting als de verplaatsing.
Als de snelheid van een voorwerp kleiner wordt, is ΔE_k ofwel: $\tfrac{1}{2} \cdot m \cdot v_{eind}^2 - \tfrac{1}{2} \cdot m \cdot v_{begin}^2$ negatief. Uit de WAK volgt dan dat de totale arbeid ook negatief is. Dus werkt de resulterende kracht tegengesteld gericht aan de verplaatsing.
Hoe je met de WAK kunt werken, zie je in voorbeeldopgaven 8, 9 en 10.

Voorbeeldopgave 8

Een kracht van 0,75 N werkt op een stilstaande speelgoedtrein van 500 g (figuur 8).



◀ **figuur 8** de kracht op een speelgoedtrein

Bereken de snelheid van het treintje na 1,20 m. Verwaarloos de wrijving.

Uitwerking
Er verricht maar één kracht arbeid: de kracht van 0,75 N.
$F = 0{,}75$ N
$s = 1{,}20$ m
$m = 500$ g $= 0{,}500$ kg
$v_{begin} = 0$ m s^{-1}
Gebruik de WAK:
$W_{tot} = \Delta E_k$
$F \cdot s = ½ \cdot m \cdot v^2_{eind} - ½ \cdot m \cdot v^2_{begin}$
$0{,}75 \cdot 1{,}20 = ½ \cdot 0{,}500 \cdot v^2_{eind} - ½ \times 0{,}500 \times 0^2$
$0{,}90 = 0{,}250 \cdot v^2_{eind}$

Daaruit volgt: $v_{eind} = \sqrt{\dfrac{0{,}90}{0{,}250}} = 1{,}9$ m s^{-1}

Deze voorbeeldopgave kun je ook oplossen met de wetten van Newton.

Voorbeeldopgave 9

Een regendruppel van 60 mg valt zonder beginsnelheid omlaag over een afstand van 100 m. Bereken de snelheid waarmee de druppel neerkomt als deze een gemiddelde luchtwrijving van $35 \cdot 10^{-5}$ N ondervindt.

Uitwerking
$m = 60$ mg $= 60 \cdot 10^{-6}$ kg
$g = 9{,}81$ m s^{-2}
$F_z = m \cdot g = 60 \cdot 10^{-6} \times 9{,}81 = 5{,}886 \cdot 10^{-4}$ N
$F_w = 35 \cdot 10^{-5}$ N
$F_{res} = F_z - F_w = 5{,}886 \cdot 10^{-4} - 35 \cdot 10^{-5} = 2{,}386 \cdot 10^{-4}$ N
$s = 100$ m
$v_{begin} = 0$ m s^{-1}
Gebruik de WAK:
$W_{tot} = \Delta E_k$
$F_{res} \cdot s = ½ \cdot m \cdot v^2_{eind} - ½ \cdot m \cdot v^2_{begin}$
$2{,}386 \cdot 10^{-4} \cdot 100 = ½ \cdot 60 \cdot 10^{-6} \cdot v^2_{eind} - ½ \cdot 60 \cdot 10^{-6} \cdot 0^2$
$2{,}386 \cdot 10^{-2} = 30 \cdot 10^{-6} \cdot v^2_{eind}$

Daaruit volgt: $v_{eind} = \sqrt{\dfrac{2{,}386 \cdot 10^{-2}}{30 \cdot 10^{-6}}} = 28$ m s^{-1}

Je kunt W_{tot} ook uitrekenen door de arbeid van de zwaartekracht en de arbeid van de wrijvingskracht apart uit te rekenen en deze op te tellen.

Voorbeeldopgave 10

Een straaljager met massa 1,5 ton landt met een snelheid van 180 km h^{-1} op een vliegdekschip. Een soort elastiek, *arresting gear* genoemd, remt het vliegtuig in 30 m af tot stilstand. Bereken de gemiddelde remkracht die het elastiek op het vliegtuig uitoefent. Verwaarloos de wrijvingskrachten op het vliegtuig.

Uitwerking
Er wordt door maar één kracht arbeid verricht, namelijk de remkracht die het elastiek op het vliegtuig uitoefent. Deze arbeid is negatief.
m = 1,5 ton = $1{,}5 \cdot 10^3$ kg
v_{begin} = 180 km h^{-1} = 50,0 m s^{-1}
v_{eind} = 0 m s^{-1}
s = 30 m
Gebruik de WAK:
$W_{tot} = \Delta E_k$
$-F_{rem} \cdot s = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_{eind}^2 - \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_{begin}^2$
$-F_{rem} \cdot 30 = \frac{1}{2} \times 1{,}5 \cdot 10^3 \times 0^2 - \frac{1}{2} \times 1{,}5 \cdot 10^3 \times 50{,}0^2$
$-30 \cdot F_{rem} = -1{,}875 \cdot 10^6$
Vermenigvuldig links en rechts met –1:
$30 \cdot F_{rem} = 1{,}875 \cdot 10^6$

Daaruit volgt: $F_{rem} = \dfrac{1{,}875 \cdot 10^6}{30} = 6{,}3 \cdot 10^4$ N

Dit is de gemiddelde remkracht.

De WAK is ook bruikbaar als de kracht die arbeid verricht, niet constant is. In een (F,s)-diagram van deze kracht kun je de arbeid vinden als de oppervlakte onder de grafiek (zie paragraaf 1).

Je hebt in hoofdstuk 3 de eerste wet van Newton geleerd: de snelheid van een voorwerp is constant als de resulterende kracht op dat voorwerp nul is. Dat blijkt ook uit de WAK. Want als de resulterende kracht nul is, is de verrichte arbeid ook nul: $W = F_{res} \cdot s = 0 \cdot s = 0$ J.
De WAK zegt dan dat de verandering van de kinetische energie ook nul is ($\Delta E_k = 0$) en dat betekent dat de kinetische energie, en dus de snelheid van het voorwerp, niet verandert.

▶ **EXPERIMENT 2** Het springend gewichtje

Onthoud!

- Als de totale arbeid op een voorwerp positief is, dan neemt de kinetische energie van dat voorwerp toe.
- Als de totale arbeid op een voorwerp negatief is, dan neemt de kinetische energie van dat voorwerp af.
- De totale arbeid op een voorwerp is even groot als de verandering van de kinetische energie van dat voorwerp: $W_{tot} = \Delta E_k$. Iets uitgebreider: $W_{tot} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_{eind}^2 - \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_{begin}^2$

Opdrachten

25 WAK
Maak de volgende opdrachten.
a Geef de wet van arbeid en kinetische energie in woorden.
b Geef de wet van arbeid en kinetische energie in formulevorm.
c Hoe volgt de eerste wet van Newton uit de wet van arbeid en kinetische energie?

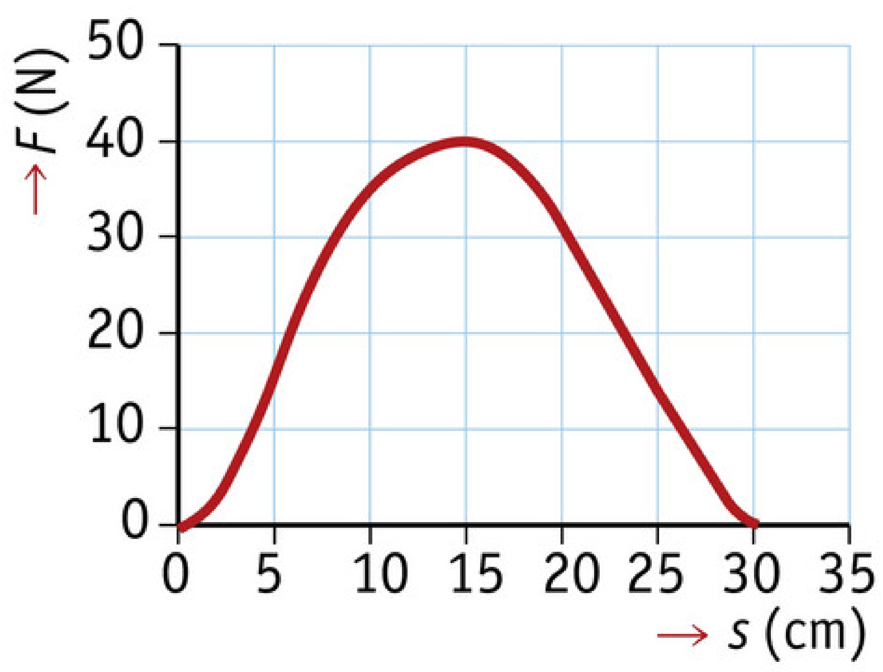
26 Vallende kogels
Een stalen kogel van 5,0 kg wordt 4,0 m boven de grond losgelaten.
a Bereken de snelheid waarmee de kogel de grond bereikt als de wrijvingskracht te verwaarlozen is.
b Bereken de snelheid waarmee de kogel de grond bereikt als de wrijvingskracht gemiddeld 6,0 N bedraagt.

Een kogel met onbekende massa wordt 6,0 m boven de grond losgelaten.
c Bereken de snelheid waarmee de kogel de grond bereikt als de wrijving te verwaarlozen is.
d Leg uit dat je de snelheid waarmee de kogel de grond bereikt, niet kunt berekenen, ook al ken je de grootte van de gemiddelde wrijvingskracht.

27 Kogel
Een kogel van 200 g vliegt met een snelheid van 2,2 km s^{-1} tegen een gipsmuur.
a Bereken hoe diep de kogel in de muur doordringt als de gemiddelde remkracht van de muur $9{,}6 \cdot 10^5$ N bedraagt.
b Bereken met welke snelheid de kogel aan de achterkant uit de muur komt als deze maar 20 cm dik zou zijn.

28 Bal omhoog
Sanne gooit vanaf een balkon op 8,0 m hoogte een bal van 300 g met 7,0 m s^{-1} omhoog. Bereken het hoogste punt ten opzichte van de grond dat deze bal bereikt als de gemiddelde wrijvingskracht op de bal 0,75 N bedraagt.

29 Voetbal wegschieten
Marcel schiet een voetbal van 430 g weg. In het diagram van figuur 9 is de spierkracht van Marcel uitgezet tegen de afstand waarover deze wordt uitgeoefend.



▲ **figuur 9** het (*F*,*s*)-diagram van het wegschieten van een bal

a Bepaal de arbeid die de spierkracht van Marcel verricht bij het wegschieten van de voetbal.
b Bepaal de snelheid waarmee hij de bal wegschiet.

30 Energieopwekking bij een stuwmeer

Bij de Chinese Drieklovendam staat het water in het stuwmeer aan de ene kant van de damwand 110 m hoger dan aan de andere kant van de damwand. Ga ervan uit dat het water bij de opwekking van elektriciteit recht omlaag valt.

Bereken met de WAK de snelheid die het water heeft na een val van 110 m.

31 Raceauto

Tijdens het testen op het racecircuit versnelt een raceauto vanuit stilstand en bereikt na 80 m een snelheid van 100 km h^{-1}.

a Leg uit na hoeveel meter de snelheid van de raceauto is verdubbeld als je ervan uit mag gaan dat de kracht van de motor en de totale wrijvingskrachten even groot blijven.

b Leg uit hoe groot de snelheid van de raceauto is na 40 m te hebben versneld als je er weer van uit mag gaan dat de kracht van de motor en de totale wrijvingskrachten even groot blijven.

32 Trein in het web

In de film *Spiderman 2* stopt de held Spiderman een op hol geslagen trein met behulp van draden gesponnen uit spinrag. De trein in de film heeft een beginsnelheid van 25 m s^{-1} en wordt in 50 s eenparig vertraagd tot stilstand gebracht. De massa van de trein met inzittenden is $2{,}0 \cdot 10^5$ kg.

Bereken de resulterende kracht die nodig is om de trein af te remmen.

naar: examen 2015-II

33 Helling

Onder aan een helling met een hellingshoek van 34° ligt een voorwerp van 20,0 kg. Op dit voorwerp gaat evenwijdig aan het vlak omhoog een kracht F_1 werken van 150 N. De wrijvingskracht op het voorwerp is 15 N.

a Bereken de resulterende kracht op het voorwerp.

b Bereken de snelheid van het voorwerp na 30 m.

+34 Uitrijden

Rolina (60 kg) fietst met een snelheid van 18 km h^{-1}. Als ze stopt met trappen en zich laat uitrijden, staat ze na 600 m stil.

a Bereken de gemiddelde wrijvingskracht als haar fiets 7,0 kg weegt.

b Bereken de wrijvingsarbeid.

c Teken een grafiek waarin de kinetische energie van Rolina tijdens het uitrijden is uitgezet tegen de afstand.

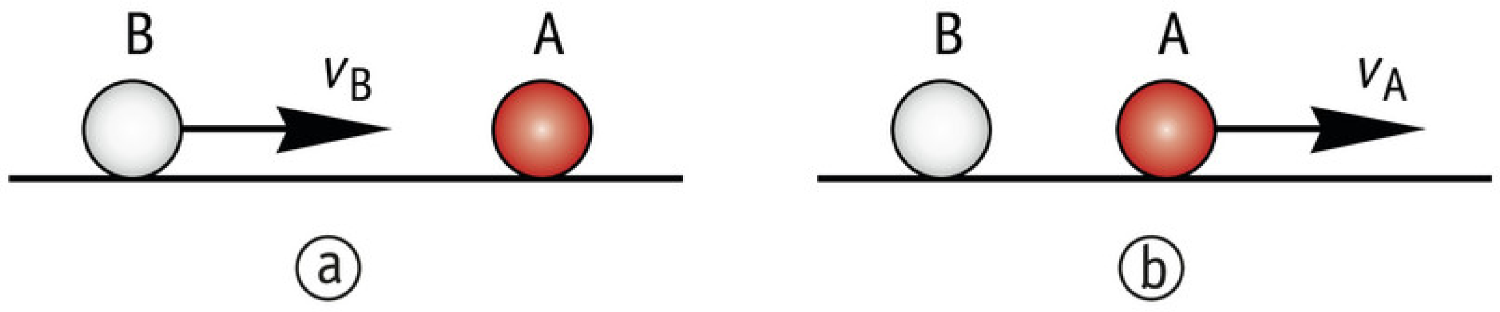
4 Wet van behoud van energie

In deze paragraaf leer je:
- energieoverdracht en -omzetting kennen;
- de wet van behoud van energie toepassen;
- de warmte berekenen die ontstaat als gevolg van wrijving.

Energie kan worden omgezet of overgedragen. Bij al deze processen geldt een van de belangrijkste wetten in de natuurkunde: de wet van behoud van energie.

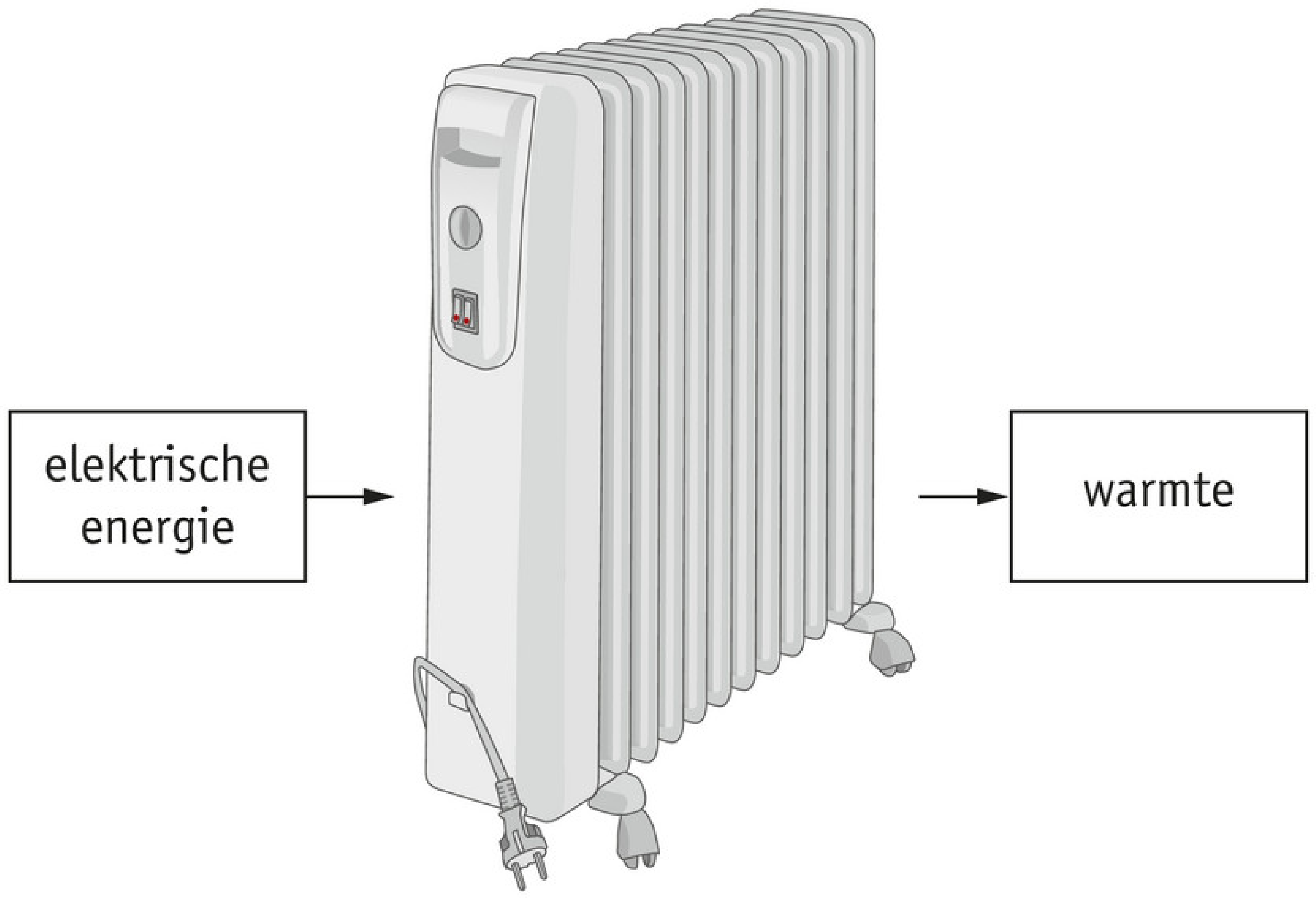
Energieoverdracht en energieomzetting

Bij **energieoverdracht** geeft het ene voorwerp zijn energie geheel of gedeeltelijk aan een ander voorwerp af. In figuur 10 zie je daar een voorbeeld van. In figuur 10a ligt biljartbal A stil en rolt biljartbal B naar biljartbal A. In figuur 10b zie je hoe na de botsing tussen de twee ballen biljartbal B stilligt en biljartbal A wegrolt. Biljartbal B heeft zijn energie overgedragen aan biljartbal A.



▲ **figuur 10** Biljartbal B draagt zijn energie over aan biljartbal A.

Bij **energieomzetting** verandert de ene energiesoort in een of meer andere energiesoorten. Zo zet een elektrische kachel elektrische energie (die de kachel ingaat) om in warmte (die de kachel uitgaat). Dat is in figuur 11 weergegeven.



▲ **figuur 11** Een kachel zet elektrische energie om in warmte.

Wet van behoud van energie

Zowel bij overdracht als bij omzetting van energie geldt de **wet van behoud van energie**: bij alle omzettingen en overdrachten van energie blijft de totale hoeveelheid energie behouden. Dat betekent dat de energie voor de overdracht of omzetting even groot is als de totale energie na de overdracht of omzetting. Er gaat dus bij geen enkel proces energie verloren. Je schrijft dat ook wel als volgt:

$$E_{tot,in} = E_{tot,uit}$$

Hierin is:
- $E_{tot,in}$ de totale hoeveelheid energie voor de overdracht of omzetting in joule (J);
- $E_{tot,uit}$ de totale hoeveelheid energie na de overdracht of omzetting in joule (J).

In voorbeeldopgave 11 zie je hoe je met de wet van behoud van energie kunt werken.

Voorbeeldopgave 11

Twee biljartballen A en B hebben allebei een massa van 210 g. Bal A botst met 0,40 m s^{-1} tegen bal B die beweegt met een snelheid van 0,80 m s^{-1}. Na de botsing heeft bal A een snelheid van 0,50 m s^{-1}. Bij de botsing komt $4{,}5\cdot10^{-3}$ J warmte vrij.
Bereken de snelheid van bal B na de botsing.

Uitwerking
Voor de botsing hebben biljartbal A en B allebei kinetische energie.
$m_A = 210 \text{ g} = 0{,}210 \text{ kg}$
$v_{A,voor} = 0{,}40 \text{ m s}^{-1}$
$m_B = 210 \text{ g} = 0{,}210 \text{ kg}$
$v_{B,voor} = 0{,}80 \text{ m s}^{-1}$
Er geldt:
$E_{tot,in} = E_{kA,voor} + E_{kB,voor}$
$E_{tot,in} = \frac{1}{2} \cdot m_A \cdot v^2_{A,voor} + \frac{1}{2} \cdot m_B \cdot v^2_{B,voor}$
$E_{tot,in} = \frac{1}{2} \times 0{,}210 \times 0{,}40^2 + \frac{1}{2} \times 0{,}210 \times 0{,}80^2 = 8{,}4\cdot10^{-2} \text{ J}$

Na de botsing hebben bal A en B nog steeds allebei kinetische energie en is er warmte vrijgekomen.
Er geldt:
$E_{tot,uit} = E_{kA,na} + E_{kB,na} + Q$
$E_{tot,uit} = \frac{1}{2} \cdot m_A \cdot v^2_{A,na} + \frac{1}{2} \cdot m_B \cdot v^2_{B,na} + Q$
$E_{tot,uit} = \frac{1}{2} \cdot 0{,}210 \cdot 0{,}50^2 + \frac{1}{2} \cdot 0{,}210 \cdot v^2_{B,na} + 4{,}5\cdot10^{-3}$
$E_{tot,uit} = 3{,}075\cdot10^{-2} + 0{,}105 \cdot v^2_{B,na}$
Pas de wet van behoud van energie toe: $E_{tot,in} = E_{tot,uit}$
$8{,}4\cdot10^{-2} = 3{,}075\cdot10^{-2} + 0{,}105 \cdot v^2_{B,na}$
Hieruit volgt: $0{,}105 \cdot {v_{B,na}}^2 = 8{,}4\cdot10^{-2} - 3{,}075\cdot10^{-2} = 5{,}325\cdot10^{-2}$, waaruit ten slotte volgt:

$$v_{B,na} = \sqrt{\frac{5{,}325\cdot10^{-2}}{0{,}105}} = 0{,}71 \text{ m s}^{-1}$$

Omdat de wet van behoud van energie voor alle processen geldt, kun je ook zeggen dat de totale energie in de natuur altijd even groot is. Dit is ook de wet van behoud van energie, maar nu op grotere schaal. Omdat er zich oneindig veel processen tegelijkertijd afspelen in de natuur, is het niet mogelijk de wet van behoud van energie in deze vorm te bewijzen. Toch twijfelt geen enkele natuurkundige eraan.

Bij veel energieomzettingen wordt kinetische energie omgezet in zwaarte-energie en omgekeerd. Dit is bijvoorbeeld het geval als een voorwerp een vrije val uitvoert of als je een voorwerp omhoog, omlaag of horizontaal gooit of onder een bepaalde hoek. Als je de wrijvingskrachten kunt verwaarlozen, spelen alleen kinetische energie en zwaarte-energie een rol. Ook in deze situaties kun je de wet van behoud van energie $E_{tot,in} = E_{tot,uit}$ toepassen. Dat zie je in voorbeeldopgaven 12 en 13.

Voorbeeldopgave 12

Een toerist verliest zijn verrekijker vanaf een 80 m hoge uitkijktoren.

a Bereken met welke snelheid de verrekijker de grond bereikt. Verwaarloos de luchtwrijving.

b Waar blijft de energie bij de botsing van de verrekijker met de grond?

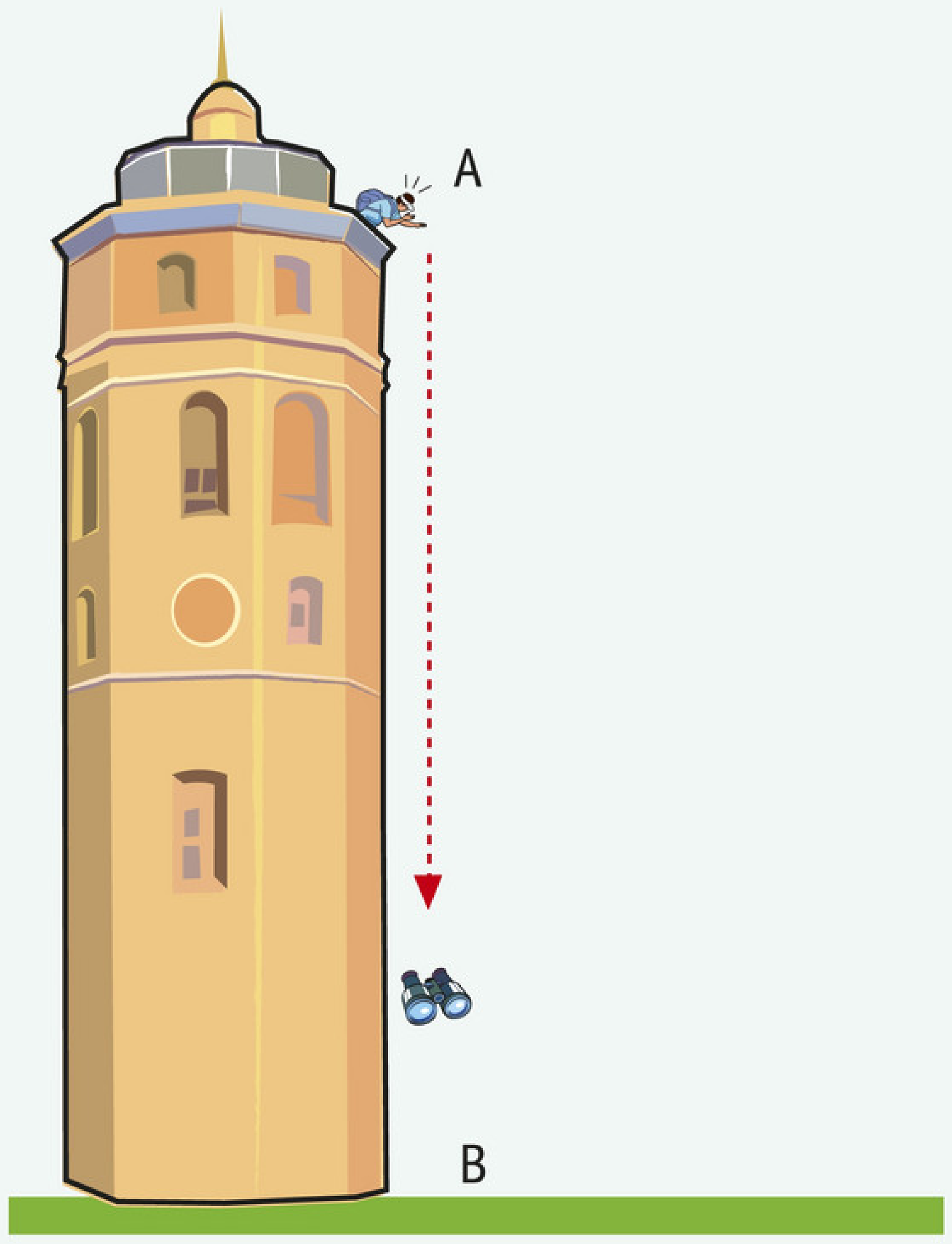
Uitwerking

a Noem het beginpunt van de val van de verrekijker boven op de toren A en het eindpunt van deze val op de grond B (figuur 12).

Op het moment dat de verrekijker begint te vallen, heeft deze zwaarte-energie (de kijker bevindt zich op 80 m hoogte) en nog geen kinetische energie (want de kijker begint met snelheid 0 m s^{-1} aan de val).

$h_A = 80$ m

$g = 9{,}81$ m s^{-2}



◀ **figuur 12** Een toerist verliest zijn verrekijker.

Er geldt dus:

$E_{tot,in} = m \cdot g \cdot h_A = m \cdot 9{,}81 \cdot 80 = 784{,}8 \cdot m$

Op het moment waarop de verrekijker de grond bereikt, heeft de kijker geen zwaarte-energie meer ($h = 0$ m, dus $E_z = 0$ J), maar alleen nog kinetische energie.

Er geldt: $E_{tot,uit} = E_{kB} = ½ \cdot m \cdot v_B^2$

Pas de wet van behoud van energie toe: $E_{tot,in} = E_{tot,uit}$

$784{,}4 \cdot m = ½ \cdot m \cdot v_B^2$

Links en rechts delen door m geeft: $784{,}4 = ½ \cdot v_B^2$ ofwel: $1569{,}6 = v_B^2$

Daaruit volgt: $v_B = \sqrt{1569{,}6} = 40$ m s^{-1}

Opmerking: je ziet dat de massa van de verrekijker niet van invloed is.

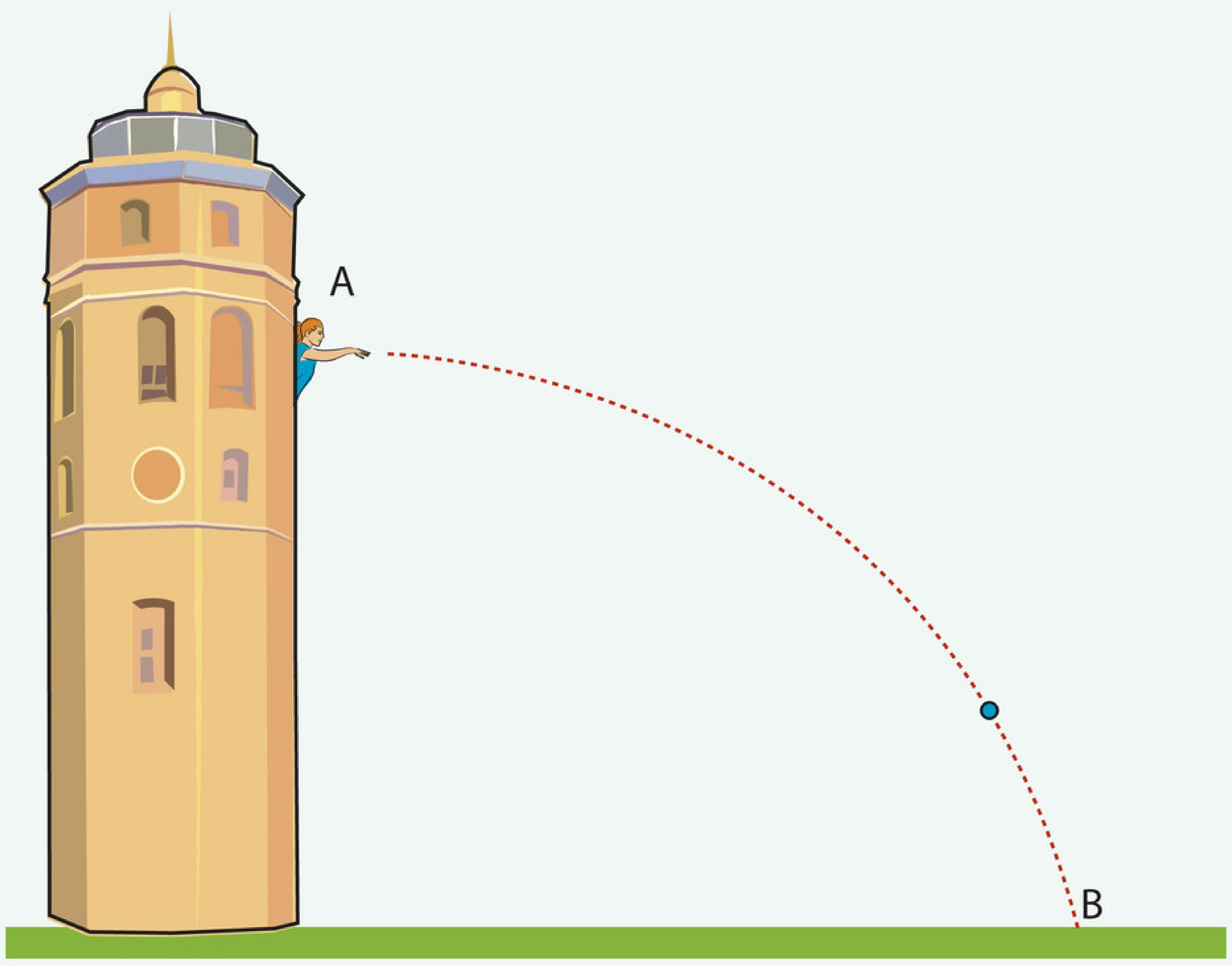
b Na de botsing met de grond lijkt alle energie te zijn verdwenen. Maar dat kan natuurlijk niet volgens de wet van behoud van energie. Bij de botsing met de grond wordt de kinetische energie van de verrekijker omgezet in warmte Q. De hoeveelheid warmte die bij de botsing ontstaat, is even groot als de kinetische energie van de verrekijker bij de botsing met de grond (en die is weer even groot als de zwaarte-energie van de verrekijker op het moment dat de val ervan begon). Om deze hoeveelheid warmte uit te rekenen, heb je de massa van de verrekijker nodig.

Voorbeeldopgave 13

Annet staat op een 10 m hoge toren. Ze gooit een tennisbal met een snelheid van 6,0 m s^{-1} weg in horizontale richting.
Bereken de snelheid waarmee de tennisbal de grond raakt. Verwaarloos de luchtwrijving.

Uitwerking
Geef het punt waarop de bal wordt weggegooid aan met de letter A en het punt waar de bal de grond bereikt met punt B (figuur 13).

Op het moment van gooien heeft de tennisbal zowel zwaarte-energie (hij bevindt zich op 10 m hoogte) als kinetische energie (hij heeft een snelheid van 6,0 m s^{-1}).
$h_A = 10$ m
$v_A = 6{,}0$ m s^{-1}



◀ **figuur 13** Annet gooit een tennisbal horizontaal weg van een toren.

Er geldt:
$E_{tot,in} = E_{k,A} + E_{z,A}$
$E_{tot,in} = ½ \cdot m \cdot v_A^2 + m \cdot g \cdot h_A$
$E_{tot,in} = ½ \cdot m \cdot 6{,}0^2 + m \cdot 9{,}81 \cdot 10$
$E_{tot,in} = 18 \cdot m + 98{,}1 \cdot m = 116{,}1 \cdot m$
Op het moment dat de bal de grond raakt, heeft hij geen zwaarte-energie meer ($h_B = 0$ m, dus $E_{z,B} = 0$ J), maar alleen nog kinetische energie.
Er geldt: $E_{tot,uit} = E_{k,B} = ½ \cdot m \cdot v_B^2$
Pas de wet van behoud van energie toe: $E_{tot,in} = E_{tot,uit}$
$116{,}1 \cdot m = ½ \cdot m \cdot v_B^2$
Links en rechts door m delen geeft: $116{,}1 = ½ \cdot v_B^2$ ofwel: $232{,}2 = v_B^2$
Daaruit volgt: $v_B = 15$ m s^{-1}
De tennisbal komt dus met 15 m s^{-1} neer.

Opmerkingen
- De richting waarin de tennisbal wordt weggegooid, is niet van belang. Ook als de tennisbal omlaag, omhoog of schuin wordt weggegooid met een snelheid van 6,0 m s^{-1}, komt hij op de grond met een snelheid van 15 m s^{-1}, want de totale energie bij het weggooien is even groot als in voorbeeldopgave 13 en dus is de totale energie bij het neerkomen ook even groot.
- Ook in deze voorbeeldopgave is de massa van de tennisbal niet van invloed.

Wrijvingsarbeid

Als wrijving optreedt, moet je behalve met zwaarte-energieën en kinetische energieën ook rekening houden met de wrijvingsarbeid. In die gevallen wordt energie namelijk ook omgezet in warmte. De hoeveelheid warmte die ontstaat, is gelijk aan de **wrijvingsarbeid**. Dat is de arbeid die de wrijvingskracht W_{Fw} verricht met weglating van het minteken (want die arbeid is negatief, omdat de wrijvingskracht tegengesteld werkt aan de verplaatsingsrichting).
Er geldt dus:

$$Q = F_w \cdot s$$

Hierin is:
- Q de ontstane warmte in joule (J);
- F_w de grootte van de wrijvingskracht in newton (N);
- s de verplaatsing in meter (m).

Als wrijving optreedt, kun je de wet van behoud van energie toepassen, maar je mag de ontstane warmte dan niet vergeten. Hoe je dat doet, zie je in voorbeeldopgave 14.

Voorbeeldopgave 14

Een steen van 57 g valt van een toren van 150 m hoogte.
Bereken met de wet van behoud van energie de snelheid waarmee de steen de grond bereikt.
De gemiddelde luchtwrijving is 0,020 N.

Uitwerking
Noem het beginpunt van de val van de steen boven op de toren A en het eindpunt van deze val op de grond B.
$m = 57 \text{ g} = 0{,}057 \text{ kg}$
$h_A = 150 \text{ m}$
$F_w = 0{,}020 \text{ N}$
$E_{tot,in} = E_{z,A} = m \cdot g \cdot h_A = 0{,}057 \times 9{,}81 \times 150 = 83{,}8755 \text{ J}$ (tussenresultaat, dus het aantal significante cijfers is niet belangrijk)
$E_{tot,uit} = E_{k,B} + Q$
$E_{tot,uit} = ½ \cdot m \cdot v_B^2 + F_w \cdot s$
$E_{tot,uit} = ½ \cdot 0{,}057 \cdot v_B^2 + 0{,}020 \times 150$ (let op: geen minteken bij 0,020 × 150)
$E_{tot,uit} = 0{,}0285 \cdot v_B^2 + 3{,}0$
Pas de wet van behoud van energie toe: $E_{tot,in} = E_{tot,uit}$
$83{,}8755 = 0{,}0285 \cdot v_B^2 + 3{,}0$
Hieruit volgt: $0{,}0285 \cdot v_B^2 = 83{,}8755 - 3{,}0 = 80{,}8755$

Dat levert $v_B = \sqrt{80{,}8755} = 9{,}0 \text{ m s}^{-1}$

De steen komt dus met 9,0 m s^{-1} neer.
In dit voorbeeld kun je de massa dus niet links en rechts weg delen. Je had deze voorbeeldopgave overigens ook kunnen oplossen met de WAK (probeer dat zelf).

Onthoud!

- Bij de overdracht van energie geeft het ene voorwerp zijn energie geheel of gedeeltelijk af aan een ander voorwerp.
- Een apparaat dat energie omzet, verandert de ene energiesoort in een of meer andere energiesoorten.
- Bij alle overdrachten en omzettingen van energie blijft de totale hoeveelheid energie behouden. Dit is de wet van behoud van energie: $E_{tot,in} = E_{tot,uit}$
- Door wrijvingskrachten ontstaat warmte. De hoeveelheid warmte die ontstaat, is gelijk aan de wrijvingsarbeid zonder minteken: $Q = F_w \cdot s$

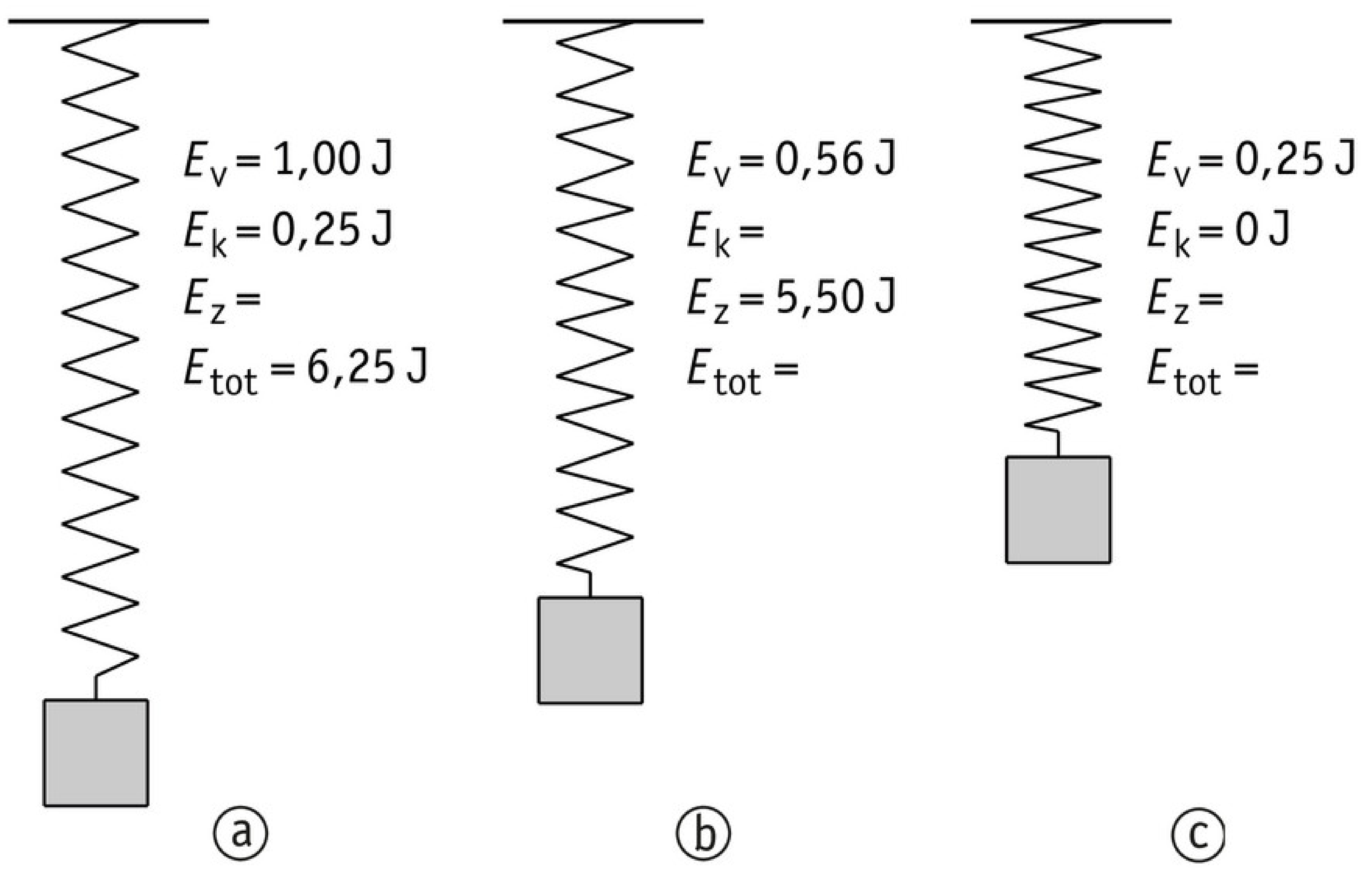
Opdrachten

35 Overdracht en omzetting van energie
Maak de volgende opdrachten.
a Leg uit wat wordt bedoeld met de overdracht van energie.
b Leg uit wat wordt bedoeld met de omzetting van energie.
c Hoe luidt de wet van behoud van energie?
d Wat wordt verstaan onder wrijvingsarbeid?
e Hoe bereken je de warmte die ontstaat door de wrijvingskracht?

36 Energieomzettingen
Welke energieomzetting vindt plaats als:
a een auto gaat rijden over een horizontale weg?
b een trampolinespringer omhoog veert en loskomt van de trampoline?
c een lucifer wordt aangestoken?
d een bal een helling af rolt?

37 Radiografische auto
Leg uit welke energieoverdrachten en -omzettingen er achtereenvolgens plaatsvinden als een radiografisch bestuurbare auto (op batterijen) gaat rijden.

38 Trillend blokje
Een blokje aan een veer trilt op en neer, waardoor er voortdurend energieomzettingen plaatsvinden. Het blokje dat aan de veer hangt en trilt, bezit drie soorten energie: veer-energie (E_v), kinetische energie (E_k) en zwaarte-energie (E_z). De totale energie van het blok-je wordt E_{tot} genoemd (figuur 14).



▲ **figuur 14** energieomzettingen bij een trillend blokje

Noteer de ontbrekende getallen en leg uit hoe je aan deze getallen bent gekomen. Verwaarloos de wrijving.

39 Omhooggeschoten kogel
Een kogel van 300 g wordt omhooggeschoten met een snelheid van 40 m s^{-1}.
Bereken de maximale hoogte die de kogel bereikt als:
a de luchtwrijving te verwaarlozen is.
b de luchtwrijving gemiddeld 0,60 N bedraagt.

40 Energieopwekking bij een stuwmeer
Bij de Chinese Drieklovendam staat het water in het stuwmeer aan de ene kant van de damwand 110 m hoger dan aan de andere kant van de damwand. Ga ervan uit dat het water bij de opwekking van elektriciteit recht omlaag valt.
a Bereken met de wet van behoud van energie de snelheid die het water heeft na deze val van 110 m.
b Vergelijk je antwoord op opdracht a met het antwoord op opdracht 33.

41 Kogel dringt door in hout
Een kogel van 10 g heeft een snelheid van 300 m s^{-1}. De kogel dringt in een blok hout van 2740 g. Het geheel krijgt een snelheid van 1,50 m s^{-1}.
a Bereken hoeveel warmte er vrijkomt als de kogel het blok hout binnendringt.
b De kogel dringt 14 cm door in het blok hout.
Bereken de remkracht die de kogel van het hout ondervindt.

42 Knikkers
Hermke staat op een 20,0 m hoog gebouw met vier knikkers. Verwaarloos in deze opdracht de wrijving.
a Hermke laat een knikker vallen.
Bereken de snelheid waarmee de knikker de grond raakt.
b Hermke gooit de tweede knikker met 4,00 m s^{-1} omhoog.
Bereken de snelheid waarmee de knikker de grond raakt.
c Hermke gooit de derde knikker met 4,00 m s^{-1} omlaag.
Bereken de snelheid waarmee de knikker de grond raakt.
d Hermke gooit de vierde knikker met 4,00 m s^{-1} horizontaal weg.
Bereken de snelheid waarmee deze knikker de grond raakt.

43 Veer en vulling van een pen
Marijne haalt een pen uit elkaar. Ze duwt de vulling in de veer, drukt de veer in en laat deze dan los. Daarop vliegt de 7,0 g zware vulling 30 cm recht omhoog en de 3,0 g zware veer vliegt 10 cm recht omhoog (figuur 15).



▶ **figuur 15** De vulling en de veer vliegen omhoog.

a Bereken hoeveel veerenergie er voor het wegschieten aanwezig was.
b Hoeveel arbeid heeft Marijne verricht bij het indrukken van de veer?

44 Model van een vrije val

Een kogel wordt van een bepaalde hoogte losgelaten. Het volgende model van deze val kan de snelheid van de vallende kogel tekenen als functie van de hoogte.

a Van welke hoogte wordt het voorwerp losgelaten?

b Leg uit wat het getal 19 620 voorstelt in de derde modelregel. Laat zien dat dit getal overeenkomt met de gegeven startwaarden en constanten.

c Leg uit dat dit model gebruikmaakt van de wet van behoud van energie.

d Leg de vierde modelregel uit.

e Reken de eerste drie rekenslagen van het model door.

f Het model is niet af. Bij het gegeven model blijft de computer in principe altijd maar doorrekenen.
Pas het model aan zodat de computer stopt als de kogel de grond raakt.

modelregels	startwaarden en constanten
h = h – dh Ez = m*g*h Ek = 19620 – Ez v = sqrt (2*Ek/m)	h = 1,0E3 dh = 1,0 v = 0 g = 9,81 m = 2,0

+45 Loodkorrels

Een koker met 50 loodkorrels van elk 20 g wordt 72 keer snel omgedraaid. Elke keer vallen de loodkorrels gemiddeld 80 cm naar beneden. Na 72 keer draaien is de temperatuur van de loodkorrels in de buis gestegen van 20,3 °C tot 24,4 °C. Ga ervan uit dat de korrels tijdens de val geen wrijving ondervinden en dat alle warmte naar de loodkorrels gaat.

a Bereken uit deze gegevens de soortelijke warmte van lood.

b Zoek de soortelijke warmte van lood op in Binas en vergelijk de waarde die je in opdracht a hebt berekend met de gegeven waarde.

c Zou de uitkomst van opdracht a anders zijn geweest als de korrels lood geen 20 g maar 25 g hadden gewogen?

d In werkelijkheid komt niet alle warmte ten goede aan de loodkorrels, maar stijgen ook de koker en de lucht in de koker een beetje in temperatuur.
Leg uit waarom hierdoor de bij opdracht a berekende soortelijke warmte van lood te groot is.

5 Vermogen

In deze paragraaf leer je:

- de grootheid vermogen kennen;
- het vermogen op drie manieren berekenen.

De motor in een gemiddelde personenauto kan 30 000 J arbeid verrichten. Ook het motortje in een radiografische auto op batterijen kan 30 000 J arbeid verrichten (figuur 16). Beide motoren kunnen deze arbeid niet in dezelfde tijd leveren. De motor in een personenauto doet dat in ongeveer 0,40 s. De motor in de radiografische auto heeft daar een uur voor nodig. Om de twee motoren beter met elkaar te kunnen vergelijken, is de grootheid vermogen ingevoerd.



▲ **figuur 16** een personenauto en een radiografisch bestuurde auto

De grootheid vermogen

Het **vermogen *P*** van een apparaat dat arbeid verricht, is de arbeid die per seconde wordt verricht. Je kunt het vermogen berekenen met de formule:

$$P = \frac{W}{t}$$

Hierin is:
- P het vermogen in joule per seconde ($J\ s^{-1}$); dit wordt watt (W) genoemd;
- W de verrichte arbeid in joule (J);
- t de tijdsduur waarin deze arbeid werd verricht in seconde (s).

Je kunt met deze formule ook het vermogen uitrekenen van een mens die arbeid verricht. Dat zie je in voorbeeldopgave 15.

Voorbeeldopgave 15

Een gewichtheffer tilt in 2,4 s een halter van 80 kg met constante snelheid 2,3 m omhoog. Bereken het vermogen dat de gewichtheffer hiervoor moet leveren.

Uitwerking
$m = 80$ kg
$g = 9{,}81\ m\ s^{-2}$
$s = 2{,}3$ m
$t = 2{,}4$ s
Doordat de halter met constante snelheid wordt opgetild, geldt:
$F_{spier} = F_z = m \cdot g = 80 \times 9{,}81 = 785$ N.
$W = F_{spier} \cdot s = 785 \times 2{,}3 = 1{,}81 \cdot 10^3$ J

$$P = \frac{W}{t} = \frac{1{,}81 \cdot 10^3}{2{,}4} = 75 \cdot 10^2\ W$$

Er zijn veel apparaten die geen arbeid verrichten en niets verplaatsen, maar wel een vermogen hebben, zoals een broodrooster, een lamp en een eierwekker. Deze apparaten zetten energie om. Voor het vermogen van energieomzetters geldt een andere definitie: het vermogen is de energie die een apparaat per seconde omzet. Je kunt het vermogen berekenen met de volgende formule:

$$P = \frac{E}{t}$$

Hierin is:
- P het vermogen in joule per seconde (J s^{-1}); dit wordt watt (W) genoemd;
- E de omgezette energie in joule (J);
- t de tijdsduur waarin deze energie wordt omgezet in seconde (s).

Je kunt de omgezette energie of arbeid behalve in joule ook uitdrukken in kilowattuur (kWh). Je moet dan in de twee formules voor het vermogen de tijd uitdrukken in uur (h) en het vermogen in kilowatt (kW).

Nog een formule voor vermogen

Van voorwerpen die een constante snelheid hebben, is het vermogen ook op een andere manier uit te rekenen. Er geldt dan:

$$W = F \cdot s \qquad \text{[formule 1]}$$

Hierin is F de voortstuwende kracht, dus de kracht van de motor, de wind of de spierkracht. F is in deze formule de kracht die de beweging veroorzaakt en niet de tegenwerkende kracht. Voor het vermogen geldt:

$$P = \frac{W}{t} \qquad \text{[formule 2]}$$

Als je formule 1 invult in formule 2, krijg je: $P = \frac{F \cdot s}{t}$
Hiervan kun je maken:

$$P = F \cdot \frac{s}{t} \qquad \text{[formule 3]}$$

In hoofdstuk 1 heb je geleerd dat:

$$v = \frac{s}{t} \qquad \text{[formule 4]}$$

Met behulp van formule 4 gaat formule 3 over in:

$$P = F \cdot v$$

Hierin is:
- P het geleverde vermogen in watt (W);
- F de voortstuwende kracht in newton (N);
- v de snelheid in meter per seconde (m s^{-1}).

Je gebruikt deze formules meestal bij vervoermiddelen zoals auto's, fietsen, boten en vliegtuigen. Soms is in een opdracht niet de voortstuwende kracht gegeven, maar de tegenwerkende kracht. Als de snelheid constant is, is de voortstuwende kracht echter gelijk aan de tegenwerkende kracht. Omdat de snelheid constant is, moet de versnelling wel nul zijn en daarmee de resulterende kracht ook.

Voorbeeldopgave 16
Jeanette heeft een fietstocht gemaakt met een constante snelheid van 7,75 m s^{-1}. Het vermogen waarmee ze fietst, is 1,5·10^2 W.
Bepaal de grootte van de wrijvingskracht die ze dan ondervindt.

Uitwerking
$P = 1{,}5 \cdot 10^2$ W
$v = 7{,}75$ m s^{-1}
$P = F \cdot v$ invullen geeft: $1{,}5 \cdot 10^2 = F \cdot 7{,}75$

Daaruit volgt: $F = \dfrac{1{,}5 \cdot 10^2}{7{,}75} = 19$ N

De voortstuwende kracht (trapkracht) is dus 19 N. Omdat de snelheid van Jeanette constant is, moet de resulterende kracht nul zijn. Dat betekent dat de tegenwerkende wrijvingskracht ook 19 N moet zijn.

▶ **EXPERIMENT 3** Vermogen bij traprennen

Onthoud!

- Het vermogen is de arbeid die per seconde wordt verricht. Je rekent dit vermogen uit met de formule $P = \dfrac{W}{t}$
- Het vermogen is ook de energie die een apparaat per seconde omzet. Je rekent dit vermogen uit met de formule $P = \dfrac{E}{t}$
- Voor voorwerpen die met constante snelheid bewegen, kun je het vermogen ook uitrekenen met $P = F \cdot v$. In deze formule is F de voortstuwende kracht. Bij constante snelheid is de tegenwerkende kracht even groot.

Opdrachten

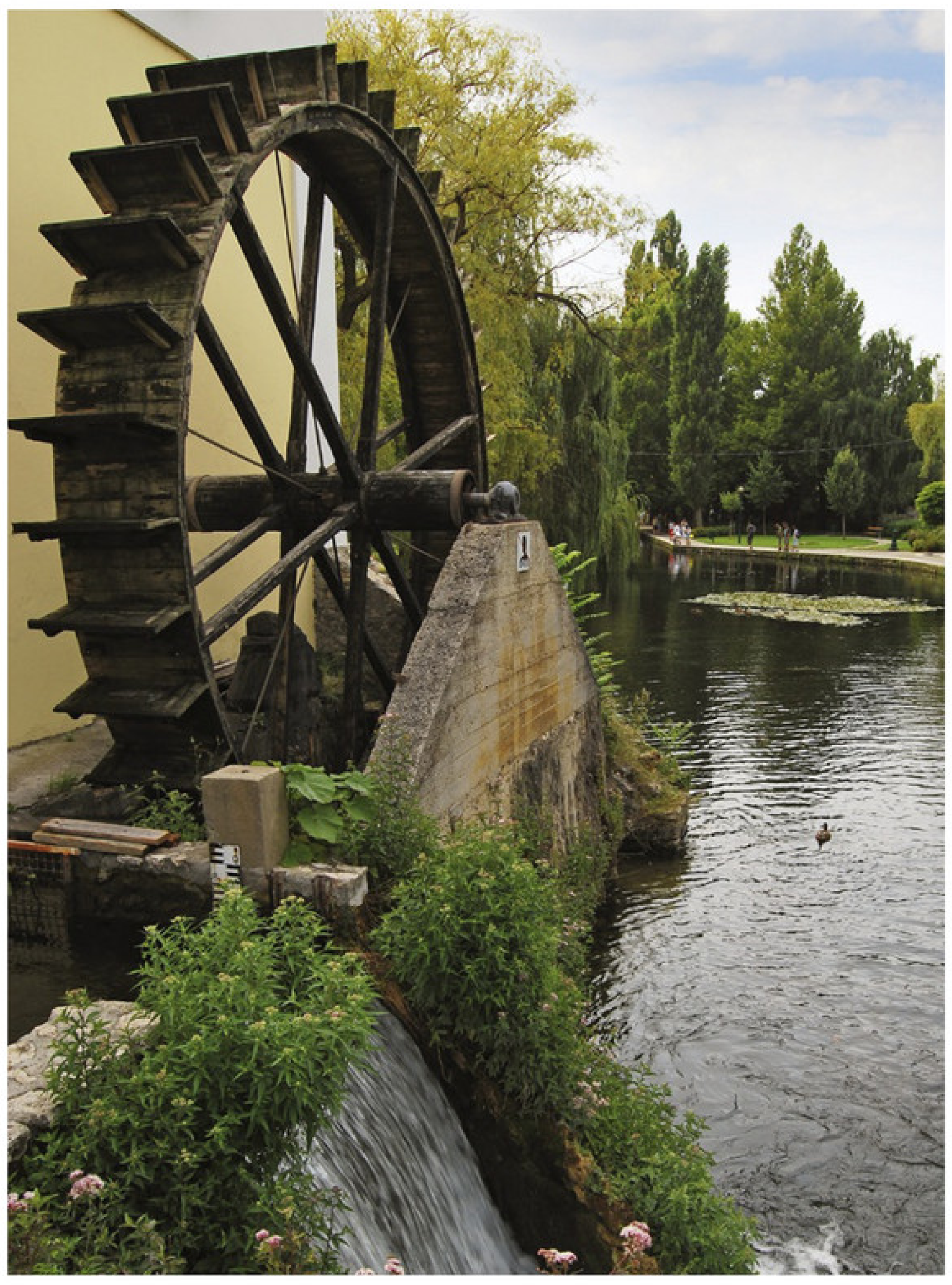
46 Vermogen
Maak de volgende opdrachten.
a Geef twee definities van de grootheid vermogen.
b Geef de formules waarmee je het vermogen kunt uitrekenen.
c In welke eenheden worden de grootheden in deze formules uitgedrukt?
d Wat weet je over de voortstuwende kracht en de tegenwerkende kracht op een voorwerp dat met constante snelheid beweegt?

47 Vrachtwagen laden
Bij het laden van een vrachtwagen tilt Mieke dertig zakken aardappelen van elk 20 kg 75 cm omhoog. Zij doet dat in 2,0 min.
Bereken het vermogen dat Mieke levert.

48 Rivier
In 5,0 s stroomt er 1500 m^3 water op een bepaald punt door een rivier. Het water heeft een snelheid van 2,6 m s^{-1}.
Bereken het vermogen van dat stromende water.

49 Eenvoudige elektriciteitscentrale

Een eenvoudige elektriciteitscentrale bestaat uit een schoepenrad in een beek die een dynamo aandrijft (figuur 17). Het water komt met een snelheid van 2,5 m s^{-1} het schoepenrad binnen en verlaat het rad met 1,3 m s^{-1}. Elke minuut passeert 1,5 m^3 water het schoepenrad. Bereken het elektrisch vermogen dat de dynamo afgeeft als er geen verliezen optreden.



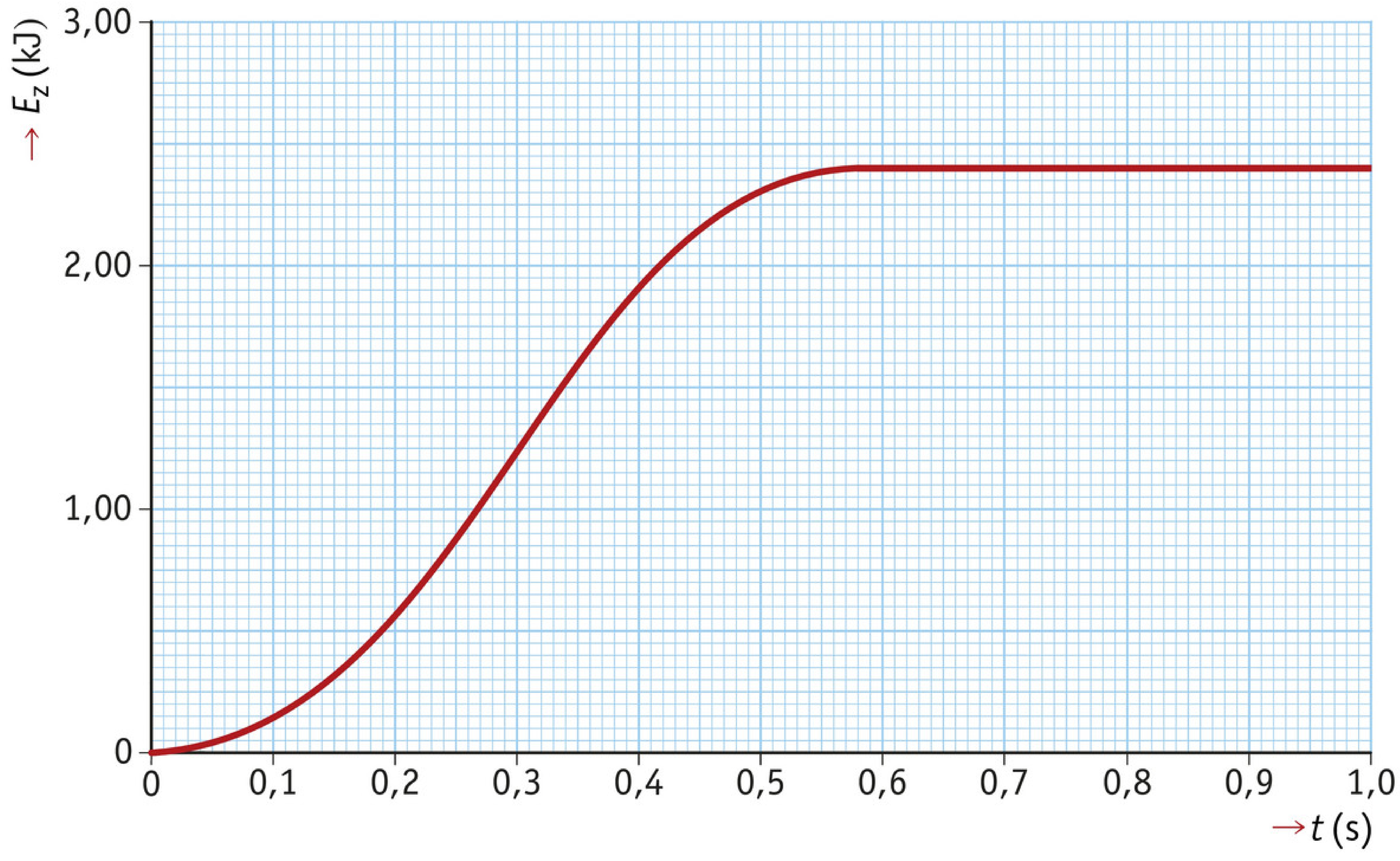
◀ **figuur 17** een schoepenrad

50 Halter

Een halter waarmee een gewichtheffer oefent, heeft een massa van 140 kg. De gewichtheffer tilt de halter op (figuur 18). In figuur 19 is de zwaarte-energie E_z van de halter ten opzichte van de grond als functie van de tijd weergegeven.



▲ **figuur 18** Een gewichtheffer tilt een halter op.



▲ **figuur 19** het (E_z,t)-diagram van de halter

a Bepaal de hoogte waarover de halter wordt verplaatst.

b Bepaal het gemiddelde vermogen dat de gewichtheffer moet leveren tijdens het omhoogbrengen van de halter.

c Nadat de gewichtheffer de halter een aantal seconden omhoog heeft gehouden, gooit hij de halter in horizontale richting van zich af met een snelheid van 1,2 m s^{-1}. Bepaal de snelheid waarmee de halter de grond raakt.

51 Scheepslift

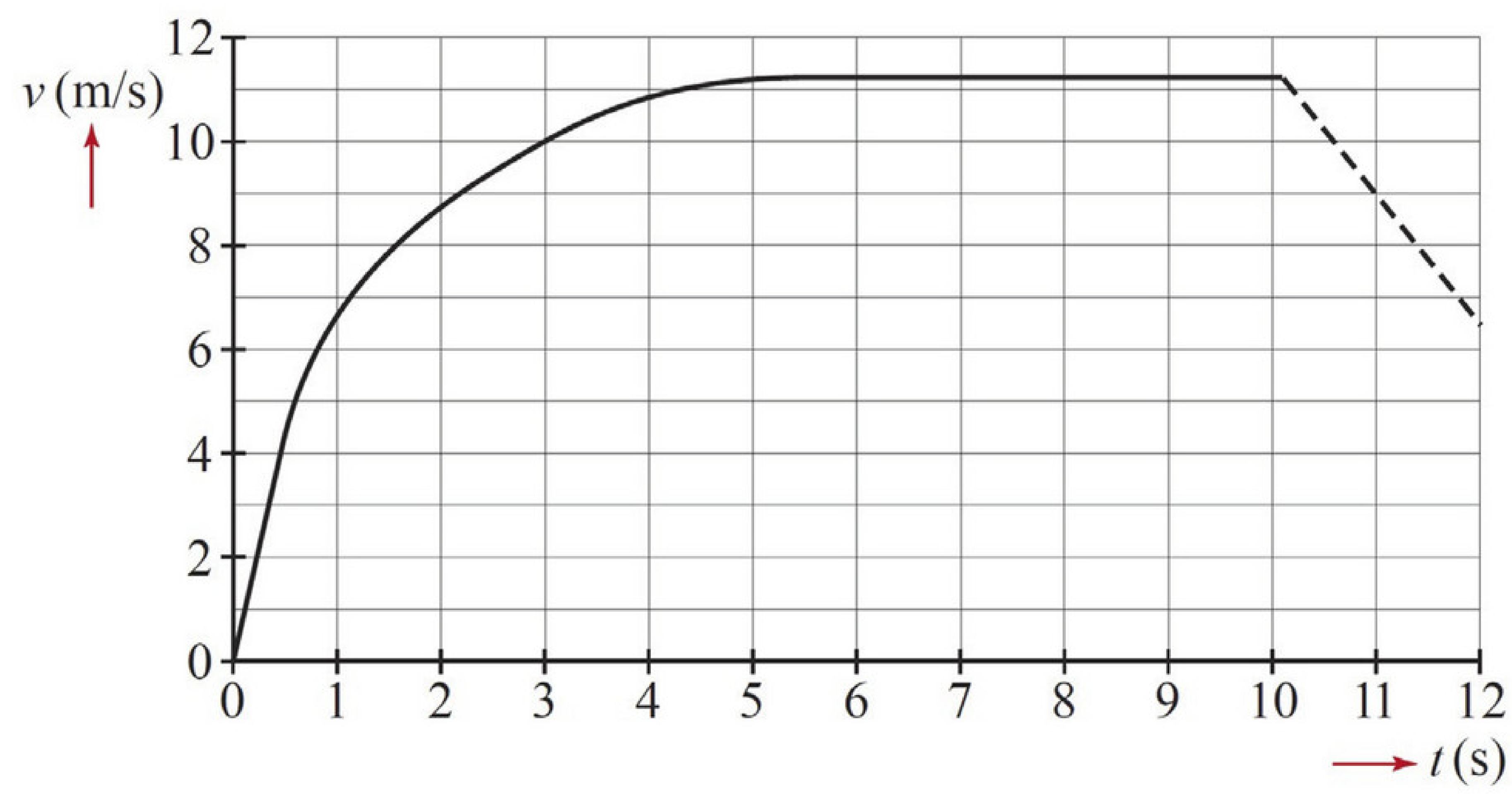
De Chinese Drieklovendam in de rivier Jangtsekiang is 's werelds grootste waterkrachtcentrale en dam. Bij deze dam is ook een scheepslift gebouwd voor het vervoer van schepen tot 3000 ton. Met de lift wordt een hoogteverschil van gemiddeld 113 m overbrugd. Het omhoogbrengen van een schip van 3000 ton duurt 35 min.

a Bereken het vermogen dat de scheepslift hiervoor nodig heeft.

b Geef een reden waarom de scheepslift in werkelijkheid een groter vermogen moet leveren.

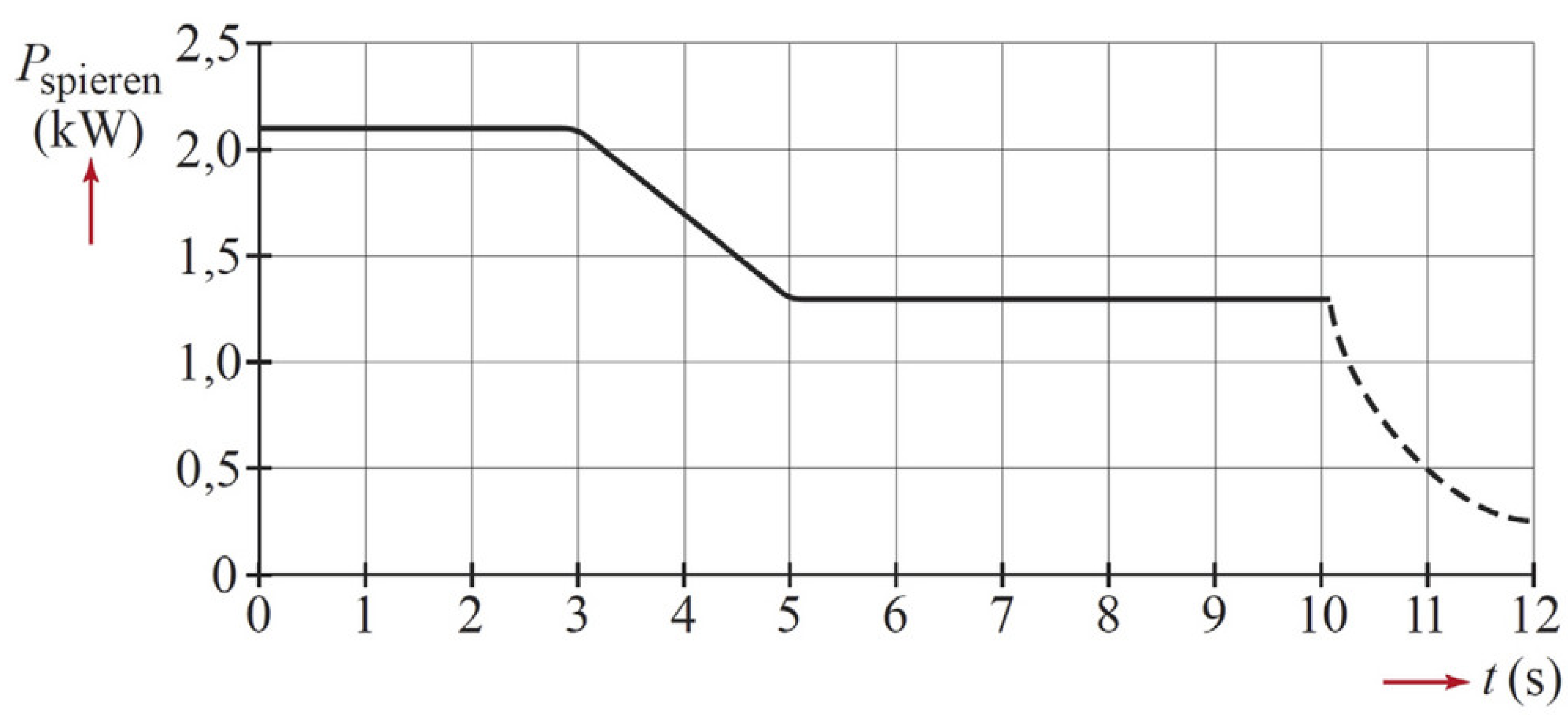
52 Hardloper

Een hardloper rent de 100 meter sprint. Het (v,t)-diagram van zijn race is weergegeven in figuur 20.



▲ **figuur 20** het (v,t)-diagram van de race van de sprinter

In figuur 21 is het vermogen dat de spieren van de sprinter leveren (de arbeid die ze per seconde verrichten) uitgezet als functie van de tijd.



▲ **figuur 21** het ($P_{spieren}$,t)-diagram van de sprinter

Tussen t = 0 s en t = 3,0 s is het vermogen constant. De massa van de sprinter is 80 kg.

a Bepaal hoeveel procent van de arbeid die de spieren tussen t = 0 s en t = 3,0 s verrichten, is omgezet in bewegingsenergie.

b Vanaf t = 5,0 s loopt de sprinter met een constante snelheid. Bij de sprinter wordt dan 33% van het geleverde vermogen gebruikt om de invloed van de wrijvingskracht te compenseren; de rest wordt gebruikt voor het versnellen en vertragen van zijn benen. Bepaal de wrijvingskracht op de sprinter vanaf t = 5,0 s.

bron: examen 2008-I

53 Watertank

Bij een Afrikaans dorpje is een watertank geplaatst. In de tank is water opgeslagen. Als de tank bijna leeg is, vult een pomp de tank met grondwater. De pomp levert een vermogen van 250 W. Het water moet 7,0 m omhoog worden gepompt.

Bereken hoelang het duurt om 1,0 m^3 water de tank in te pompen.

naar: examen 2008-I

54 Roeien

Door je met een roeiriem tegen het water af te zetten, wordt een boot voortbewogen. De roeiriem wordt daarbij als hefboom gebruikt. Tijdens een wedstrijd maakt een roeier 28 slagen per minuut. Bij elke slag verplaatst hij het handvat van de roeiriem met een gemiddelde kracht van 320 N over een afstand van 1,5 m in de richting van de kracht.

a Bereken de arbeid die de roeier daarbij in 1,0 min verricht.

b Bij een race legde de Nederlandse ‘acht met stuurman’ (figuur 22) de afstand van 2000 m af in 6 min en 40 s. In een krantenartikel stond dat elke roeier tijdens deze race een gemiddeld vermogen ontwikkelde van 450 W.
Bereken, uitgaande van deze gegevens, de gemiddelde wrijvingskracht op de boot tijdens de race.



▲ **figuur 22** acht met stuurman

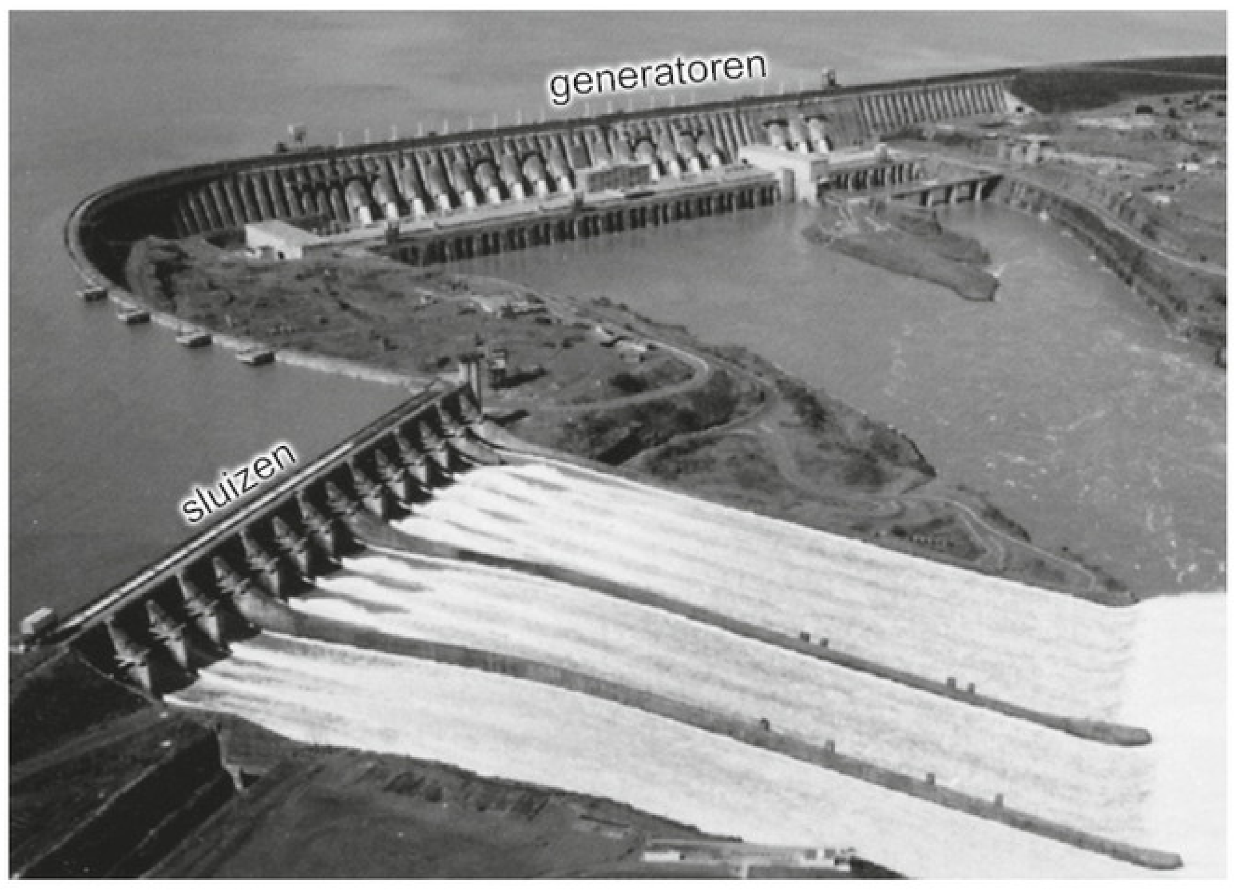
Eindopdracht

55 Itaipu

Op de grens van Brazilië en Paraguay ligt de waterkrachtcentrale van Itaipu. De stuwdam is een van de grootste ter wereld. In de dam zijn achttien generatoren (dat zijn grote dynamo’s) aangebracht (figuur 23) die elk een elektrisch vermogen opwekken van $7{,}0 \cdot 10^5$ kW.

a Bereken hoeveel elektrische energie de generatoren in 24 h opwekken. Geef je antwoord in joule.

b In het topjaar 2000 heeft de centrale $9{,}3 \cdot 10^{10}$ kWh elektrische energie opgewekt. Reken deze elektrische energie om in joule. Gebruik Binas.



▲ **figuur 23** de waterkrachtcentrale van Itaipu

Het water dat een generator aandrijft, stroomt een pijp in met een snelheid van 8,0 m s^{-1} en doorloopt een hoogteverschil van 120 m (figuur 24). Per seconde stroomt er 690 m^3 water de pijp in. Aan het einde van de pijp drijft het water een schoepenrad aan.

c Toon aan dat er per seconde $6{,}89 \cdot 10^5$ kg water de pijp in stroomt.

d Bereken de kinetische energie van deze hoeveelheid water op het moment dat deze de pijp in stroomt.

e Bereken de snelheid van deze hoeveelheid water na de val over 120 m. Verwaarloos de wrijving.

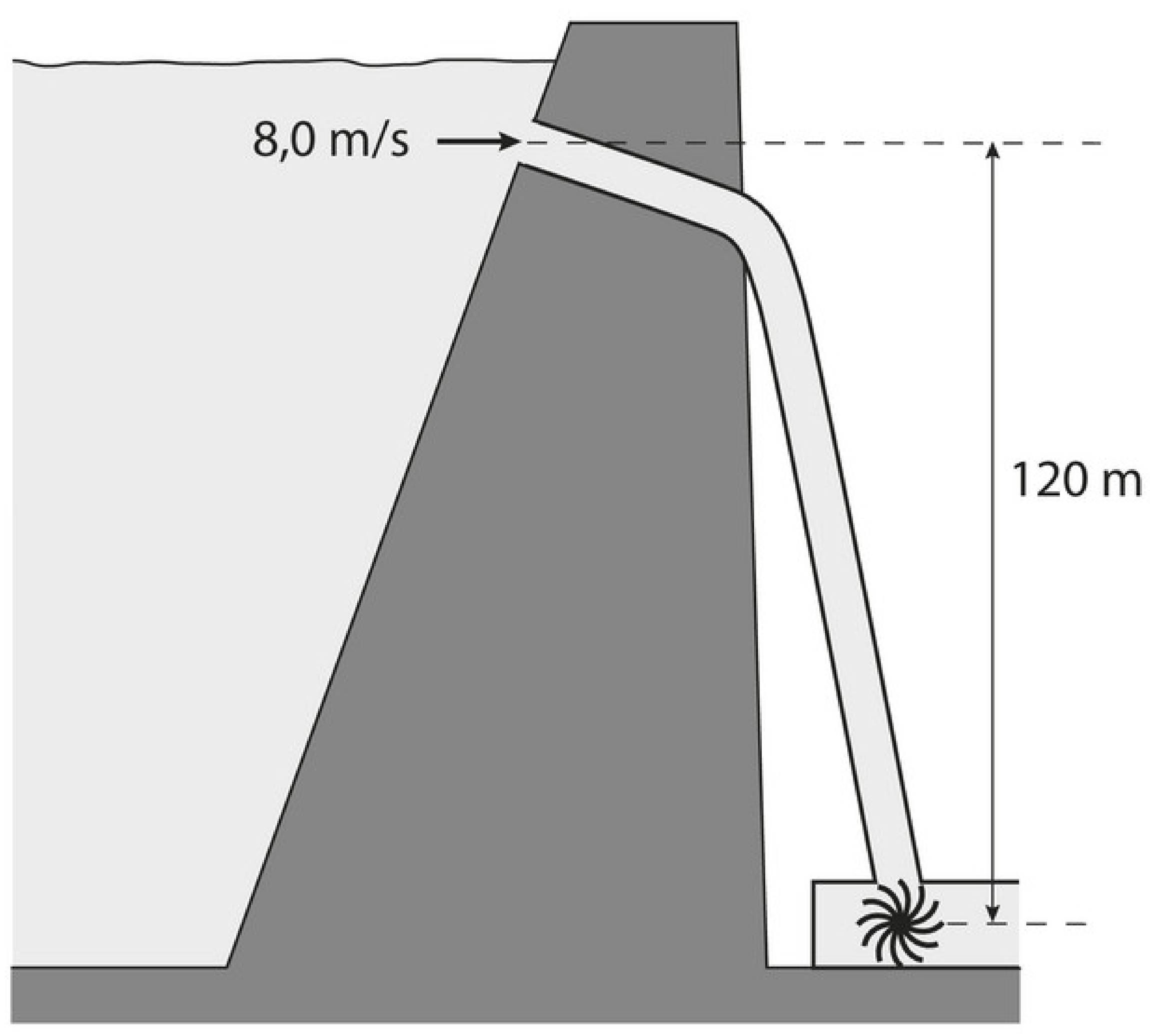
Na de val drijft het water een schoepenrad aan. De snelheid van het water achter het schoepenrad is te verwaarlozen.

f Bereken het vermogen dat het schoepenrad uit het bewegende water haalt.

Het stuwmeer heeft een oppervlakte van $8{,}2 \cdot 10^5$ km^2. Om het waterniveau in het stuwmeer te regelen, bevinden zich naast de dam enkele sluizen die af en toe worden geopend (zie de schuimende watermassa op de voorgrond van figuur 23). Er spuit dan per seconde $6{,}2 \cdot 10^4$ m^3 water de rivier in. De sluizen worden 12 uur opengezet.

g Bereken hoeveel millimeter het waterniveau in het stuwmeer hierdoor daalt.

naar: examen natuurkunde-1 2006-I



▲ **figuur 24** het verval van water in de waterkrachtcentrale van Itaipu

6 Practicum

EXPERIMENT 1 Stuiterend balletje (onderzoekspracticum)

Inleiding
Een stuiterende tafeltennisbal verliest bij de stuit met de grond energie. Dat kun je zien, want het balletje komt na de stuit minder hoog.
In dit experiment onderzoek je het energieverlies bij het stuiteren.

Onderzoeksvragen
1 Hoeveel procent van zijn energie verliest een tafeltennisballetje bij het stuiteren?
2 Hangt het percentage energieverlies af van de beginhoogte?

Benodigdheden
tafeltennisballetje; rolmaat; statief; klem

Uitvoering
- Bepaal de massa van het tafeltennisballetje.
- Hang een rolmaat in een klem aan een statiefstang. Zorg dat de nul op de rolmaat zich precies op de grond bevindt.
- Laat het balletje van een hoogte h_1 = 1,0 m stuiteren en bepaal de hoogte h_2 die het balletje na de stuit bereikt.
- Voer deze meting vijf keer uit.
- Laat het balletje vijf keer van deze hoogte h_2 vallen en bepaal de hoogte h_3 die het balletje na de stuit bereikt.
- Laat het balletje vijf keer van deze hoogte h_3 vallen en bepaal de hoogte h_4 die het balletje na de stuit bereikt.
- Laat het balletje vijf keer van deze hoogte h_4 vallen en bepaal de hoogte h_5 die het balletje na de stuit bereikt.

Verwerking

1 Noteer in tabel 1 de resultaten van meting 1 tot en met 5.
2 Bereken de gemiddelde waarden van h_1 tot en met h_5 en noteer de resultaten in de tabel.
3 Bereken met de gemiddelde waarden van h_1 tot en met h_5 de energieverliezen van het balletje bij het stuiten.
4 Bereken hoeveel procent het energieverlies is van het balletje bij elke stuit.
5 Eigenlijk verliest het tafeltennisballetje niet alleen energie bij de stuit op de grond. Leg dat uit.

Conclusie
6 Beantwoord de onderzoeksvragen.

▼ **tabel 1** de resultaten van experiment 1 geordend

	h_1 (m)	h_2 (m)	h_3 (m)	h_4 (m)	h_5 (m)
meting 1					
meting 2					
meting 3					
meting 4					
meting 5					
gemiddelde					

EXPERIMENT 2 Het springend gewichtje (begripspracticum)

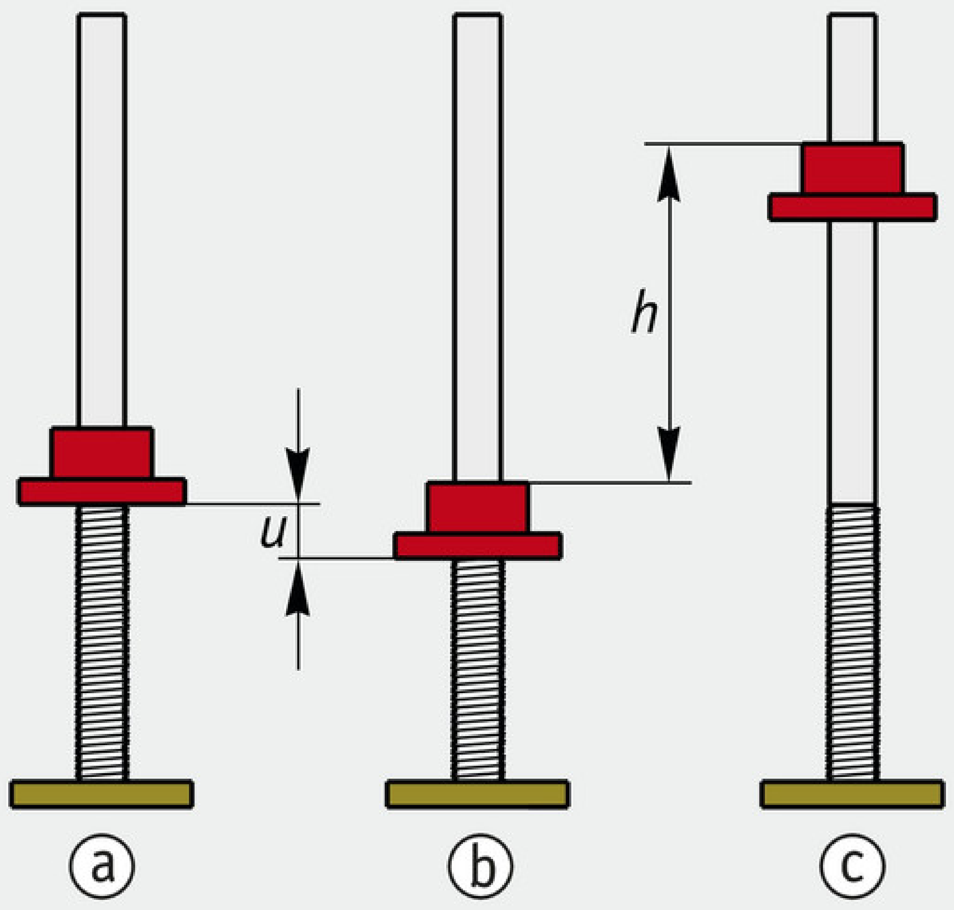
Inleiding
Als je een veer uitrekt of indrukt, bevat de veer veerenergie. Je kunt deze veerenergie gebruiken om een massa omhoog te schieten. De hoeveelheid veerenergie bepaalt hoe hoog de massa komt. De veerenergie is recht evenredig met de uitrekking of indrukking in het kwadraat.

Onderzoeksvraag
Is de veerenergie van een ingedrukte veer recht evenredig met het kwadraat van de indrukking?

Benodigdheden
statief; veer; cilindervormig gewichtje met gat in het midden; rolmaat; weegschaal

Uitvoering

- Bepaal de massa van het gewichtje.
- Schuif de veer over de verticale staaf van het statief. Schuif het cilindervormig gewichtje ook over de staaf en laat het rusten op de veer (figuur 25a).
- Duw het gewichtje 0,5 cm (dit is *u*) omlaag, waardoor de veer 0,5 cm wordt ingedrukt (figuur 25b).
- Laat het gewichtje los, waardoor het omhoogschiet. Meet met de rolmaat de hoogte *h* die het gewichtje bereikt (figuur 25c).
- Herhaal dit nog twee keer.



▲ **figuur 25** lanceren van het gewichtje

- Voer dit experiment ook uit voor u = 1,0 cm, u = 1,5 cm, u = 2,0 cm en u = 2,5 cm.

Verwerking

1. Bereken voor elke u de gemiddelde waarden van h en zet u en h_{gem} in een overzichtelijke tabel.
2. Welke energieoverdracht en welke energieomzettingen vinden plaats bij dit experiment?
3. Leg uit dat de zwaarte-energie van het gewichtje in het hoogste punt even groot is als de oorspronkelijke veerenergie, als je de wrijving mag verwaarlozen.
4. Bereken, uitgaande van de gemiddelde waarden van h, de gemiddelde zwaarte-energie van het gewichtje in het hoogste punt.
5. Bereken de veerenergie van de ingedrukte veer bij de verschillende waarden van u, als je de wrijving mag verwaarlozen.
6. De veerenergie van een ingedrukte veer is recht evenredig met u^2. Controleer met een grafiek of dat bij jouw metingen klopt.

Conclusie

7. Beantwoord de onderzoeksvraag.

EXPERIMENT 3 Vermogen bij traprennen (onderzoekspracticum)

Inleiding

Spierkracht kan arbeid verrichten.
In dit experiment maak je een schatting van het vermogen dat een mens kan leveren bij het oprennen van een trap.

Onderzoeksvragen

1. Hoe groot is het vermogen van iemand die een trap oprent?
2. Is dit nuttige vermogen groter of kleiner dan het nuttige vermogen van een auto?

Benodigdheden

trappenhuis; rolmaat; stopwatch; personenweegschaal

Veiligheid

In dit experiment ga je zo snel mogelijk een trap oprennen. Doe dit wel veilig: zorg dat het trappenhuis leeg is en pas op dat je niet valt.

Uitvoering

- Bepaal je massa met de personenweegschaal.
- Tel het aantal treden dat je omhoog rent.
- Meet de hoogte van één trede.
- Ren zo snel mogelijk de trap op. Meet met een stopwatch de tijd die je daarvoor nodig hebt. Probeer met een constante snelheid de trap op te rennen.

Verwerking

1. Bereken de totale hoogte die je omhoog gerend bent.
2. Bereken de grootte van de spierkracht toen je de trap oprende. Ga ervan uit dat je met constante snelheid omhoog gerend bent.
3. Bereken de arbeid die je spierkracht heeft geleverd. Ga ervan uit dat je alleen omhooggegaan bent en er daarbij geen horizontale verplaatsing heeft plaatsgevonden (wat in werkelijkheid niet helemaal zal kloppen).
4. Bereken het vermogen dat je hebt moeten leveren om die arbeid te verrichten.

Conclusie

5. Beantwoord de onderzoeksvragen.

Je docent beslist of je de volgende experimenten uitvoert volgens de instructies of dat je de uitgebreide omschrijving krijgt.

EXPERIMENT 4 Wet van arbeid en kinetische energie (onderzoekspracticum)

Inleiding
Een hangend gewichtje trekt een sleetje vooruit op een luchtkussenbaan. De spankracht in het touw waaraan het gewichtje hangt, verricht arbeid. Daardoor neemt de snelheid van het sleetje toe. De eindsnelheid van dat sleetje kun je op twee manieren berekenen: met de formule $v = \frac{s}{t}$ en met de WAK.

Onderzoeksvraag
Zijn de op beide manieren berekende snelheden met elkaar in overeenstemming?

EXPERIMENT 5 Wrijvingswarmte van een karretje bepalen (apparatuurpracticum)

Inleiding
Als je een karretje op een helling zet, rijdt het naar beneden. Hierbij wordt de oorspronkelijk aanwezige zwaarte-energie gedeeltelijk omgezet in kinetische energie. De rest wordt door wrijving omgezet in warmte. Bij dit experiment onderzoek je hoeveel procent van de zwaarte-energie wordt omgezet in warmte. Je gebruikt hierbij een lichtpoortje om de snelheid van het karretje te meten. Zo'n lichtpoort bestaat uit een lichtbron die op een lichtsensor schijnt. Als er veel licht op de lichtsensor valt, geeft deze een grote spanning af. Als er zich een voorwerp tussen de lichtbron en de lichtsensor bevindt, valt er veel minder licht op de lichtsensor, waardoor deze een veel kleinere spanning afgeeft. Door te meten hoelang de afgegeven spanning klein is, kun je de snelheid van een passerend voorwerp berekenen.

Onderzoeksvragen
1 Hoeveel procent van de aanwezige zwaarte-energie wordt omgezet in warmte?
2 Hangt dit percentage af van de beginhoogte?

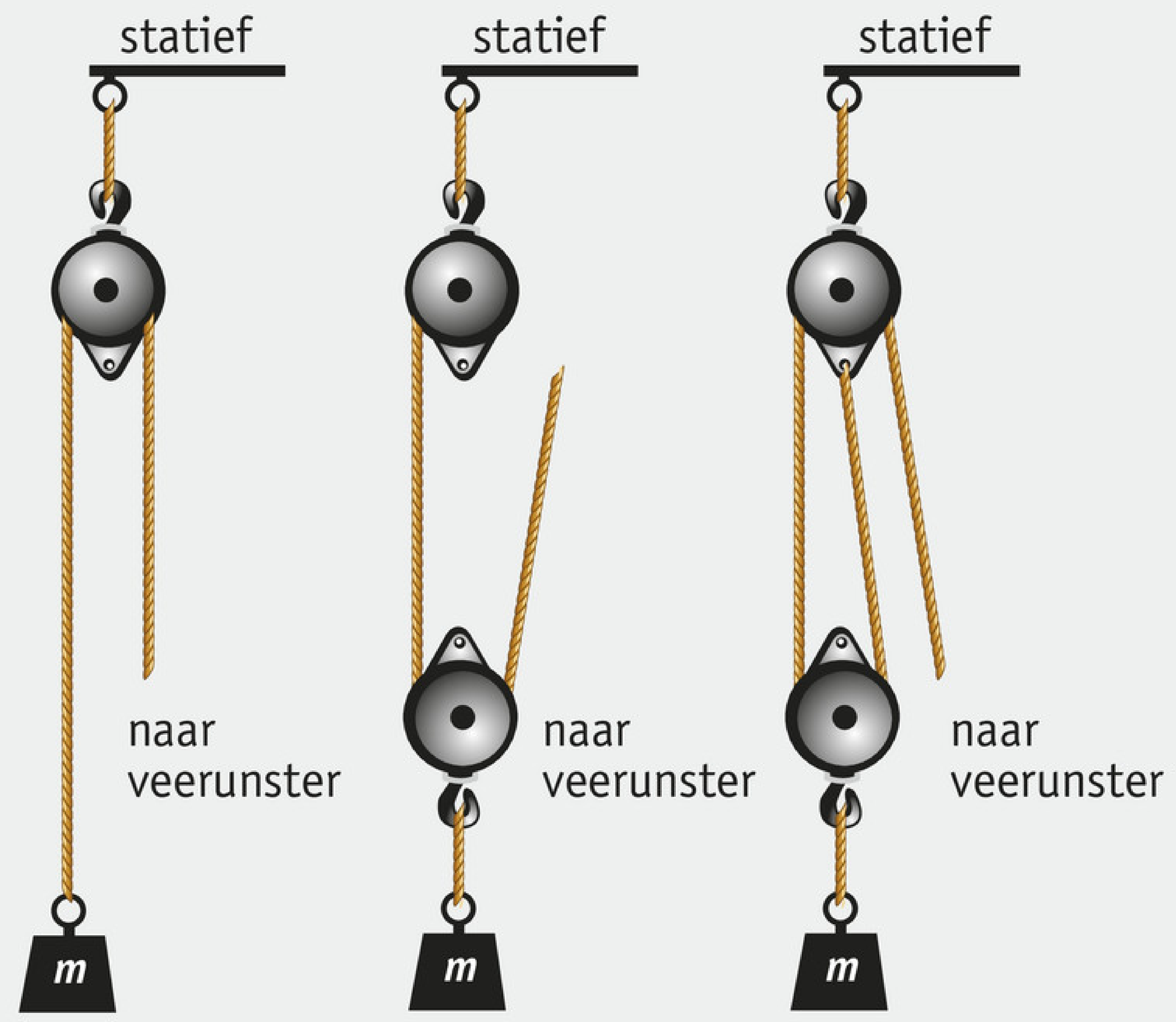
ONDERZOEK Katrollen

Inleiding
Als je een last moet optillen, kun je dat met spierkracht doen. Je kunt daarbij een losse katrol gebruiken. Je kunt ook een vaste katrol of een combinatie van een losse en een vaste katrol gebruiken (figuur 26). Je onderzoekt of en hoe de arbeid verandert bij gebruik van katrollen.

Onderzoeksvragen
1 Verandert de benodigde kracht bij het ophijsen van een massa als je een vaste katrol gebruikt?
2 Verandert de benodigde kracht bij het ophijsen van een massa als je een losse katrol gebruikt?
3 Verandert de benodigde kracht bij het ophijsen van een massa als je een combinatie van een losse en een vaste katrol gebruikt?
4 Verandert de door de spierkracht verrichte arbeid bij het ophijsen van een massa als je een vaste katrol gebruikt?
5 Verandert de door de spierkracht verrichte arbeid bij het ophijsen van een massa als je een losse katrol gebruikt?
6 Verandert de door de spierkracht verrichte arbeid bij het ophijsen van een massa als je een combinatie van een vaste en een losse katrol gebruikt?

Praktisch
Gebruik een massablokje om op te hijsen en meet de spierkracht met een veerunster. Probeer de massa met constante snelheid op te hijsen.

Conclusie
Beantwoord de onderzoeksvragen.



▲ **figuur 26** gebruik van katrollen bij het ophijsen van een last



HOOFDSTUK 6

Spiegels en lenzen

In het dagelijks leven maak je gebruik van spiegels, lenzen en prisma's. Je komt ze in veel optische instrumenten tegen, zoals in een beamer, fotocamera, microscoop en sterrenkijker. Al honderden jaren hebben ze hun nut bewezen. Tegenwoordig kun je bijvoorbeeld de schubben op hoofdharen die met het blote oog 'onzichtbaar' zijn, zichtbaar maken, en sterrenstelsels die vele lichtjaren ver weg staan, tot in detail projecteren op een ccd (een lichtgevoelige chip).

Praktijk

Theorie

Maatschappij

Praktijk

Vloeistoflenzen

Je ooglens kan heel snel van dichtbij tot oneindig ver scherpstellen. Lenzen die een vaste vorm hebben, kunnen dit niet: het licht dat op een brillenglas valt, moet op een heel bepaalde manier breken om ervoor te zorgen dat een brildrager scherp kan zien. Ook een astronoom kent de beperkingen van de lenzen in zijn telescoop. Door turbulentie hoog in de lucht kunnen mooie ronde sterren dansend en spikkelig worden weergegeven. Deze problemen zijn te voorkomen door gebruik van een vloeistoflens die van vorm kan veranderen.

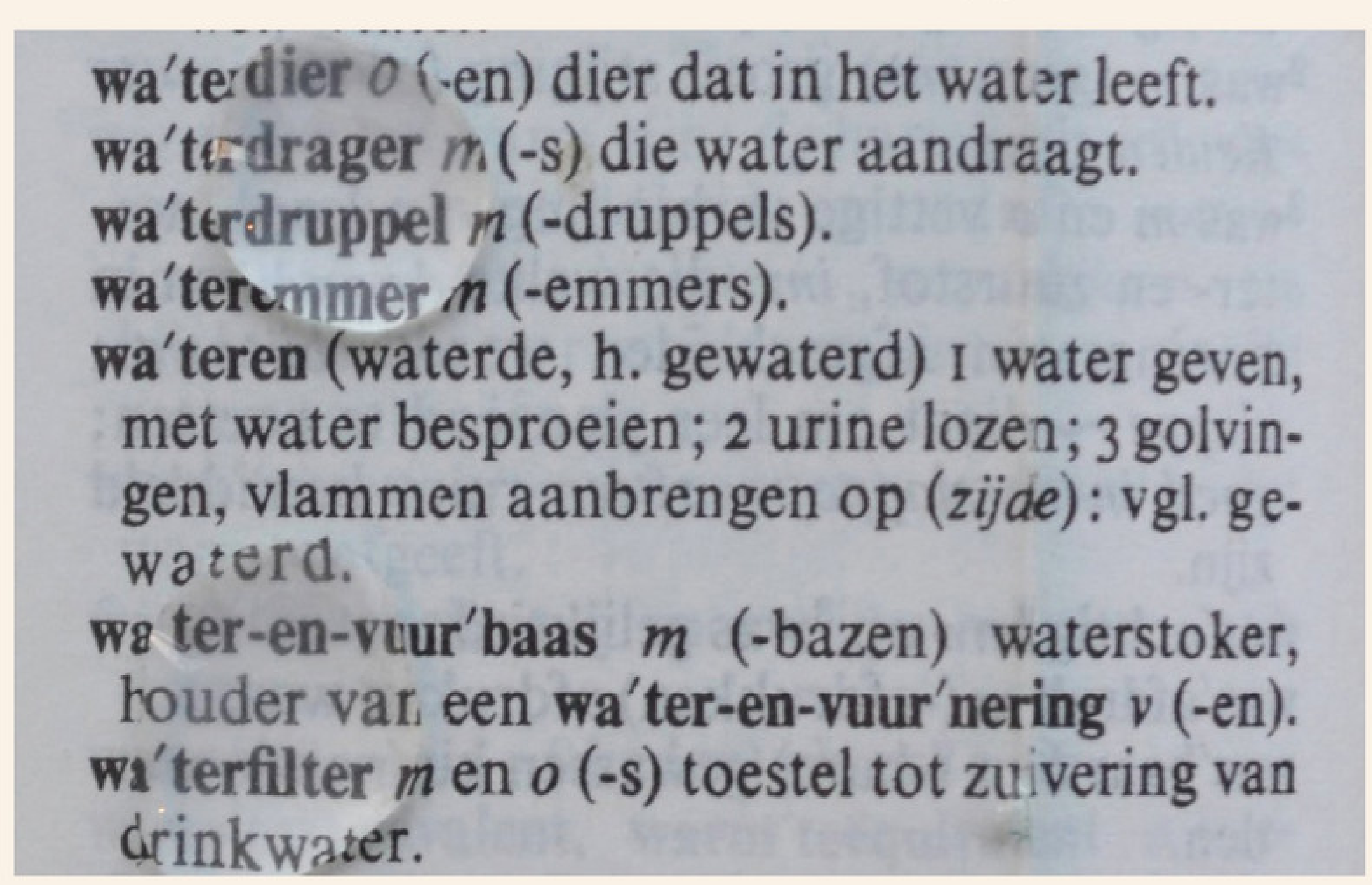


Een waterdruppel als lens

Een vloeistofdruppel, bijvoorbeeld een waterdruppel, kan een heel eenvoudige lens zijn. Leg je een waterdruppel op een glazen plaatje, dan zal de druppel zijn ronde vorm behouden. Water heeft een andere brekingsindex dan lucht en glas, waardoor er breking optreedt. Als je het glazen plaatje op een bladzijde van een boek legt, zal de waterdruppel de letters en cijfers vergroten (figuur 1). De waterdruppel is dan een loep die de letters vergroot. De vergroting is het grootst als de druppel het kleinst is.

De eerste watermicroscoop

Het gebruik van een waterdruppel als optisch hulpmiddel is niet nieuw. Aan het einde van de zeventiende eeuw ontwierp de Engelse wetenschapper Stephen Gray (1666–1736) als eerste een microscoop die niet gebruikmaakte van een glazen lens, maar van een waterdruppel. In deze

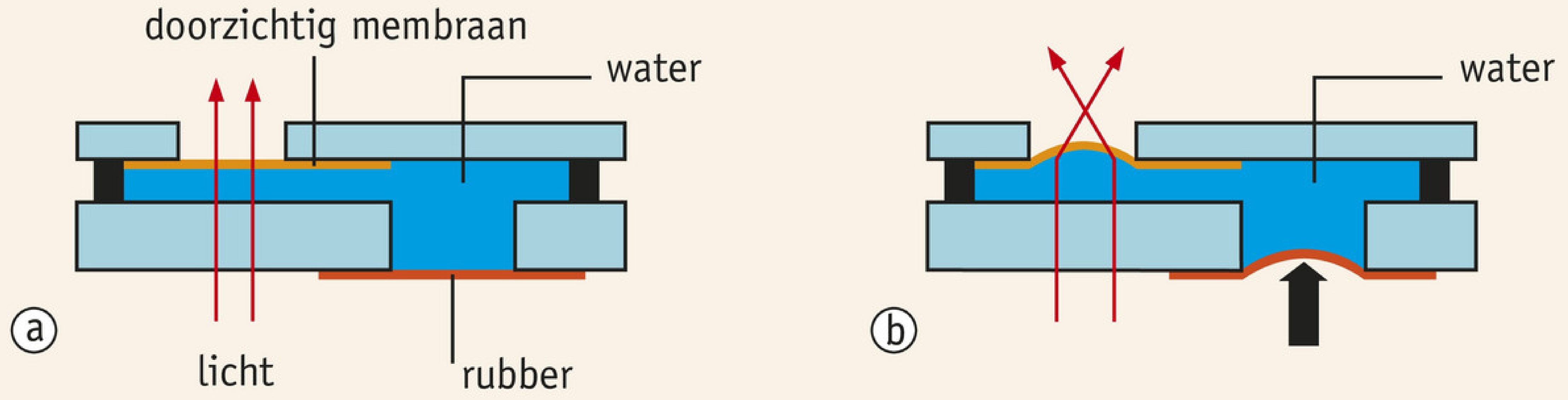

wa'terdier *o* (-en) dier dat in het water leeft.
wa'terdrager *m* (-s) die water aandraagt.
wa'terdruppel *m* (-druppels).
wa'teremmer *m* (-emmers).
wa'teren (waterde, h. gewaterd) 1 water geven, met water besproeien; 2 urine lozen; 3 golvingen, vlammen aanbrengen op (*zijde*): vgl. gewaterd.
wa'ter-en-vuur'baas *m* (-bazen) waterstoker, houder van een wa'ter-en-vuur'nering *v* (-en).
wa'terfilter *m* en *o* (-s) toestel tot zuivering van drinkwater.

▶ **figuur 1** Een waterdruppel vergroot de letters.

De afgelopen jaren hebben wetenschappers veel onderzoek gedaan naar optisch inzoomen bij digitale camera's.



▲ **figuur 2** de eerste watermicroscoop



▶ **figuur 3** de werking van een vloeistoflens

watermicroscoop kon hij de bolvorm van de waterdruppel veranderen door aan een schroef te draaien (figuur 2). Hiermee kon hij het beeld van kleine voorwerpen scherpstellen en ze vergroot bekijken.

Scherpe beelden

Een foto is met een mobiele telefoon snel gemaakt. En staat een voorwerp ver af, dan kun je inzoomen. Maar doordat de meeste camera's van mobiele telefoons maar één kleine lens hebben die op een vaste afstand van de ccd staat, is optisch inzoomen niet mogelijk. Een ccd is een lichtgevoelige chip. Bij optisch inzoomen bij bijvoorbeeld een spiegelreflexcamera bewegen verschillende lensdelen, zoals de lens of de ccd, ten opzichte van elkaar. Doordat deze bewegende onderdelen bij een mobiele telefoon klein en breekbaar zijn, is de kans op beschadigingen groot. Daarom vindt het inzoomen hier meestal digitaal plaats. Het nadeel is dat de pixels van het vergrote beeld groter zijn waardoor het beeld minder scherp is. De afgelopen jaren hebben wetenschappers veel onderzoek gedaan naar optisch inzoomen bij digitale camera's. De oplossing hebben ze niet gezocht in de bewegende onderdelen, maar in het materiaal van de lens. De glazen of kunststoflens is vervangen door een vloeistoflens, waarvan de sterkte gemakkelijk kan worden veranderd.

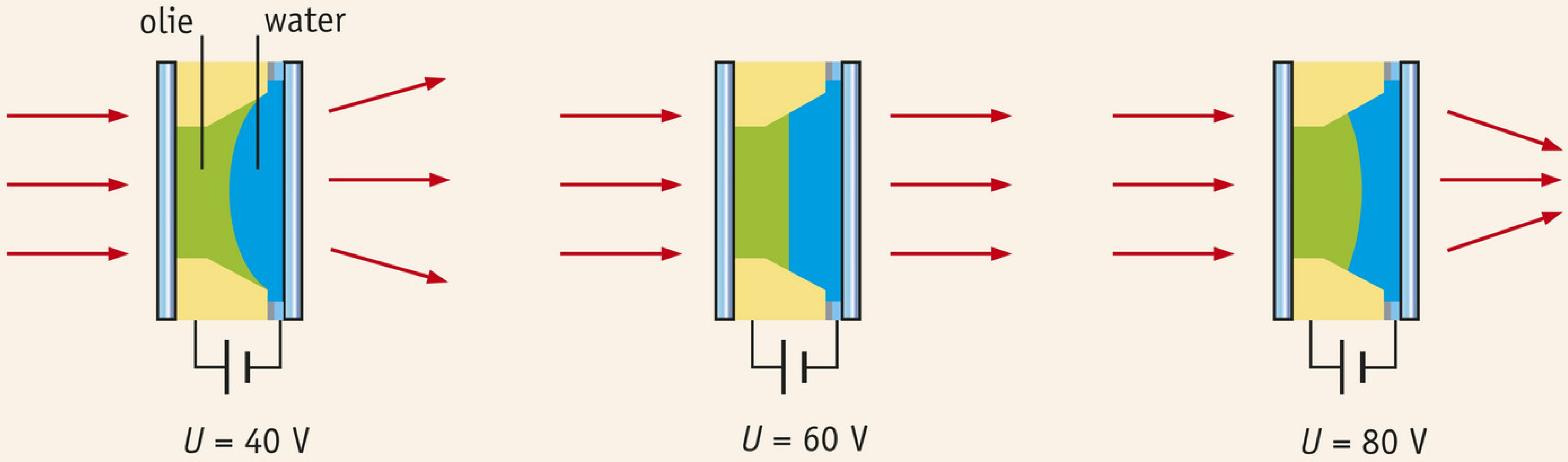
De vloeistoflens

Het principe van de vloeistoflens is eenvoudig. Stephen Gray liet driehonderd jaar geleden al zien dat de bolling en dus de brandpuntsafstand van een vloeistofdruppel kan worden veranderd door erop te drukken. Figuur 3 toont hoe dit eeuwenoude principe tegenwoordig heel eenvoudig

kan worden toegepast. In dit geval is de vloeistof water. De bolling van het wateroppervlak hangt af van hoe hard er op het water wordt gedrukt. Hoe harder er wordt gedrukt, hoe boller de waterlens wordt en dus hoe kleiner de brandpuntsafstand is.

Er bestaan ook vloeistoflenzen waarvan de bolling met elektrische spanning wordt geregeld (figuur 4). Zo'n vloeistoflens bestaat uit een kokertje met daarin water en olie. Deze vloeistoffen mengen niet met elkaar en hebben elk een andere brekingsindex.

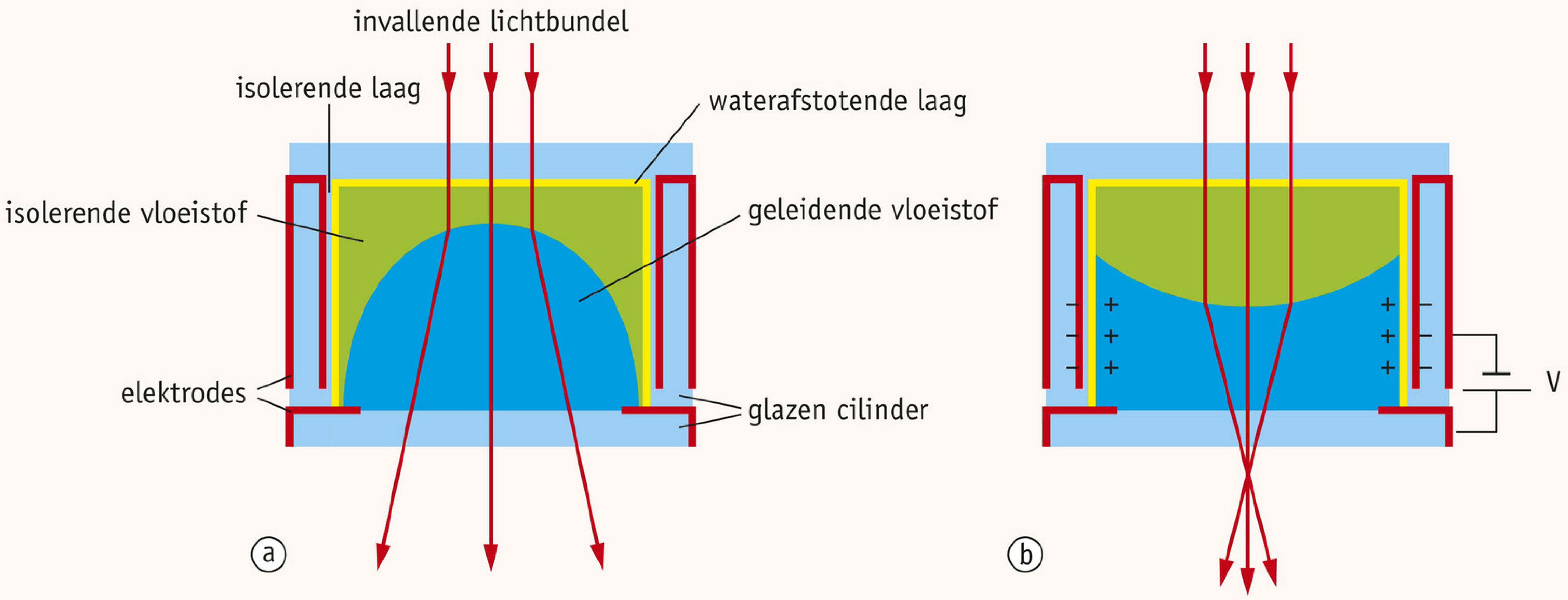
Als er over twee contactpunten een spanning wordt gezet, verandert de vorm van de watermeniscus (het wateroppervlak). Bij een heel bolle watermeniscus breekt het licht meer bij de grenslaag tussen water en olie dan bij een minder bolle lens. De



◀ **figuur 4** een vloeistoflens bij verschillende spanningen

Variabele vloeistoflens

De vloeistoflens is opgebouwd uit twee verschillende, niet mengbare, vloeistoffen. De ene vloeistof is elektrisch geleidend (bijvoorbeeld gezouten water), de andere isolerend (bijvoorbeeld olie). De vloeistoffen zijn opgesloten in een cilindrische behuizing. De binnenwand van de cilinder is van een geleidende laag voorzien die zelf weer bedekt is met een isolerende laag en daarbovenop ten slotte een waterafstotende laag. Een van de afdekplaatjes van de cilinder is ook bedekt met deze waterafstotende laag, terwijl het andere gedeeltelijk is bedekt met een geleidende laag die geïsoleerd is van de geleidende laag op de cilinder. Als een potentiaalverschil wordt aangebracht over de twee geleidende lagen (elektrodes), bouwt zich een lading op in de geleidende vloeistof, aan de binnenzijde van de cilinder: de oppervlaktelading.
bron: Fotonica Magazine



▲ **figuur 5** een variabele vloeistoflens

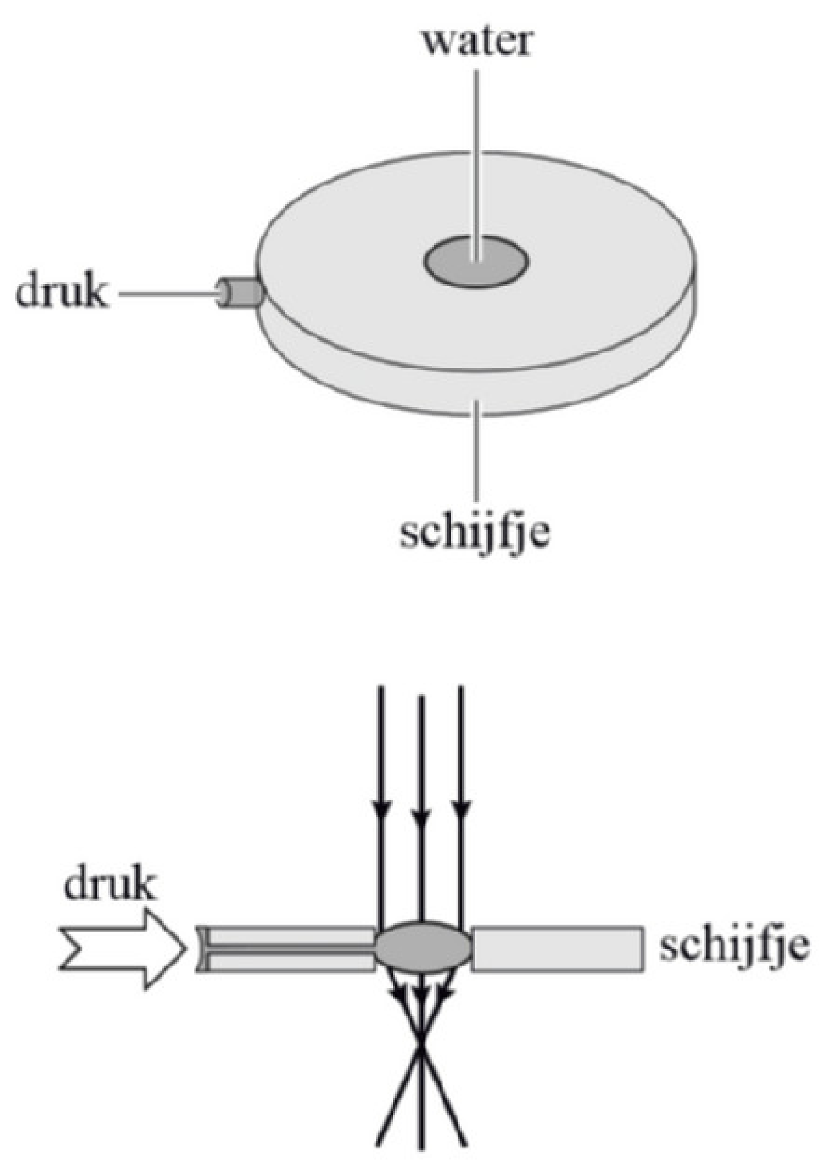
brandpuntsafstand van de vloeistoflens is dan klein. Ideaal als je een foto wilt maken van een voorwerp dat dichtbij staat.
Dit soort vloeistoflenzen kan heel snel van vorm veranderen. In nog geen 10 ms kan de brandpuntsafstand veranderen van 5 cm tot oneindig.
Daarnaast is de lens duurzaam. Met gemak kan de brandpuntsafstand meer dan een miljoen keer worden gewijzigd zonder dat de lens stukgaat. De vloeistoflens lijkt dus veel op een lens van het menselijk oog.

Opdrachten

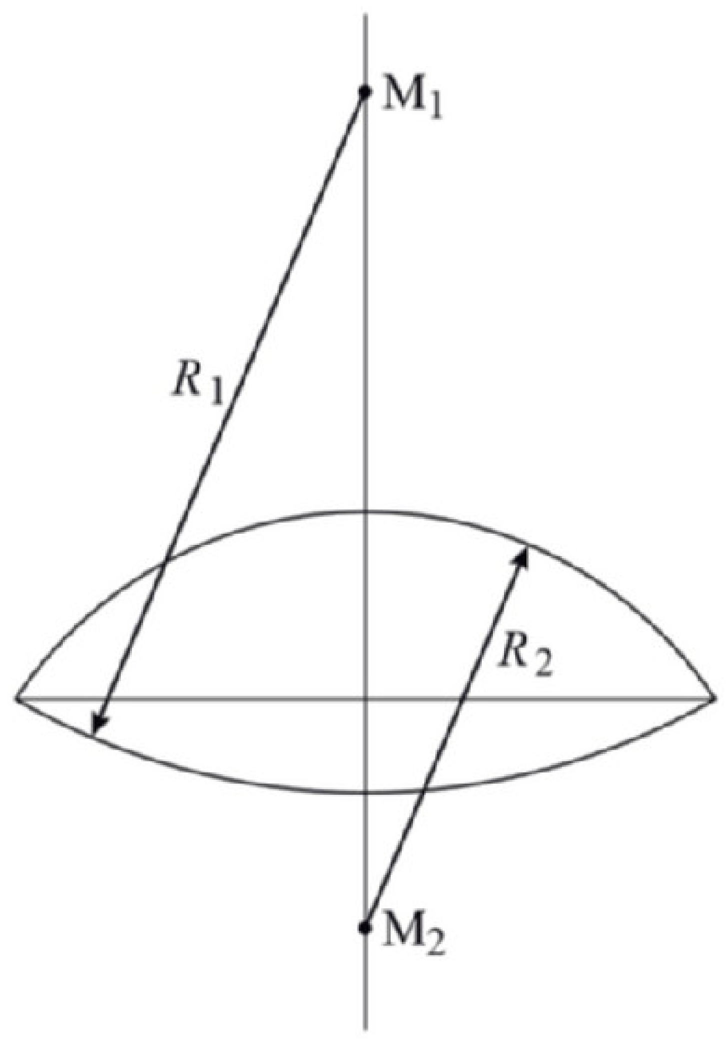
Bestudeer eerst de theorie van dit hoofdstuk voordat je de volgende opdrachten uitvoert.

1 Brandpuntsafstand
De brandpuntsafstand van een vloeistoflens ligt tussen de 5 cm en oneindig.
- **a** Teken de vorm van een lens met een oneindig grote brandpuntsafstand.
- **b** Het water in de getekende lens van figuur 3 wordt vervangen door een vloeistof met een grotere brekingsindex.
  Leg uit of de minimale brandpuntsafstand van de lens hierdoor groter of kleiner wordt.

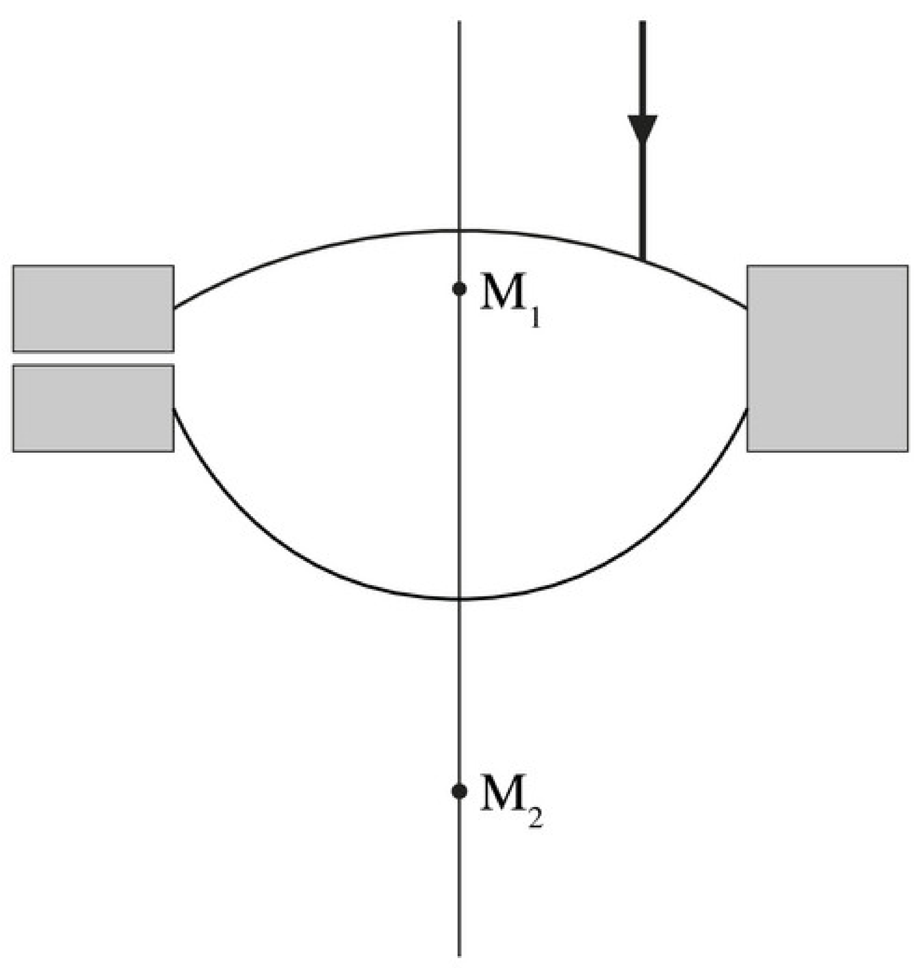
2 Waterdruppel
In figuur 6 zie je een eenvoudige uitvoering van een waterlens. Door via een dun kanaaltje in het schijfje meer druk op het water te zetten, wordt de lens boller.
Voor de brandpuntsafstand van een bolle lens geldt de lenzenmakersformule. M_1 en M_2 in figuur 7 zijn de middelpunten van de boloppervlakken. Voor een bepaalde waterlens zijn de beide stralen even groot. Die lens heeft voor rood licht een brandpuntsafstand van 25 mm.
- **a** Bereken de straal van de boloppervlakken van die waterlens.
- **b** Onder invloed van de zwaartekracht kan de waterlens een beetje uitzakken. Hierdoor zijn de stralen R_1 en R_2 niet meer gelijk.
  Stel dat R_1 een factor 2 kleiner wordt en R_2 tegelijkertijd een factor 2 groter.
  Beredeneer aan de hand van de lenzenmakersformule of hierdoor de brandpuntsafstand van de lens groter wordt, kleiner wordt of gelijk blijft.
- **c** Figuur 8 is een vergrote tekening van een bolle waterlens. Een rode lichtstraal valt evenwijdig aan de hoofdas in.
  Neem figuur 8 over en construeer het vervolg van deze lichtstraal door de lens totdat hij de hoofdas snijdt. Noteer de grootte van de brekingshoeken.
  naar: examen vwo 2010-II



▲ **figuur 6** de waterlens



▲ **figuur 7** de waterlens schematisch



▲ **figuur 8** een vergrote tekening van een bolle waterlens

1 Spiegelbeeld

In deze paragraaf leer je:
- de spiegelwet toepassen;
- beeldconstructies bij een vlakke spiegel maken.

Als je in een spiegel kijkt, zie je een beeld van de voorwerpen en de omgeving om je heen. Licht afkomstig van deze voorwerpen valt op de spiegel en wordt volgens de spiegelwet weerkaatst.

Lichtbronnen

Je kunt voorwerpen zien in de volgende situaties:
- Het voorwerp zendt zelf licht uit, zoals een ledlamp, een ster of een vlam. Zo'n voorwerp noem je een **directe lichtbron**.
- Het voorwerp zendt zelf geen licht uit, maar weerkaatst het licht dat erop valt. Deze **indirecte lichtbron** weerkaatst dan licht van de zon, een lamp of een andere directe lichtbron.

Terugkaatsing

Het is gevaarlijk om met het blote oog in een laserstraal te kijken. Het licht van de laser is zo fel dat je er blind door kunt worden. Laserlicht kun je niet zien, tenzij het licht op een voorwerp valt. Het voorwerp weerkaatst een deel van dit licht dan in de richting van je oog, waardoor je het ziet.
Om een laserbundel zichtbaar te maken, moet het laserlicht tegen deeltjes botsen. Dit kan bijvoorbeeld door een laser op een rook- of stofwolk te schijnen. Je ziet dan de hele bundel (figuur 1).



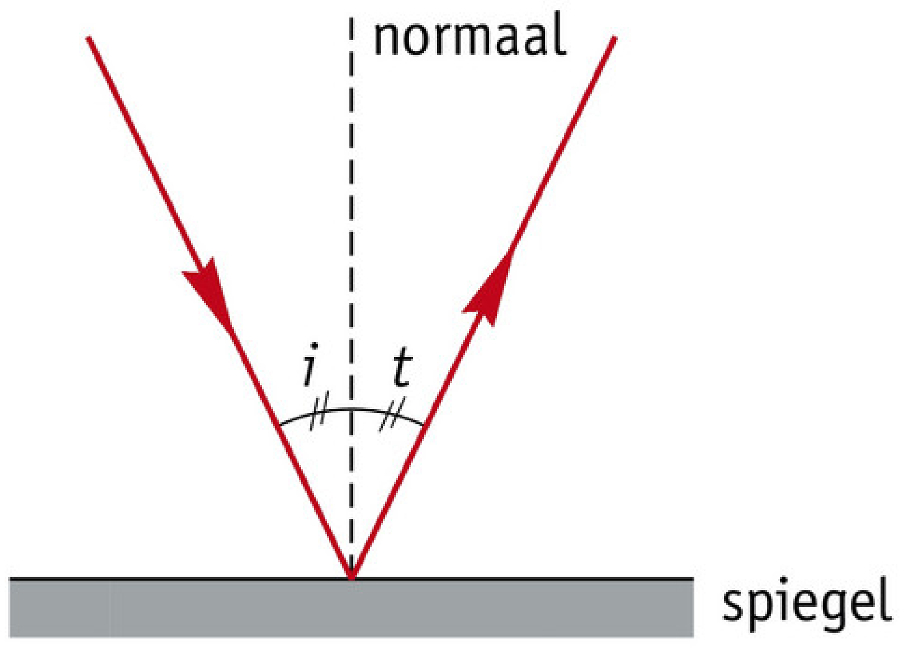
▲ **figuur 1** een zichtbare laserstraal dankzij een rookwolk

Glas en water zijn doorzichtige stoffen. Deze stoffen laten het licht goed door, maar toch zal een klein deel van het oorspronkelijke licht worden geabsorbeerd. Dit licht wordt dan omgezet in warmte.
Glanzende stoffen absorberen veel minder licht. Deze stoffen weerkaatsen vrijwel al het licht. Als een smalle lichtbundel op een glanzend plat oppervlak valt, geldt de spiegelwet. De spiegelwet luidt:

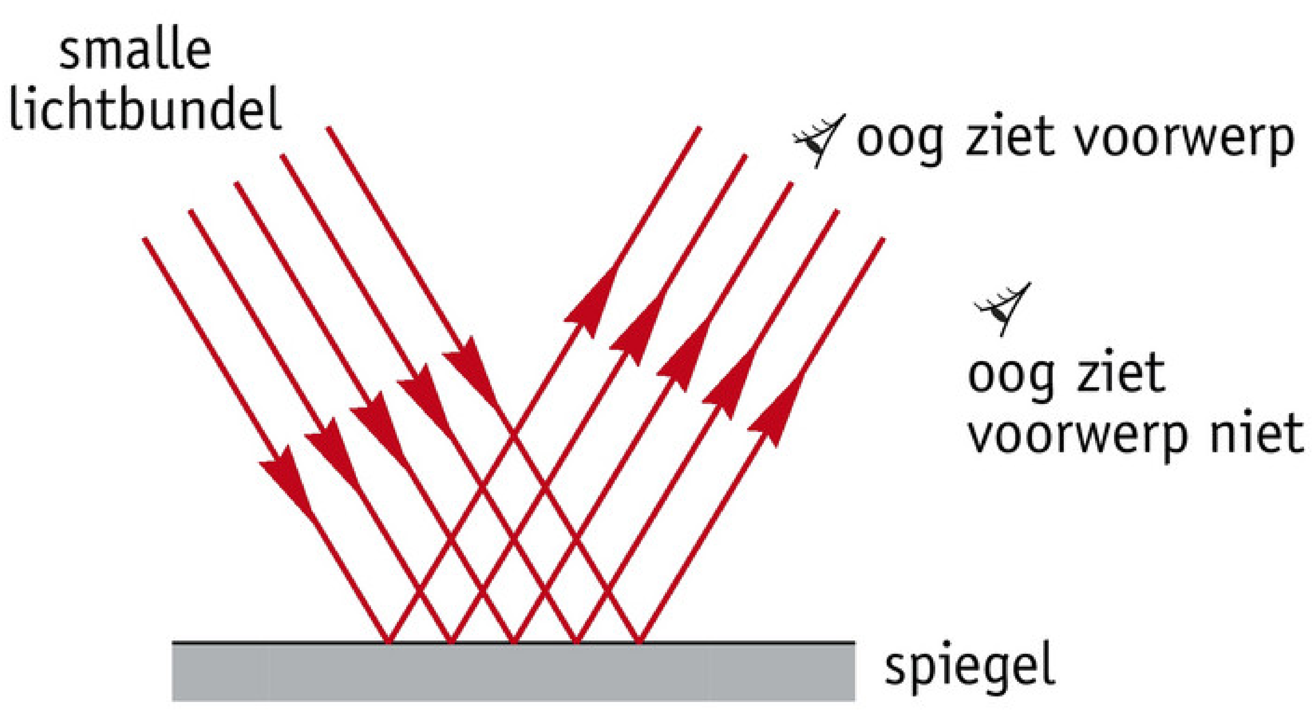
$$\angle i = \angle t$$

Hierin is:
- i de hoek van inval in graden (°);
- t de hoek van terugkaatsing in graden (°).

De invalshoek wordt altijd gemeten ten opzichte van de **normaal**. De normaal is een denkbeeldige lijn loodrecht op het spiegelend oppervlak. Dus de invalshoek is de hoek tussen de invallende lichtstraal en de normaal. De hoek van terugkaatsing is de hoek tussen de teruggekaatste lichtstraal en de normaal (figuur 2).
Als een evenwijdige bundel licht schuin op een glanzend glad voorwerp valt, zoals een spiegel of een gepolijst stukje metaal, wordt deze volgens de spiegelwet *in één richting* weerkaatst (figuur 3). Dit heet **spiegelende terugkaatsing**. De teruggekaatste lichtbundel kun je alleen zien als deze je oog treft. Je kunt dit zelf proberen door met een zaklamp op een spiegel te schijnen.

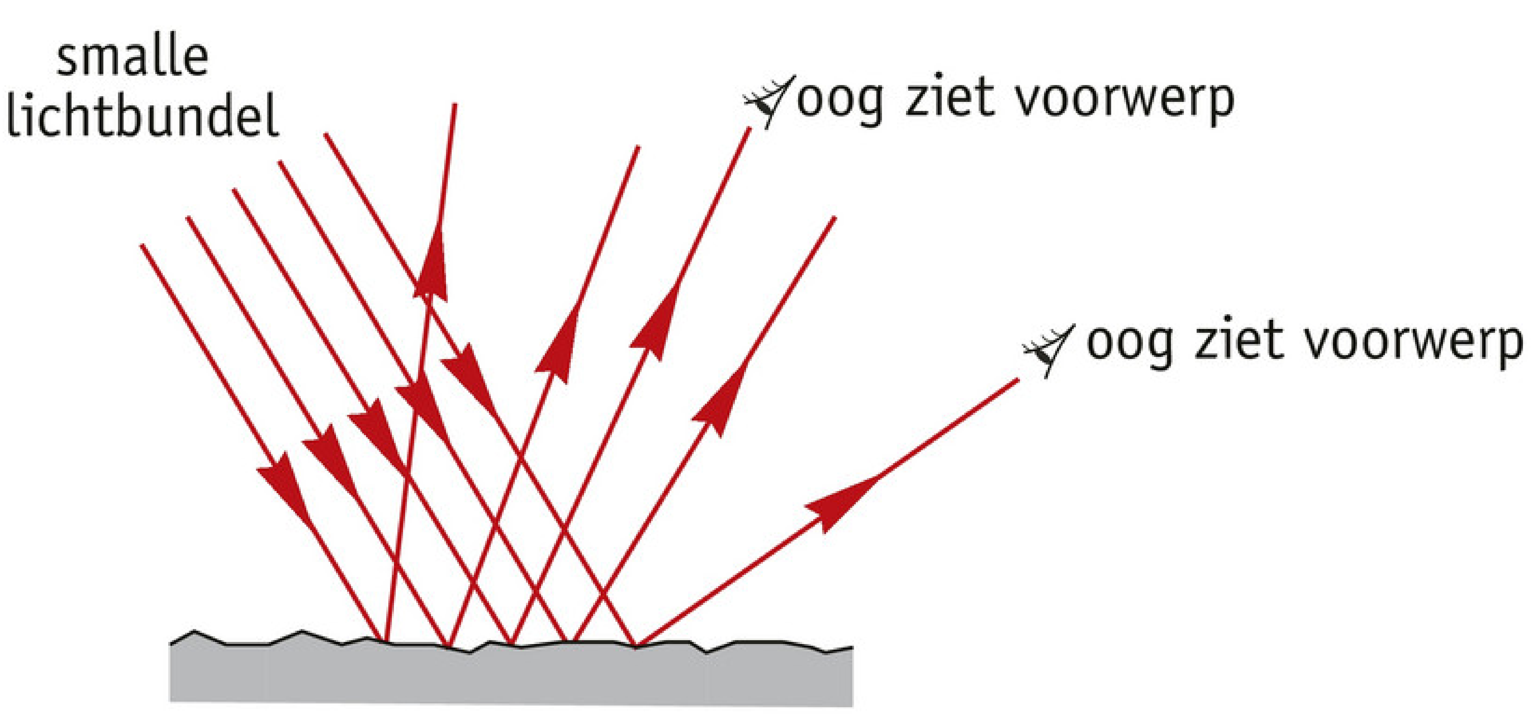


▲ **figuur 2** de spiegelwet toegepast bij een spiegel



▲ **figuur 3** evenwijdige terugkaatsing

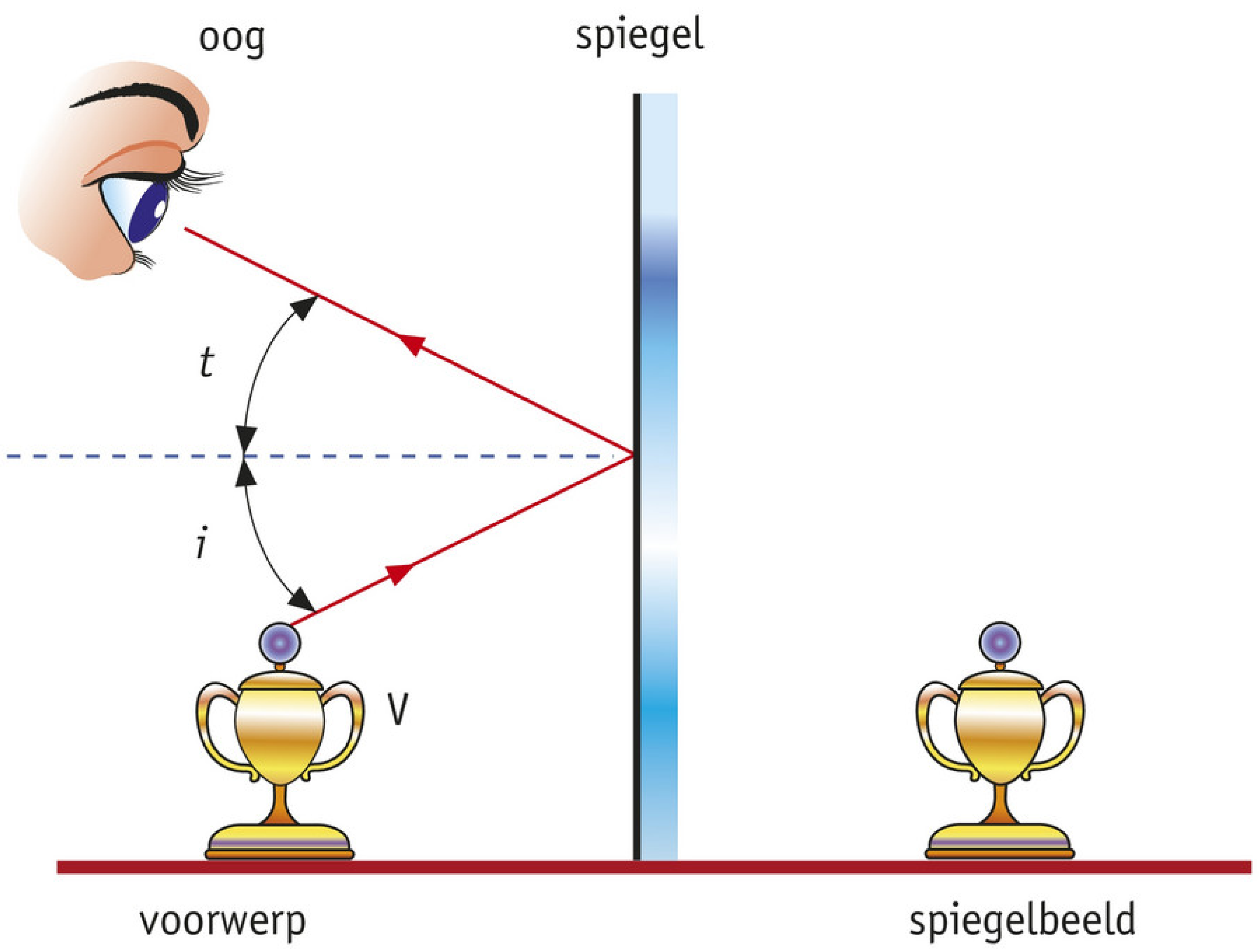
De meeste voorwerpen om ons heen zijn niet glad maar een beetje ruw. Als een evenwijdige bundel licht schuin op deze voorwerpen valt, wordt het licht door al die verschillend gerichte oppervlakjes, volgens de spiegelwet, in allerlei richtingen weerkaatst (figuur 4). Dit heet **diffuse terugkaatsing**. Je kunt het voorwerp vanuit vele richtingen zien.



▲ **figuur 4** terugkaatsing in vele richtingen

Beeldconstructie

Kijk je via een spiegel naar een voorwerp, dan zie je een beeld van het voorwerp. Vanuit elk punt van dit voorwerp vertrekken in vele richtingen lichtstralen. In figuur 5 zie je één lichtstraal getekend.



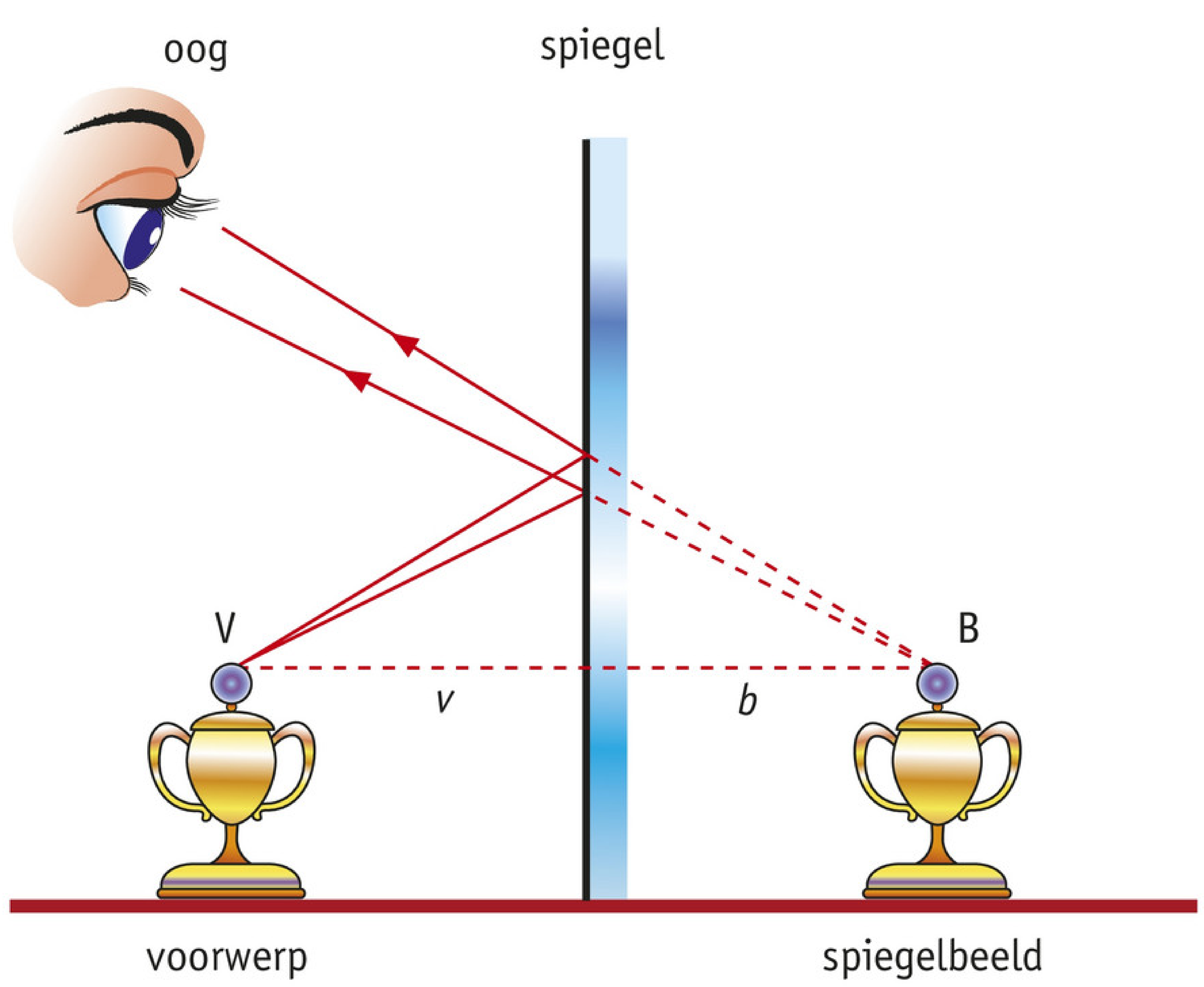
▲ **figuur 5** terugkaatsing volgens de spiegelwet

Beeldconstructie met behulp van de spiegelwet

Een lichtstraal afkomstig uit een voorwerpspunt V treft de spiegel en wordt volgens de spiegelwet weerkaatst richting het oog (figuur 5). Dit kun je tekenen. Op de plek waar de lichtstraal de spiegel raakt, teken je eerst de normaal waarna je invalshoek *i* meet. Vervolgens zet je terugkaatsingshoek *t* uit die even groot is als de invalshoek. Ten slotte teken je de teruggekaatste lichtstraal.
Er is nog een andere manier om de teruggekaatste lichtstraal te construeren. Hierbij maak je gebruik van het gegeven dat het spiegelbeeld van een voorwerp (bij een vlakke spiegel) altijd even ver achter de spiegel staat als het voorwerp ervoor.

Beeldconstructie met behulp van het spiegelbeeld

Teken eerst (spiegel)beeldpunt B van voorwerpspunt V. Dit doe je door een lijn vanuit het voorwerp loodrecht op de spiegel te tekenen en deze lijn aan de andere kant van de spiegel door te trekken; het beeldpunt moet even ver van de spiegel staan als het voorwerpspunt. In figuur 6 geldt dus: $b = v$.
Alle lichtstralen die vanuit voorwerpspunt V op de spiegel vallen, lijken van beeldpunt B te komen, dus ook de lichtstralen die van V naar het oog gaan. De lichtstralen achter de spiegel zijn slechts hulplijnen en moeten daarom worden gestippeld (figuur 6).

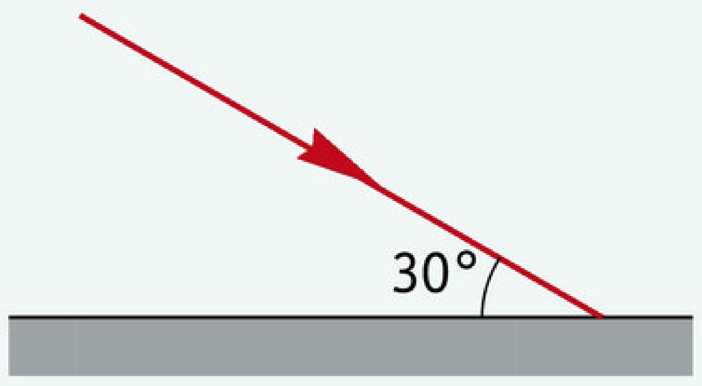


▲ **figuur 6** beeldconstructie met behulp van spiegelbeeld B

Het lijkt alsof lichtstralen naar het beeld gaan of uit het beeld komen. De hersenen veronderstellen namelijk dat licht dat onze ogen treft, altijd rechtdoor gaat. In werkelijkheid gaan er geen lichtstralen door beeld B. Als je achter de spiegel een scherm of vel papier houdt, dan zijn daar immers ook geen lichtstralen en is er ook geen beeld. Je ziet het beeld wel, maar je kunt het niet projecteren. Dit noem je een **virtueel beeld**. Een **reëel beeld** ontstaat als er wel lichtstralen door het beeld gaan. Je ziet het beeld en je kunt het projecteren. Later in dit hoofdstuk leer je dat lenzen reële beelden kunnen vormen, zoals op het projectiescherm van een beamer of op het ccd-schermpje van een digitale fotocamera.

Voorbeeldopgave 1

Een laserstraal treft een vlakke spiegel onder een hoek van 30° (figuur 7).

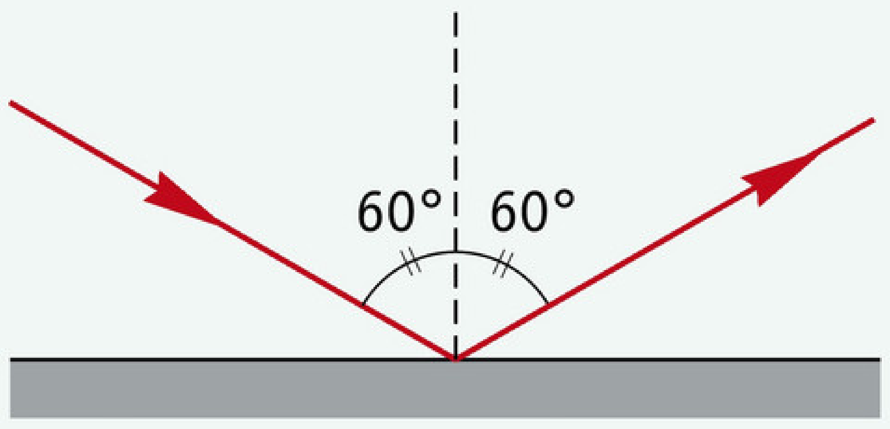


▲ **figuur 7** Een laserstraal treft een vlakke spiegel onder een hoek van 30°.

Construeer de teruggekaatste laserstraal.

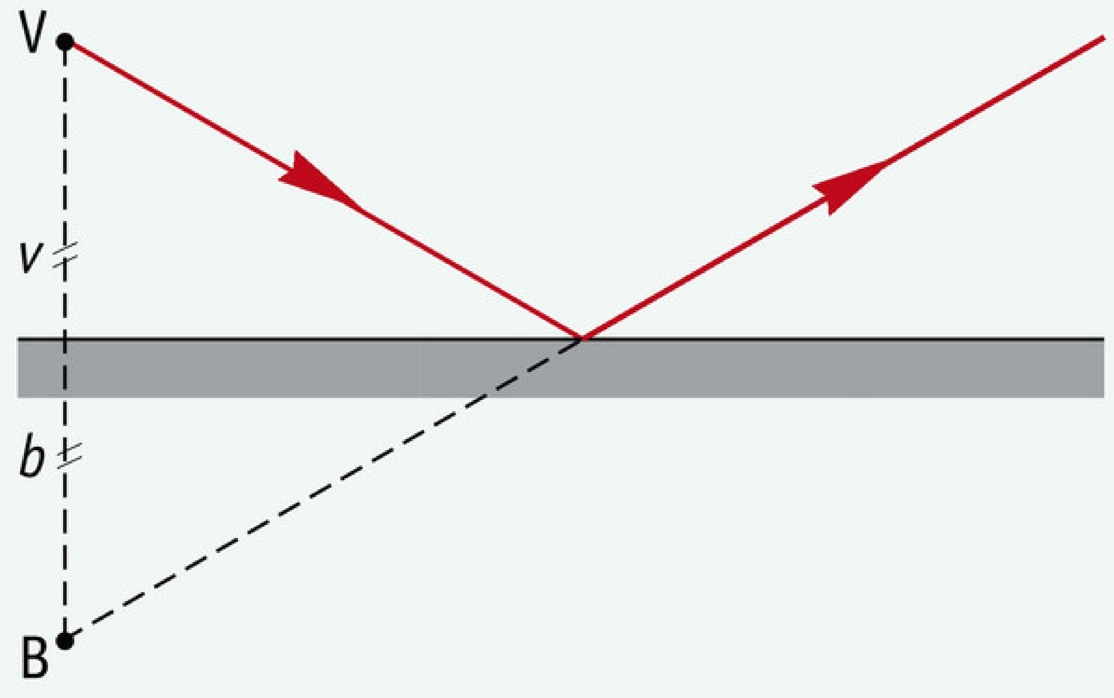
Uitwerking

1 *Met behulp van de spiegelwet*
Teken eerst de normaal loodrecht op de spiegel daar waar de laserstraal de spiegel treft (figuur 8).
Invalshoek i is 90° – 30° = 60°.
Uit $\angle i = \angle t$ geldt dat de terugkaatsingshoek ook 60° is.



▲ **figuur 8** Teken de hoek van terugkaatsing volgens de wet van terugkaatsing.

2 *Met behulp van (spiegel)beeldpunt B*
Teken voorwerpspunt V waarvan de lichtstraal vertrekt en meet loodrecht op de spiegel voorwerpsafstand v. Teken op dezelfde afstand (beeldafstand b) achter de spiegel beeldpunt B (figuur 9). Stippel de lijn tussen voorwerpspunt V en beeldpunt B. Teken vanaf beeldpunt B een lijn door het punt waarop de invallende laserstraal de spiegel treft. Achter de spiegel is deze lijn een hulplijn, dus gestippeld. Voor de spiegel is dit de teruggekaatste lichtstraal.



◀ **figuur 9** beeldconstructie met behulp van voorwerpsafstand en beeldafstand

Soms moet je bij de constructie met behulp van het spiegel*beeld* de spiegel in gedachten verlengen (verder stippelen) om het beeldpunt te kunnen construeren. Verder kun je deze manier van beeldconstructie niet gebruiken bij een bolle of holle spiegel. De constructie met behulp van de spiegel*wet* mag je wel altijd gebruiken.

Onthoud!

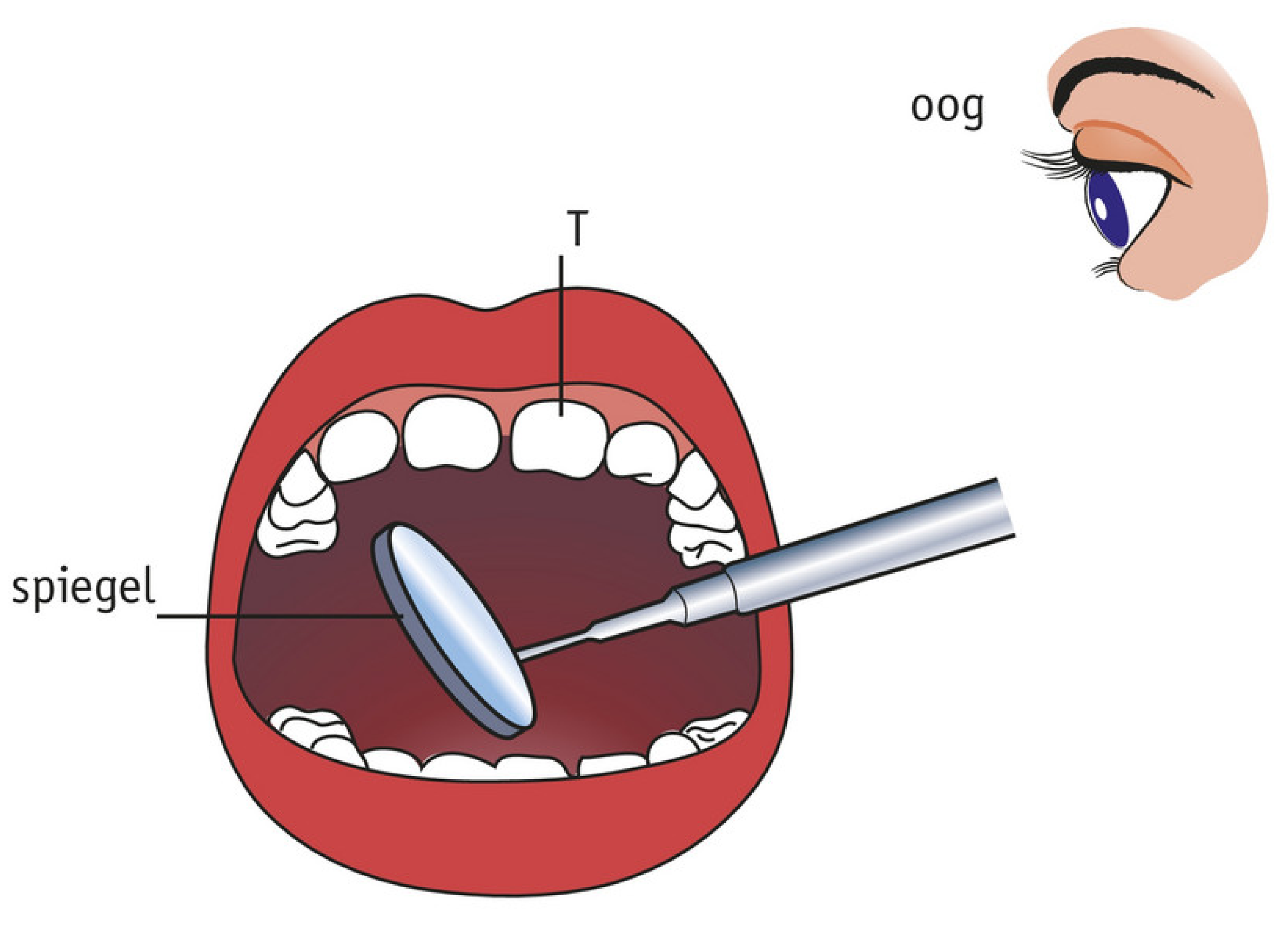
- Bij diffuse terugkaatsing wordt een evenwijdige lichtbundel in vele richtingen weerkaatst; bij spiegelende terugkaatsing wordt deze in één richting weerkaatst.
- Bij terugkaatsing van lichtstralen geldt de spiegelwet: $\angle i = \angle t$
- De hoek van inval i is de hoek tussen de invallende lichtstraal en de normaal; de hoek van terugkaatsing t is de hoek tussen de teruggekaatste lichtstraal en de normaal.
- Het (spiegel)beeldpunt B staat even ver van de spiegel als het voorwerpspunt V. De lijn tussen B en V staat loodrecht op de spiegel.
- Beelden die je kunt projecteren, zijn reële beelden; beelden die je wel ziet maar niet kunt projecteren, zijn virtuele beelden.

Opdrachten

1 Spiegelwet
Met behulp van de spiegelwet kun je voorspellingen doen over de teruggekaatste lichtstraal.
a Leg het verschil uit tussen spiegelende en diffuse terugkaatsing.
b Leg uit wat wordt bedoeld met het begrip ‘normaal’.
c Leg de spiegelwet uit.

2 Lichtstraal
Een lichtstraal valt op een vlakke spiegel in onder een hoek van 40°.
Teken de situatie en construeer de teruggekaatste lichtstraal.

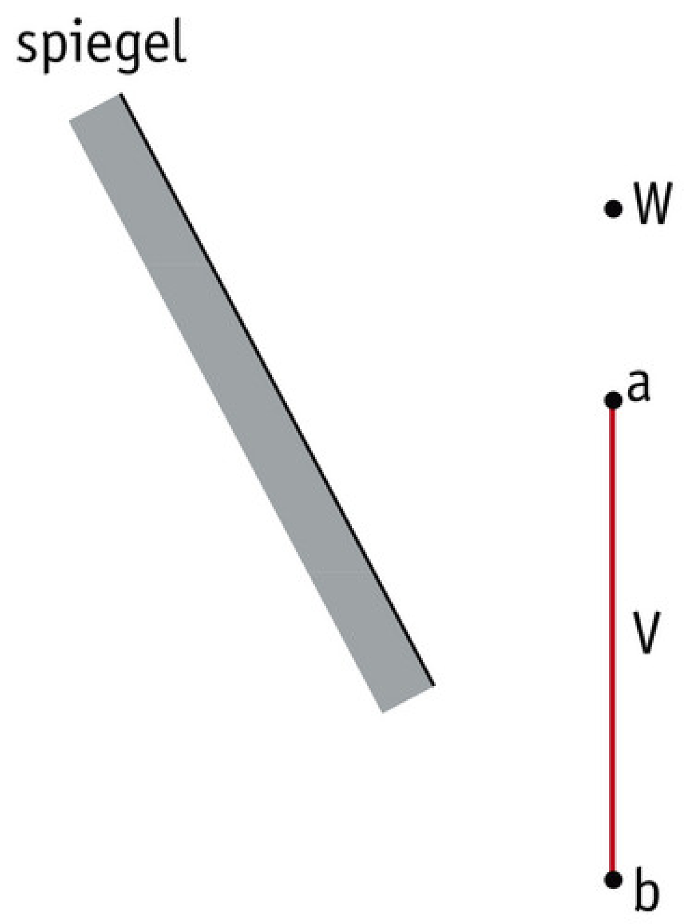
3 Bij de tandarts
Een tandarts bekijkt via een spiegeltje de achterkant van een tand (figuur 10).



▲ **figuur 10** Een tandarts gebruikt een spiegeltje om de achterkant van je voortanden te bekijken.

Construeer in figuur 10 een lichtstraal die van tand T via de spiegel wordt weerkaatst richting het oog.

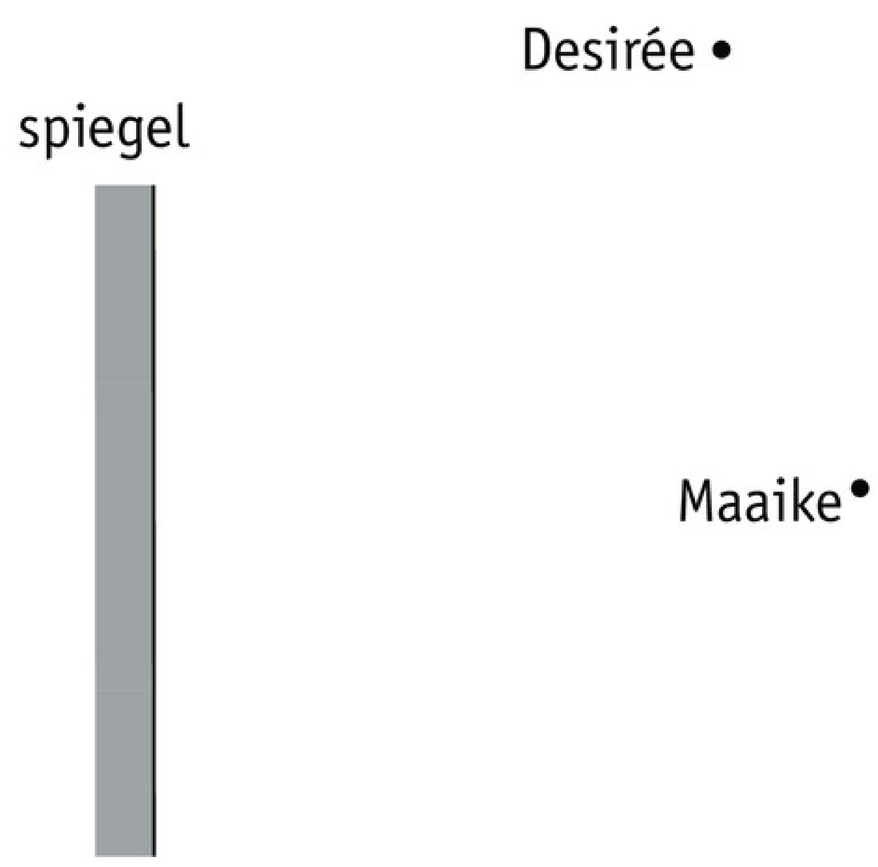
4 Vlakke spiegel [1]
Een voorwerp V (met uiteinden a en b) staat voor een vlakke spiegel. Waarnemer W kijkt via de spiegel naar V (figuur 11).



◀ **figuur 11** een voorwerp voor een vlakke spiegel

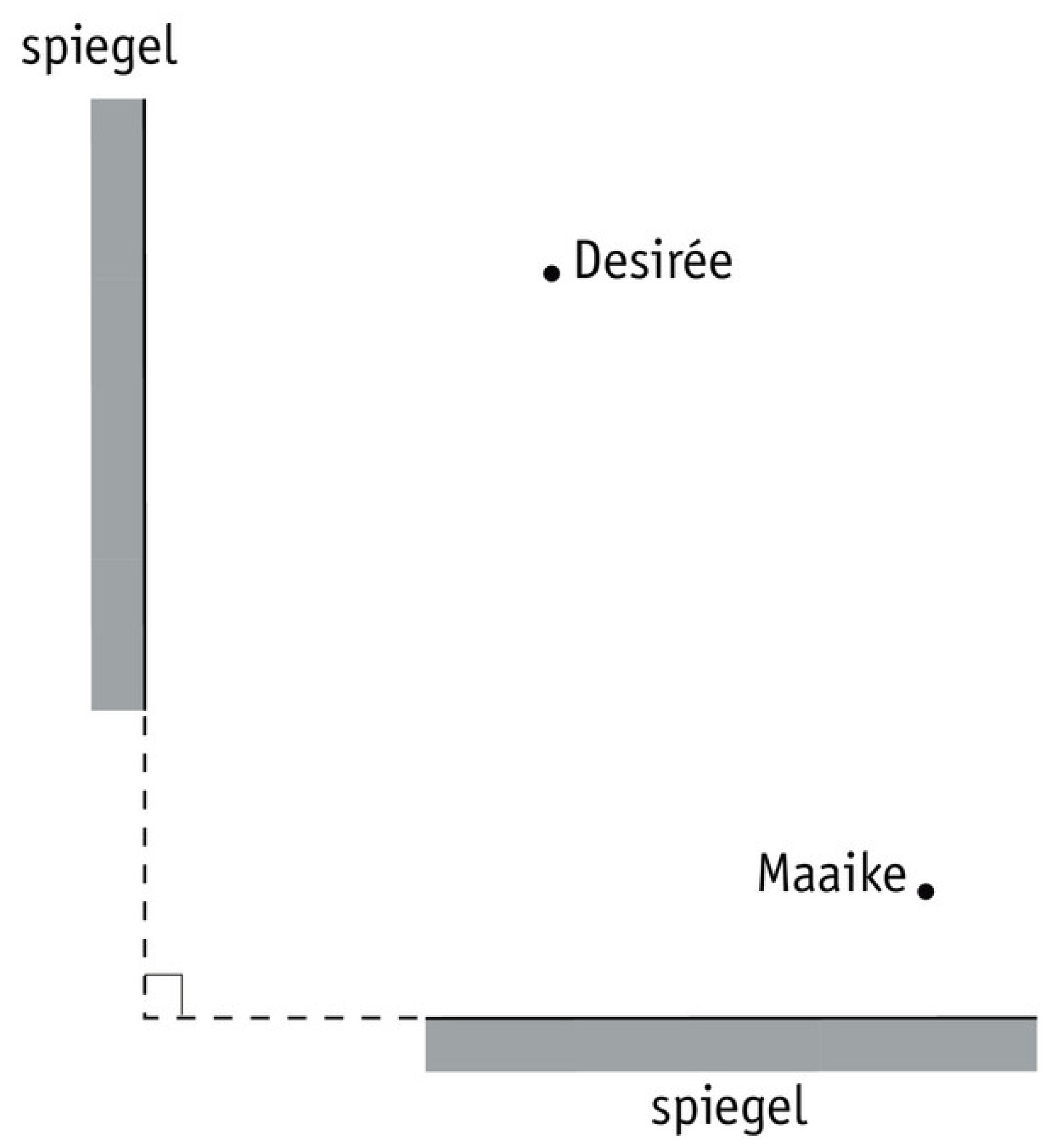
Bepaal door middel van een constructie welk deel van het voorwerp de waarnemer ziet.

5 Vlakke spiegel [2]
Desirée en Maaike staan voor een vlakke spiegel (figuur 12).



◀ **figuur 12** Desirée en Maaike voor een vlakke spiegel

a Construeer in figuur 12 de plaats van de beeldpunten van Desirée en Maaike.
b Leg met behulp van een constructie uit of Desirée en Maaike elkaar kunnen zien in de spiegel.
c Desirée en Maaike staan nu voor twee vlakke spiegels die loodrecht op elkaar staan (figuur 13).



◀ **figuur 13** Desirée en Maaike

Construeer in figuur 13 de lichtstraal van Desirée naar Maaike die wordt weerkaatst door beide spiegels.

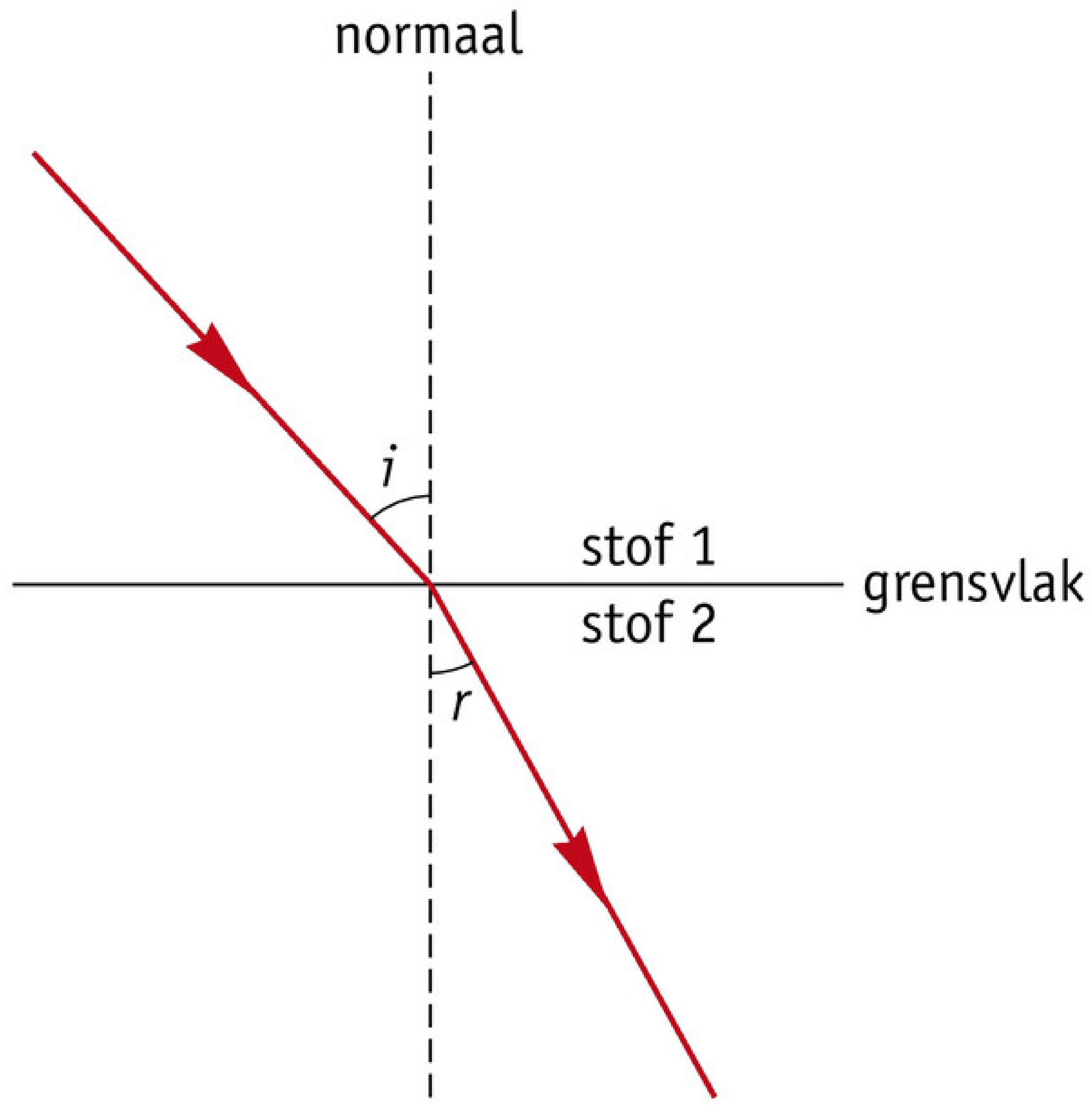
2 Breking bij lenzen

In deze paragraaf leer je:
- berekeningen maken met de wet van Snellius;
- enkele eigenschappen van lenzen kennen: brandpunt en sterkte;
- berekeningen maken met de lenzenmakersformule.

Lenzen worden gebruikt om voorwerpen af te beelden. Vaak is zo'n beeld groter of kleiner dan het voorwerp zelf. De lens moet het licht afkomstig van het voorwerp dan wel eerst breken.

Brekingswet

Als zonlicht op een glazen raam valt, zal een deel van het zonlicht op het grensvlak lucht–glas terugkaatsen. Bij deze weerkaatsing geldt de spiegelwet. Het grootste deel van het licht wordt doorgelaten. Als het zonlicht echter scheef op het grensvlak valt, zal het doorgelaten licht op het grensvlak breken (er komt een knik in).
In figuur 14 zie je een lichtstraal die breekt nadat deze op een grensvlak valt.



▲ **figuur 14** breking van een lichtstraal op een grensvlak

Net als bij de spiegelwet is de invalshoek *i* de hoek tussen de invallende lichtstraal en de normaal. De brekingshoek *r* is de hoek tussen de gebroken lichtstraal en de normaal.
Op basis van experimenten formuleerde de Leidse wetenschapper Willebrord Snellius (dit is zijn Latijnse naam, hij heette Willebrord Snel van Royen; 1580–1626) in 1621 een vergelijking die bekendstaat als de wet van Snellius. Deze luidt als volgt:

$$\frac{\sin i}{\sin r} = \frac{n_2}{n_1}$$

Hierin is:
- i de invalshoek in graden (°);
- r de brekingshoek in graden (°);
- n_2 de brekingsindex van de stof (stof 2) waar de lichtstraal *naartoe* gaat (geen eenheid);
- n_1 de brekingsindex van de stof (stof 1) *waarvandaan* de lichtstraal komt (geen eenheid).

De **brekingsindices** n_1 en n_2 zijn stofeigenschappen. Ook vacuüm heeft een brekingsindex: $n_{vacuüm}$ is per definitie exact gelijk aan 1. De brekingsindex van een stof kan experimenteel worden bepaald met de wet van Snellius door een lichtstraal vanuit vacuüm op de stof te laten invallen.

Als je de wet van Snellius dan toepast, krijg je immers: $\dfrac{\sin i}{\sin r} = \dfrac{n_{stof}}{n_{vacuüm}} = \dfrac{n_{stof}}{1} = n_{stof}$

Als je de hoek van inval en breking opmeet, kun je zo de brekingsindex van de stof uitrekenen. De brekingsindex van vacuüm en lucht zijn bijna gelijk (n_{lucht} = 1,000 292). Als je de waarden in drie significante cijfers opschrijft, zijn ze exact gelijk: $n_{vacuüm} = n_{lucht}$ = 1,00. Daarom kun je een meting van de brekingsindex ook uitvoeren door de lichtstraal vanuit *lucht* op die stof te laten invallen. In Binas tabel 18 vind je van een aantal verschillende vaste stoffen en vloeistoffen de brekingsindex die op deze manier is bepaald.

Voorbeeldopgave 2

Een lichtstraal in lucht valt in op een blok ijs. De hoek van inval is 30°, de (gemeten) hoek van breking is 22°.
Bereken de brekingsindex van ijs.

Uitwerking
De lichtstraal gaat van lucht (stof 1) naar ijs (stof 2). Er geldt dus n_1 = 1,00 en n_2 is gevraagd.
Verder is i = 30° en r = 22°.
Invullen in de wet van Snellius geeft:

$$\frac{\sin i}{\sin r} = \frac{n_2}{n_1}$$

$$\frac{\sin 30°}{\sin 22°} = \frac{n_2}{1{,}00}, \text{ dus } n_2 = 1{,}3$$

De brekingsindex van ijs is dus n = 1,3.

Stoffen als glas en perspex worden vaak gebruikt in lenzen van bijvoorbeeld brillen. Voor opticiens is het belangrijk om te weten hoe een lichtstraal precies gebroken wordt. Als je de brekingsindex van een stof weet, kun je exact voorspellen hoe een lichtstraal wordt gebroken door die stof.

Voorbeeldopgave 3

Een blauwe lichtstraal in lucht valt onder een hoek van 40° met de normaal op een perspex plaat.
Bereken de brekingshoek.

Uitwerking
In Binas tabel 18 vind je: n_{lucht} = 1,00 en $n_{perspex}$ = 1,50. De lichtstraal gaat van lucht (stof 1) naar perspex (stof 2). Dus n_1 = 1,00 en n_2 = 1,50.

$$\frac{\sin i}{\sin r} = \frac{n_2}{n_1}$$

$$\frac{\sin 40°}{\sin r} = \frac{1{,}50}{1{,}00}$$

$$\sin r = \frac{\sin 40°}{1{,}50}, \text{ dus } r = 25°$$

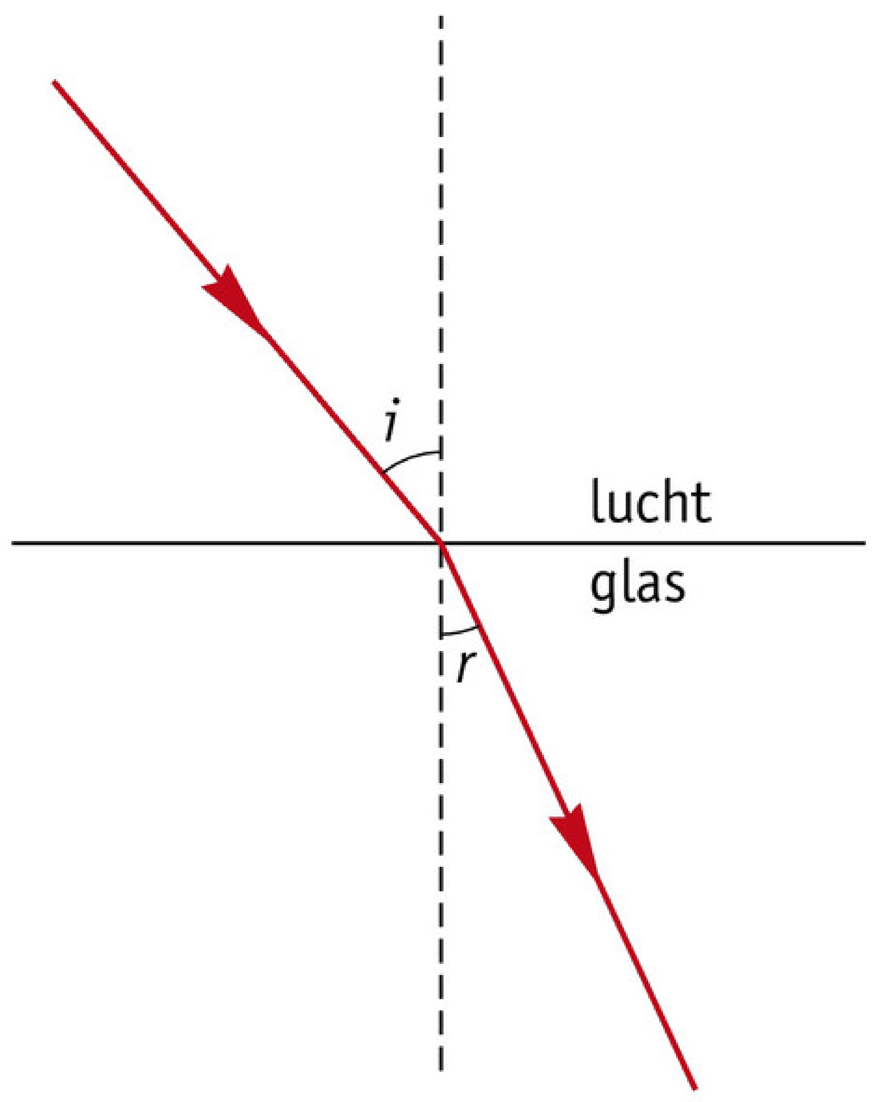
De brekingshoek is dus 25°.

Je ziet in voorbeeldopgave 3 dat als een lichtstraal van een stof met een kleine brekingsindex naar een stof met een grote(re) brekingsindex gaat, de brekingshoek kleiner is dan de invalshoek (figuur 15). Je kunt dit ook anders formuleren:

- Gaat licht van een stof met een kleine brekingsindex naar een stof met een grotere brekingsindex, dan breekt de lichtstraal naar de normaal toe.

Het omgekeerde geldt ook:

- Gaat licht van een stof met een grote brekingsindex naar een stof met een kleinere brekingsindex, dan breekt de lichtstraal van de normaal af.

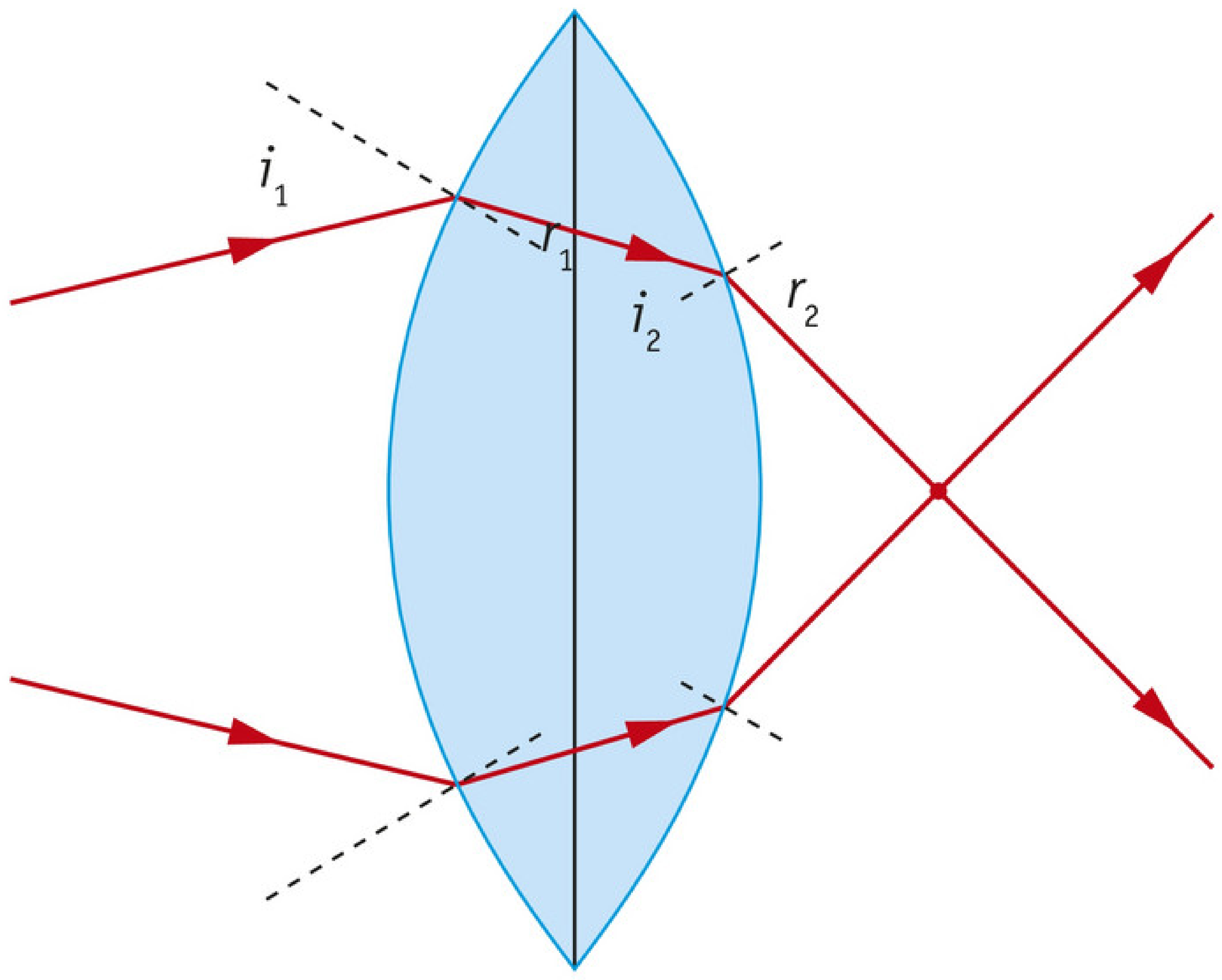


▲ **figuur 15** Een lichtstraal breekt op het grensvlak lucht–glas.

Breking aan een bolvormig oppervlak

De lenzen die in optische instrumenten worden gebruikt, zijn gemaakt van doorzichtig materiaal, bijvoorbeeld glas of plastic. De werking van een lens is te begrijpen aan de hand van de wet van Snellius. In figuur 16 zie je dat de twee invallende lichtstralen twee keer worden gebroken:

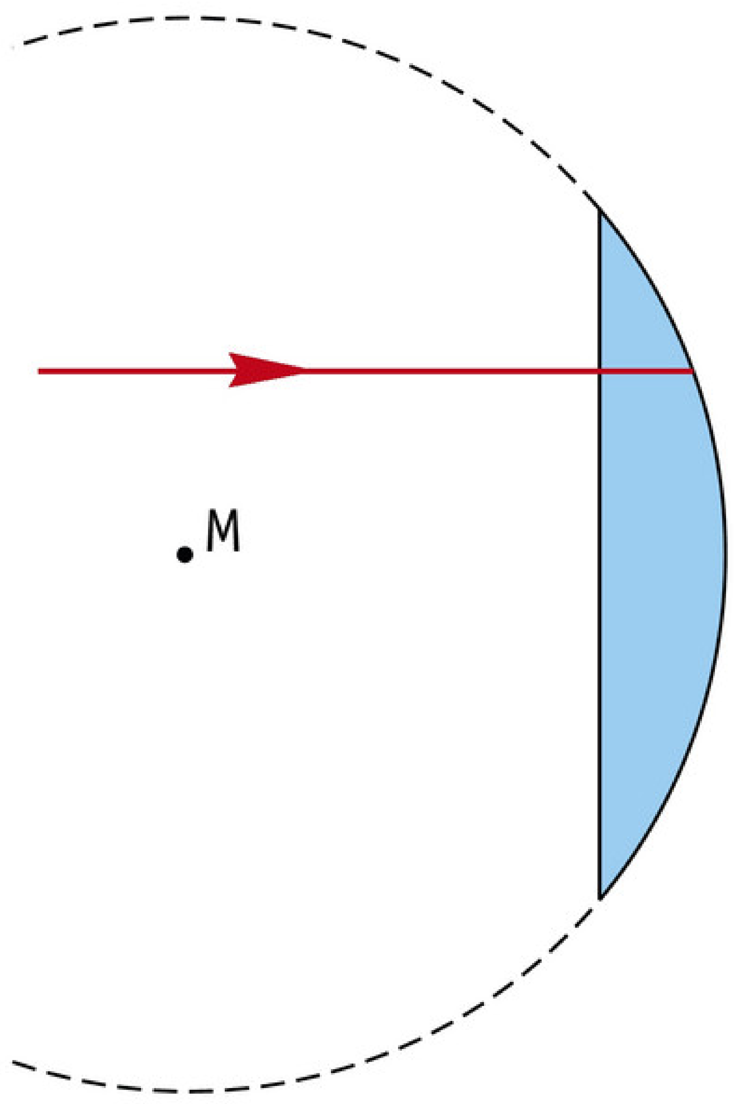
- De stralen breken naar de normaal toe bij het binnentreden van de lens.
- De stralen breken van de normaal af bij het verlaten van de lens.



▲ **figuur 16** breking bij een bolle lens

Daar waar de lichtstralen samenkomen, wordt een beeld gevormd (geprojecteerd). Dit beeld kun je zien als je op die plaats een vel papier of je hand houdt.

In figuur 17 zie je een lichtstraal in lucht die op een platbolle glazen lens valt. Zo'n lens heeft één plat oppervlak en één gekromd oppervlak. Het gekromde oppervlak van het glas is een gedeelte van een bol met middelpunt M. De invallende lichtstraal zal in dit geval één keer worden gebroken, namelijk aan het gekromde oppervlak. De brekingshoek kun je berekenen met behulp van de wet van Snellius.



▲ **figuur 17** Een lichtstraal valt op een platbolle lens.

Voorbeeldopgave 4

In figuur 17 valt een (rode) lichtstraal loodrecht op het platte oppervlak van een platbolle glazen lens. De lichtstraal breekt alleen op het gekromde oppervlak.

a Leg uit waarom de lichtstraal niet breekt aan het platte oppervlak van de lens.
b Construeer het verdere verloop van de lichtstraal na breking aan het gekromde oppervlak.

Uitwerking

a In Binas tabel 18 vind je: n_{lucht} = 1,00 en n_{glas} = 1,51. De lichtstraal gaat van lucht (stof 1) naar glas (stof 2), dus n_1 = 1,00 en n_2 = 1,51. De invalshoek is 0°, want de lichtstraal valt loodrecht in op het oppervlak. Invullen in de wet van Snellius geeft:

$$\frac{\sin i}{\sin r} = \frac{n_2}{n_1}$$

$$\frac{\sin 0°}{\sin r} = \frac{1{,}51}{1{,}00}\text{, dus } r = 0°$$

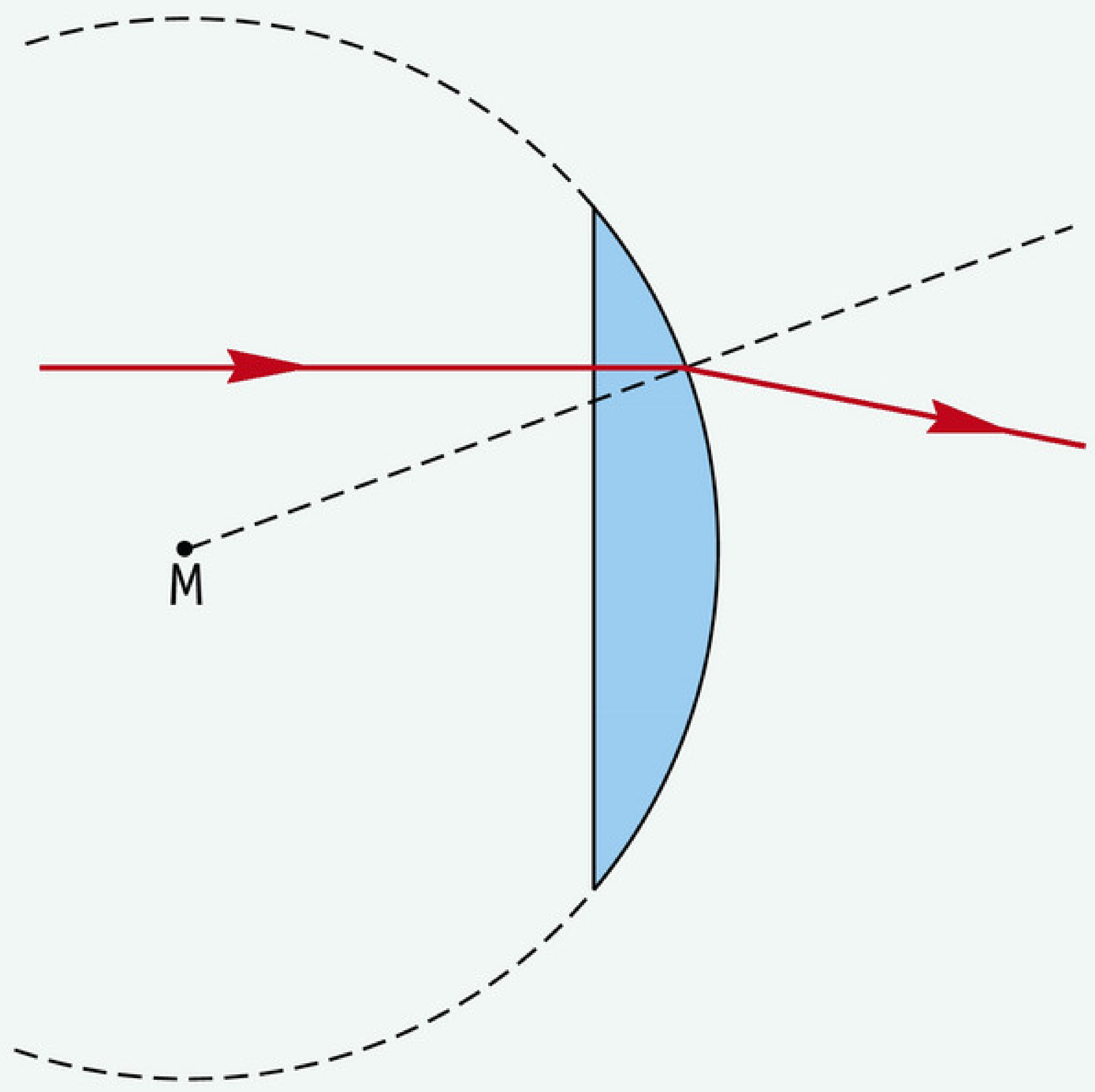
Je ziet dat de brekingshoek ook 0° is. De lichtstraal gaat gewoon rechtdoor zonder te breken.

b Eerst teken je de normaal (figuur 18). Bij een boloppervlak met middelpunt M is de normaal een (gestippelde) rechte lijn van middelpunt M naar het punt waar de lichtstraal op het oppervlak valt. De invalshoek is de hoek tussen de invallende lichtstraal en de normaal. In de figuur is dit 20°.
De lichtstraal gaat van glas (stof 1) naar lucht (stof 2). Dus n_1 = 1,51 en n_2 = 1,00. Invullen van alle gegevens in de wet van Snellius geeft:

$$\frac{\sin i}{\sin r} = \frac{n_2}{n_1}$$

$$\frac{\sin 20°}{\sin r} = \frac{1{,}00}{1{,}51}$$

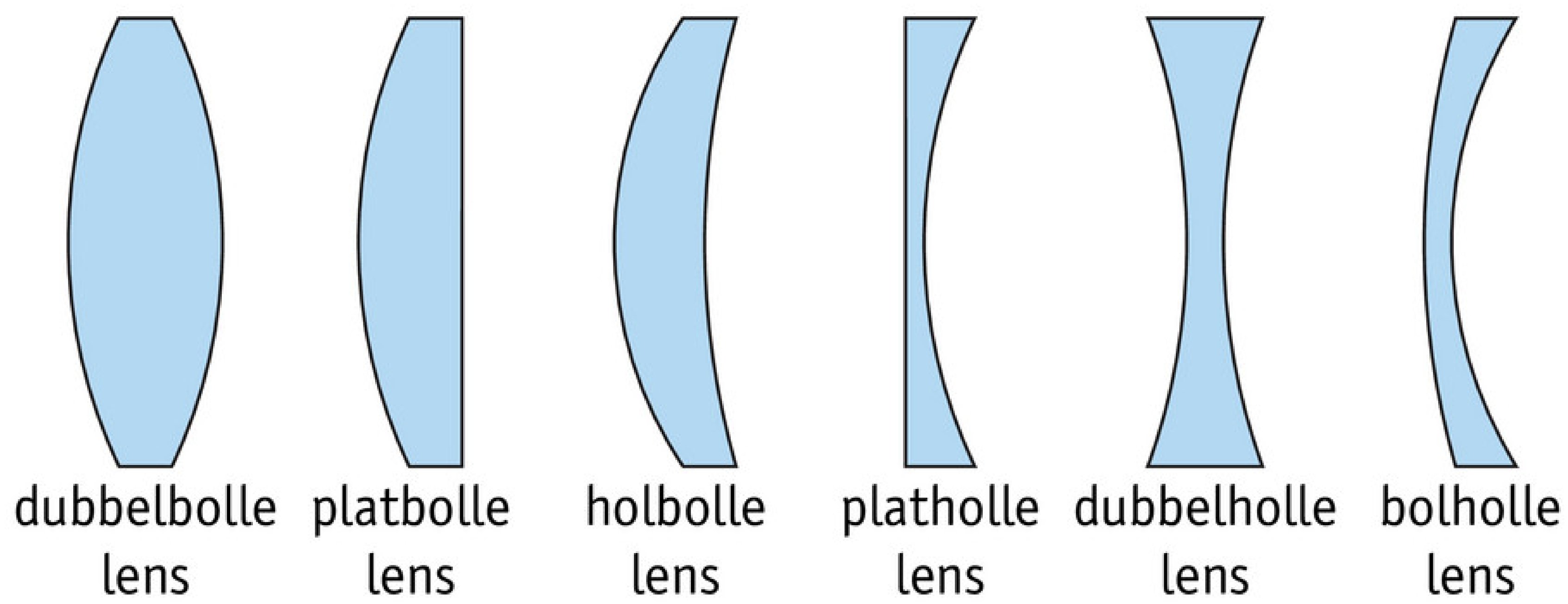
$\sin r = 1{,}51 \times \sin 20°$
$r = 31°$
(De lichtstraal breekt dus van de normaal af.)



▲ **figuur 18** Zo teken je de normaal (stippellijn M).

Soorten lenzen

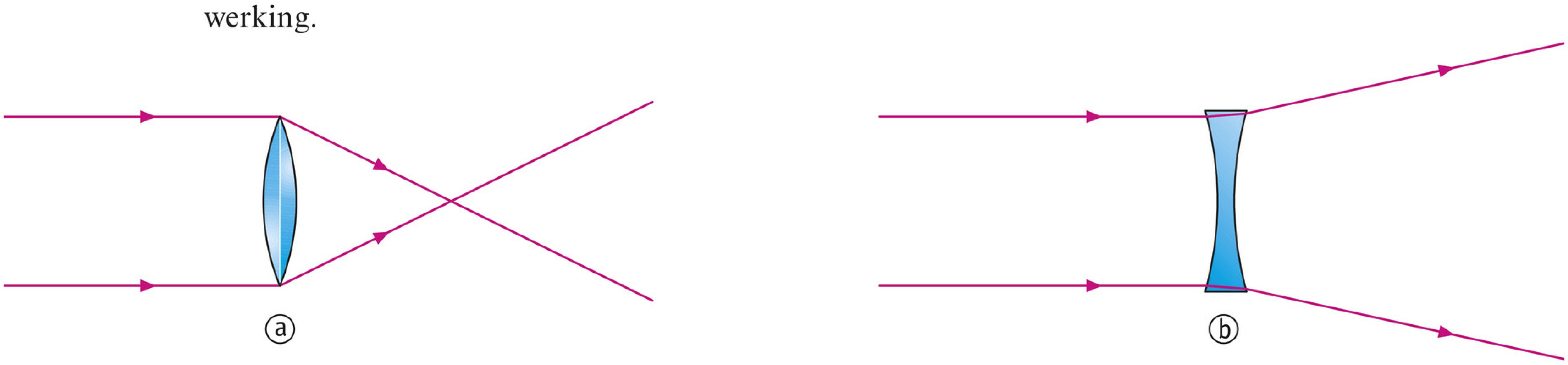
Naast de platbolle lens zijn er ook nog vijf andere lenzen mogelijk (figuur 19). Alle lenzen hebben een ronde omtrek en één of beide oppervlakken zijn gekromd. De twee lensoppervlakken van de lenzen kunnen hol, bol of plat zijn.



▲ **figuur 19** verschillende soorten lenzen

Convergeren en divergeren

Bolle lenzen noem je ook wel positieve lenzen. Deze lenzen zijn in het midden dikker dan aan de randen. Als een evenwijdige lichtbundel op een bolle lens valt, breekt de lens de lichtstralen naar één punt (figuur 20a). De bundel **convergeert**. Een bolle lens heeft een convergerende werking.

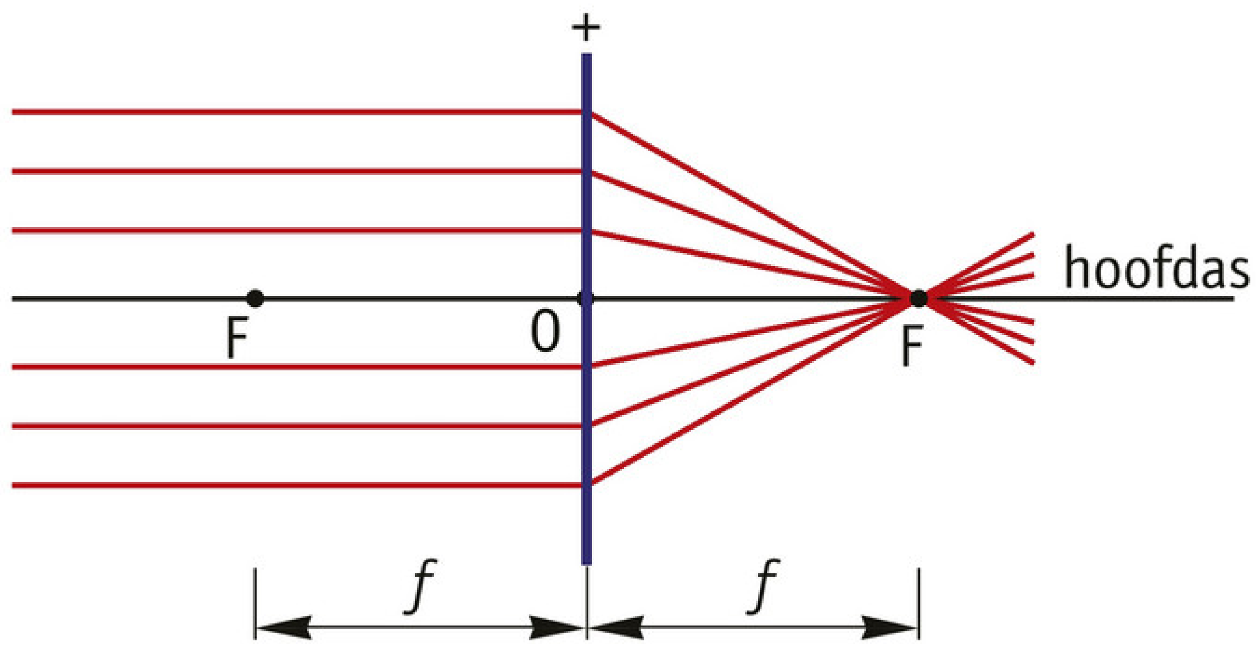


▲ **figuur 20** (a) Een bolle lens convergeert en (b) een holle lens divergeert.

Holle lenzen worden negatieve lenzen genoemd. Deze lenzen zijn aan de randen dikker dan in het midden. Als een evenwijdige lichtbundel op een holle lens valt, gaan de lichtstralen van elkaar af (figuur 20b). De bundel **divergeert**. Een holle lens heeft een divergerende werking. In de volgende paragrafen zullen alleen positieve lenzen aan bod komen.

Bolle lens

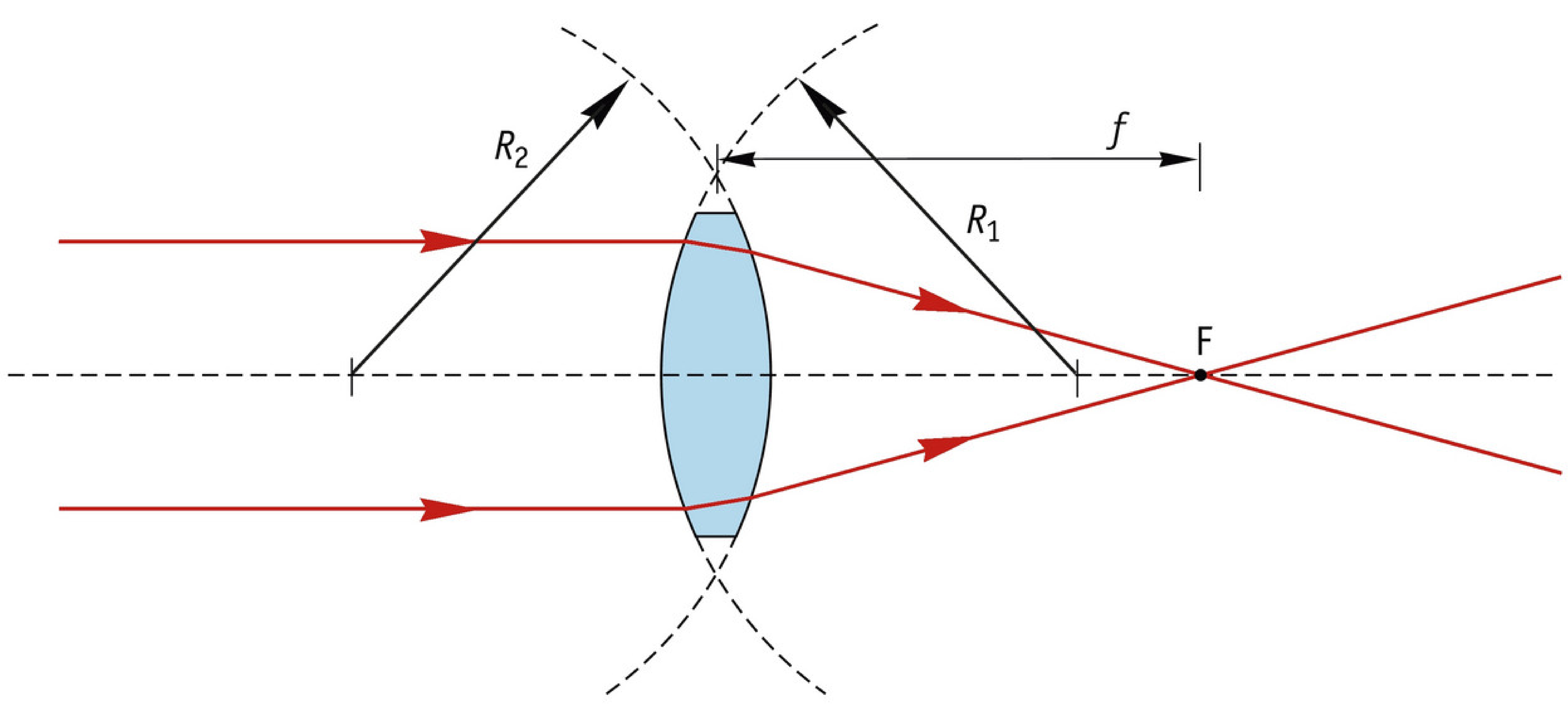
Lenzen worden in tekeningen vereenvoudigd weergegeven als een verticale lijn (figuur 21). Aan het +-teken van de verticale lijn zie je dat het om een bolle (positieve) lens gaat. Loodrecht door het midden van de lens loopt de **hoofdas**. De hoofdas snijdt de lens in het **optisch middelpunt O**. Als lichtstralen, bijvoorbeeld zonlicht, evenwijdig aan de hoofdas op een positieve lens vallen, komen deze achter de lens in één punt samen. Dit punt heet het **brandpunt F**. Houd je in het brandpunt een papiertje, dan zal door bundeling van het zonlicht de temperatuur in dit punt zo hoog worden dat het papiertje gaat branden. De afstand tussen het midden van de lens tot het brandpunt is de **brandpuntsafstand *f***.
Draai je de lens om, dan zul je zien dat hetzelfde gebeurt. Ook nu gaan de evenwijdige lichtstralen aan de hoofdas na de lens door één punt. Een lens heeft dus aan beide kanten een brandpunt. Beide brandpunten liggen op dezelfde afstand van het optisch middelpunt van de lens. Je mag hieruit concluderen dat lichtstralen omkeerbaar zijn.



▲ **figuur 21** evenwijdige lichtstralen op een bolle lens

Het brandpunt

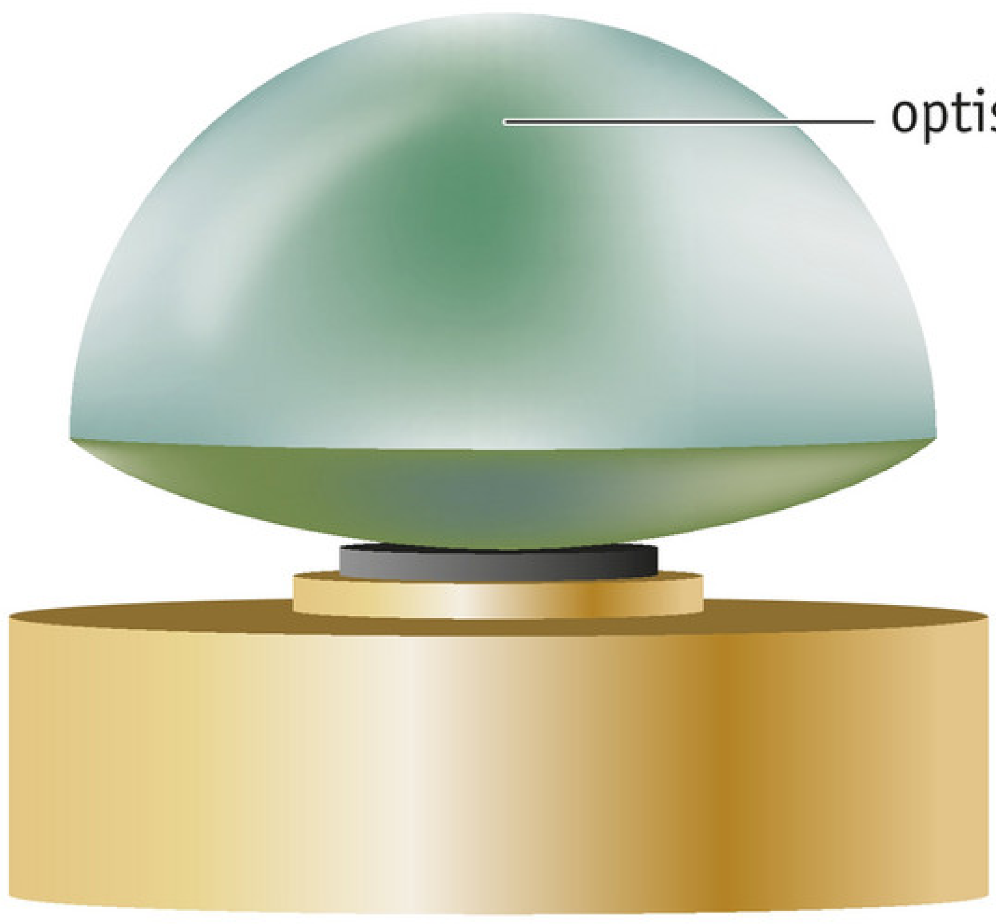
In figuur 22 zie je een dubbelbolle lens. Twee lichtstralen evenwijdig aan de hoofdas vallen op het gekromde oppervlak links van de lens. Dit oppervlak is een deel van een boloppervlak. De straal van deze bol noem je de kromtestraal R_1. In het glas worden beide lichtstralen gebroken. Na breking treffen de lichtstralen het gekromde oppervlak rechts van de lens. Ook dit oppervlak is bol. De kromtestraal van deze bol is R_2. Bij uittreding naar de lucht worden de lichtstralen voor de tweede keer gebroken. De lichtstralen komen uiteindelijk samen in het brandpunt F.



▲ **figuur 22** een dubbelbolle lens met kromtestralen R_1 en R_2

De plaats van het brandpunt F hangt af van de sterkte van de lens. Een bollere lens heeft een grotere convergerende werking en breekt de lichtstralen dus meer. Het brandpunt ligt dichter bij de lens. Een bollere lens heeft dus een kleinere brandpuntsafstand.
De brandpuntsafstand hangt af van de kromtestralen R_1 en R_2, maar ook van de brekingsindex n van het materiaal van de lens:
- Als de kromtestraal groter is, is het boloppervlak ook groter. De lens is minder bol en heeft een grotere brandpuntsafstand.
- Als de brekingsindex kleiner is, breken de lichtstralen minder sterk. De lens heeft een grotere brandpuntsafstand.

Als een lens twee verschillende kromtestralen heeft, betekent dit dat de ene kant meer gekromd is dan de andere kant. Toch liggen de brandpunten van beide kanten even ver van het optisch middelpunt O. Dit komt doordat het optisch middelpunt dan niet precies in het midden van de lens ligt, maar iets meer aan de kant waar het oppervlak het meest gekromd is (figuur 23).



▲ **figuur 23** een lens die de Vikingen in de elfde eeuw als loep gebruikten

Sterkte van een lens
Een bollere lens heeft een kleinere brandpuntsafstand en breekt de lichtstralen meer dan een plattere lens. Je zegt dan dat de bollere lens sterker is. De sterkte van een lens bereken je met:

$$S = \frac{1}{f}$$

Hierin is:
- S de sterkte van de lens in dioptrie (dpt);
- f de brandpuntsafstand in meter (m).

Zo heeft een brillenglas met een brandpuntsafstand van 50 cm een sterkte van:

$$S = \frac{1}{f} = \frac{1}{0,50} = 2,0 \text{ dpt}$$

De lenzenmakersformule
De brandpuntsafstand kun je berekenen met de **lenzenmakersformule**:

$$\frac{1}{f} = (n-1)\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)$$

Hierin is:
- f de brandpuntsafstand in meter (m);
- n de brekingsindex van het materiaal waarvan de lens is gemaakt (geen eenheid);
- R_1 en R_2 de kromtestralen van beide lensoppervlakken in meter (m).

Opmerking
Je mag voor f, R_1 en R_2 ook een andere eenheid gebruiken (bijvoorbeeld centimeter), als je dit maar consequent voor alle drie de grootheden doet.

Voorbeeldopgave 5

In figuur 22 breken twee lichtstralen door een dubbelbolle lens. De figuur is op ware grootte. Bepaal de brekingsindex van het materiaal waaruit de lens bestaat door gebruik te maken van de lenzenmakersformule.

Uitwerking
Gebruik de lenzenmakersformule en vul de benodigde gegevens in:

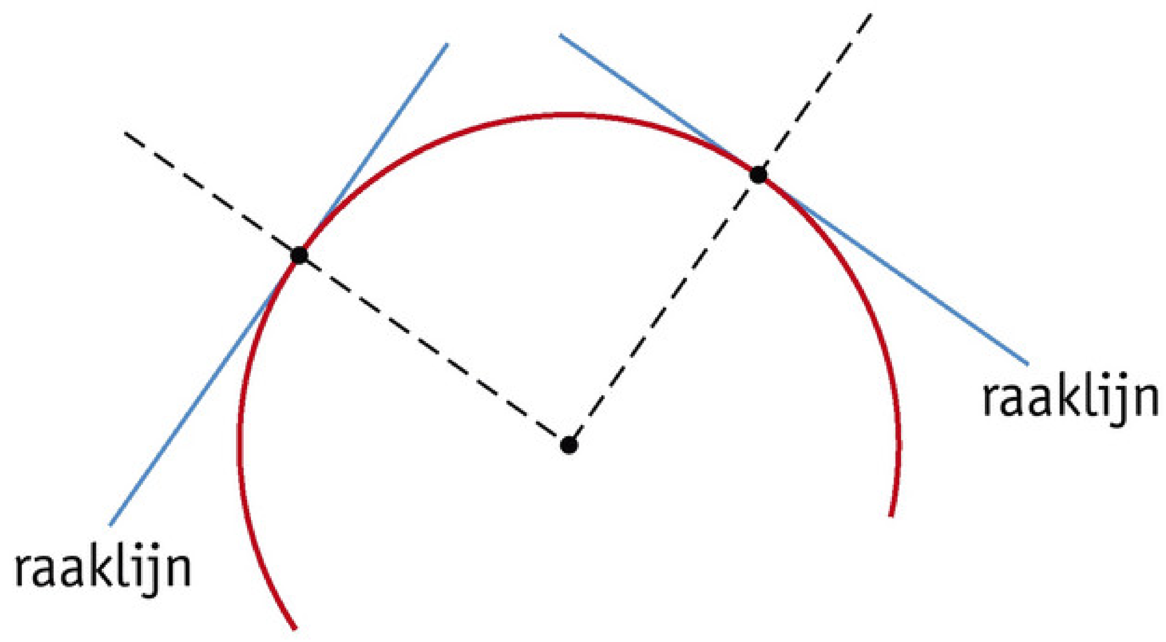
$$\frac{1}{f} = (n-1)\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)$$

Meet f en de kromtestralen R_1 en R_2 op in figuur 22.

$$\frac{1}{6,0} = (n-1)\left(\frac{1}{2,9} + \frac{1}{3,2}\right)$$

$0,167 = (n-1) \cdot 0,657$
$(n-1) = 0,254$
$n = 1,25$
De brekingsindex van het materiaal waarvan de lens is gemaakt, is $n = 1,25$.

De kromtestraal kun je gemakkelijk opmeten als het middelpunt van de bolcirkel is getekend. Vaak is het middelpunt echter niet getekend of gegeven en moet je het zelf bepalen, bijvoorbeeld tijdens een practicum. Handig is dan om het gekromde oppervlak van de lens over te tekenen op papier. Neem dan twee punten op de cirkel en teken in beide punten een raaklijn. Een raaklijn aan een cirkel staat namelijk loodrecht op de lijn door het middelpunt van die cirkel (figuur 24).



▲ **figuur 24** Zo bepaal je het middelpunt van een cirkel.

Onthoud!

- Bij breking van een lichtstraal geldt de wet van Snellius.
- Een evenwijdige lichtbundel gaat bij een positieve lens na breking door het brandpunt.
- Een lens heeft twee brandpunten; de brandpuntsafstand is de afstand van het optisch middelpunt van de lens tot het brandpunt.
- De sterkte van de lens bereken je met $S = \frac{1}{f}$; een bollere lens is sterker (heeft een kleinere brandpuntsafstand) dan een minder bolle lens.
- De brandpuntsafstand kun je berekenen met de lenzenmakersformule.

Opdrachten

6 Vakbegrippen bij lenzen
Om de werking van lenzen te begrijpen, moet je een aantal vakbegrippen kennen.
a Verklaar de term ‘brandpunt’.
b Geef de wet van Snellius en leg uit wat de grootheden in de formule betekenen.
c Leg uit wat wordt bedoeld wordt met de begrippen ‘convergerende’ en ‘divergerende lichtbundel’.

7 Een vloeistoflens
Een regendruppel kun je beschouwen als een dubbelbolle vloeistoflens. Een lichtstraal valt vanuit lucht evenwijdig aan de hoofdas op de regendruppel.
Kies steeds het juiste alternatief.
a Hoe boller de regendruppel (lens), hoe *kleiner* / *groter* de invalshoek.
b Hoe boller de regendruppel (lens), hoe *kleiner* / *groter* de brekingshoek.
c Hoe boller de regendruppel (lens), hoe *kleiner* / *groter* de sterkte van de lens.

8 Zwembad
In een zwembad zitten onder water enkele lampen. Een lichtstraal gaat vanuit een lamp door het water en wordt gebroken bij het wateroppervlak. De hoek van inval is 20°, de hoek van breking is 27°.
Bereken de brekingsindex van het water.

9 Water en ijs
Een (gele) lichtstraal gaat van water naar ijs. De hoek van breking is 27,0°.
Bereken de hoek van inval.

10 Lenzen tekenen
Teken een dubbelbolle lens en geef hierin het volgende aan: hoofdas, optisch middelpunt, brandpunt en brandpuntsafstand.

11 Dubbelbolle lens
Beide oppervlakken van een dubbelbolle lens hebben een straal van 44,0 cm met een brandpuntsafstand van 30,5 cm.
a Bereken de brekingsindex van het materiaal van deze lens.
b Bereken de sterkte van de lens.

+12 Een lens van kwarts
Jasper wil van gesmolten kwarts een platbolle lens maken met een brandpuntsafstand van 12,0 cm.
Bereken de kromtestraal die het bolle lensoppervlak dan moet krijgen.

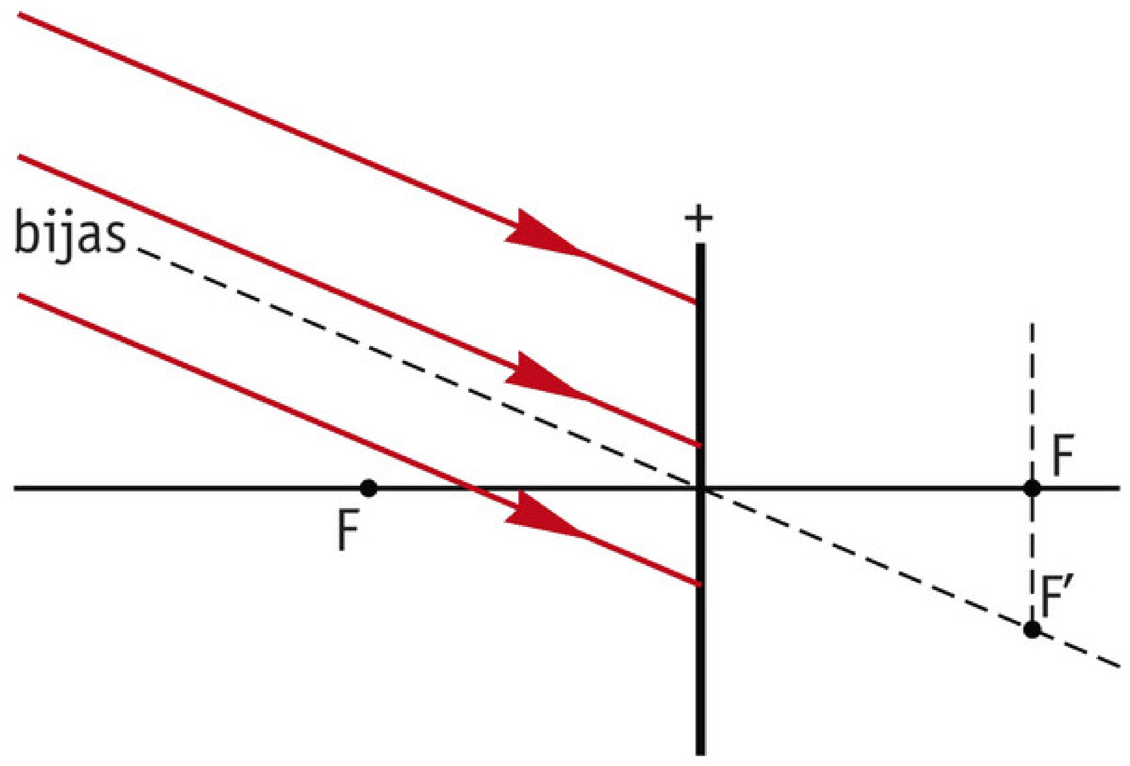
3 Constructiestralen en beeldvorming

In deze paragraaf leer je:
- beelden construeren bij positieve lenzen;
- eigenschappen van beelden kennen.

Bij een bolle lens gaan lichtstralen die evenwijdig aan de hoofdas lopen, na breking door het brandpunt achter de lens. In deze paragraaf wordt behandeld hoe lichtstralen worden gebroken die voor de lens niet evenwijdig aan de hoofdas lopen.

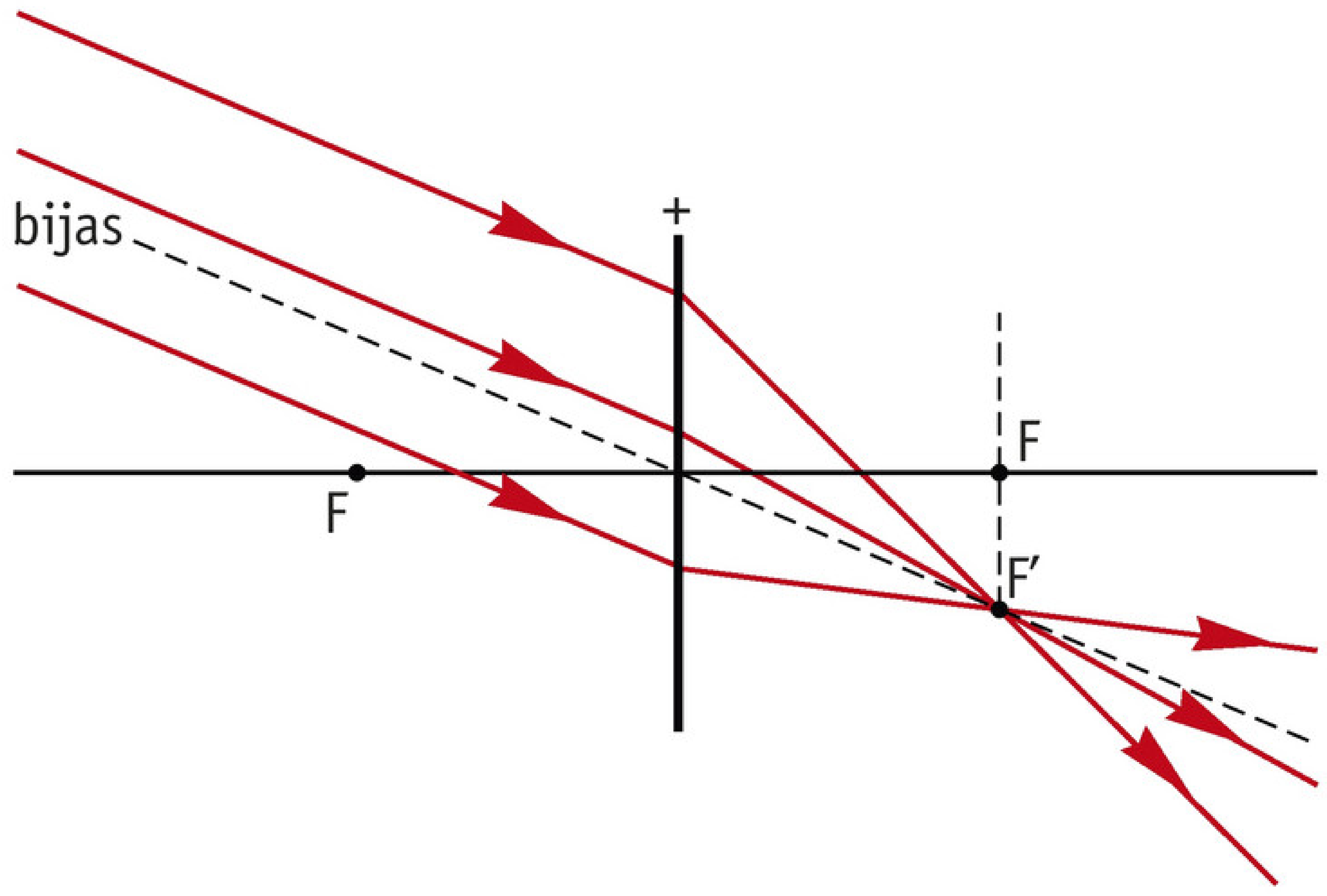
Bijas en bijbrandpunt

Evenwijdige lichtstralen die schuin op een lens vallen, gaan niet evenwijdig aan de hoofdas, maar aan de **bijas** (figuur 25). Deze as gaat ook door het optisch middelpunt van de lens. Achter de lens komen de lichtstralen in één punt samen: het **bijbrandpunt F'**. Dit punt ligt recht boven of onder het brandpunt.



▲ **figuur 25** De bijas is een rechte lijn door het optisch middelpunt van een lens.

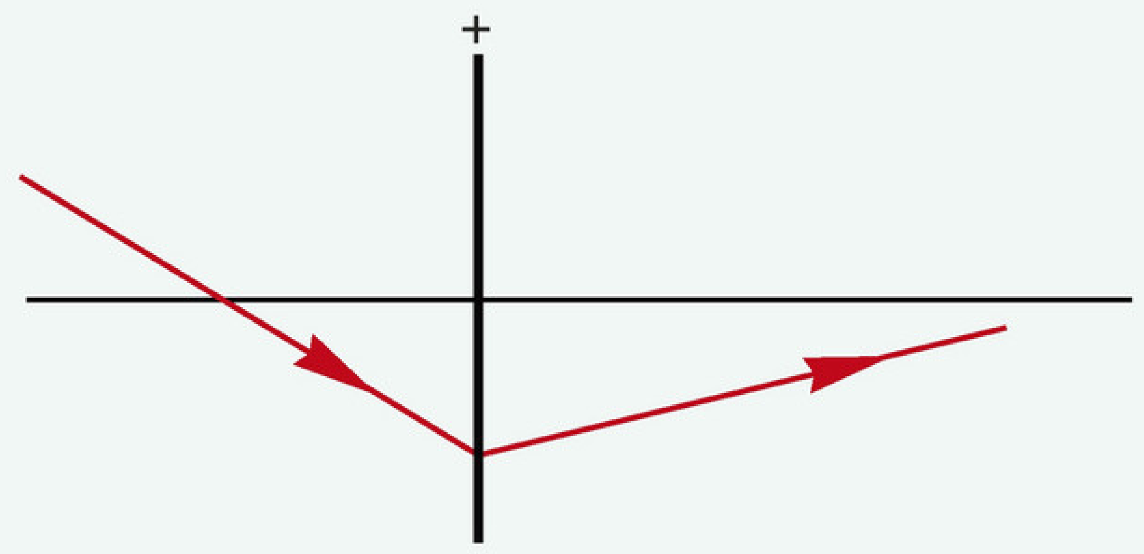
Het tekenen van een bijas kan handig zijn voor de constructie van het beeld (figuur 26), of als je de plaats van het brandpunt van de lens wilt vinden. Zie voorbeeldopgave 6 en 7.



▲ **figuur 26** Met behulp van de bijas is het eenvoudiger een beeld te construeren.

Voorbeeldopgave 6

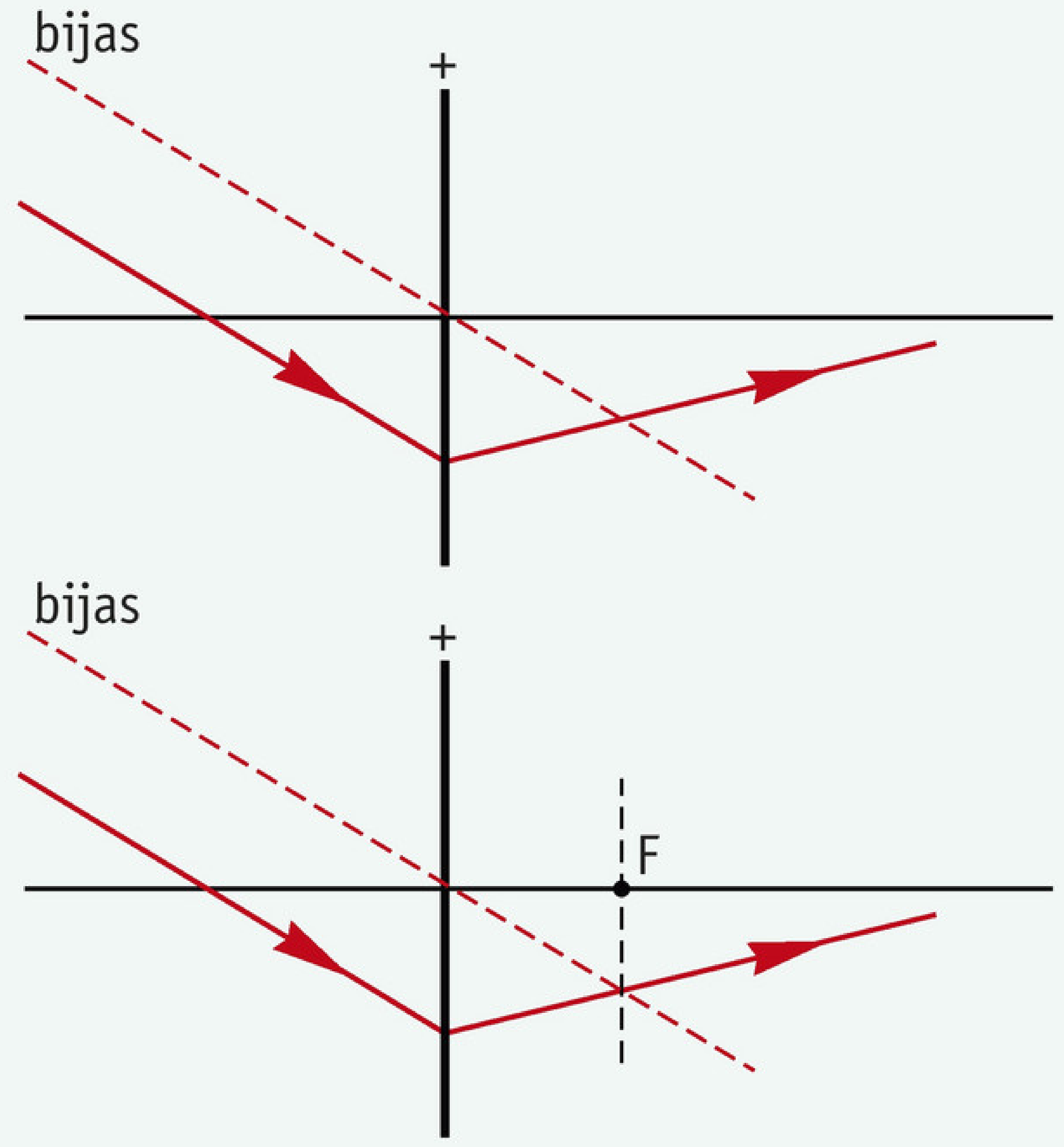
Een lichtstraal valt op een bolle lens en wordt gebroken (figuur 27).



▲ **figuur 27** Een lichtstraal wordt gebroken door een bolle lens.

Bepaal door middel van een constructie de plaats van het brandpunt.

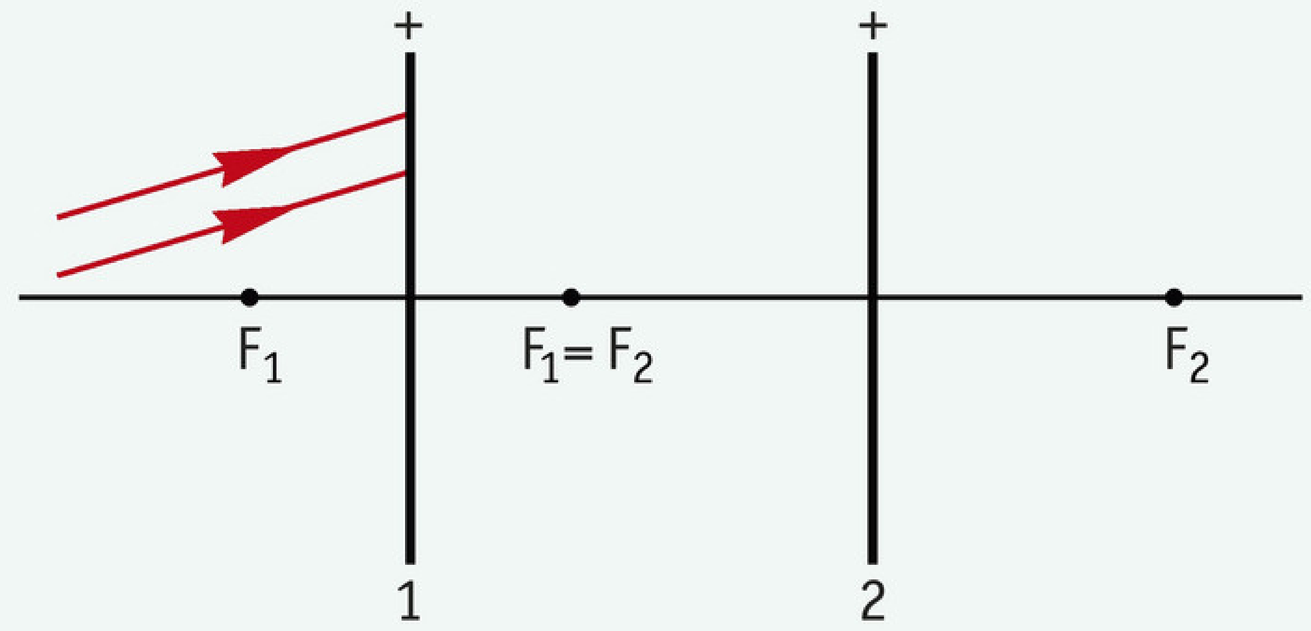
Uitwerking
Stippel evenwijdig aan de binnenvallende lichtstraal de bijas (hulplijn). Deze as gaat door het optisch middelpunt. In het punt achter de lens, waar de bijas de lichtstraal snijdt, ligt het bijbrandpunt. Recht boven het bijbrandpunt ligt het brandpunt F van de lens (figuur 28). (Aan de andere kant van de lens op even grote afstand ligt dan ook een brandpunt.)



▲ **figuur 28** bepaling van het brandpunt van een bolle lens

Voorbeeldopgave 7

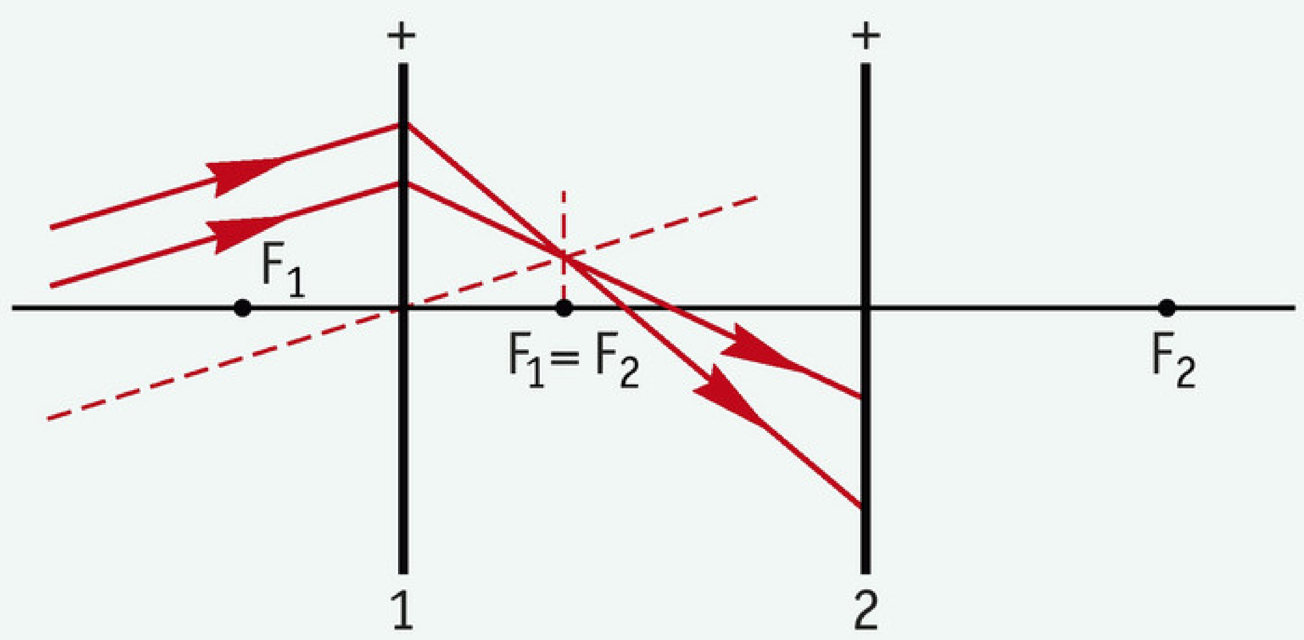
Twee lichtstralen vallen evenwijdig op lens 1 (figuur 29). Rechts hiervan staat lens 2. De brandpunten van beide lenzen vallen samen ($F_1 = F_2$).



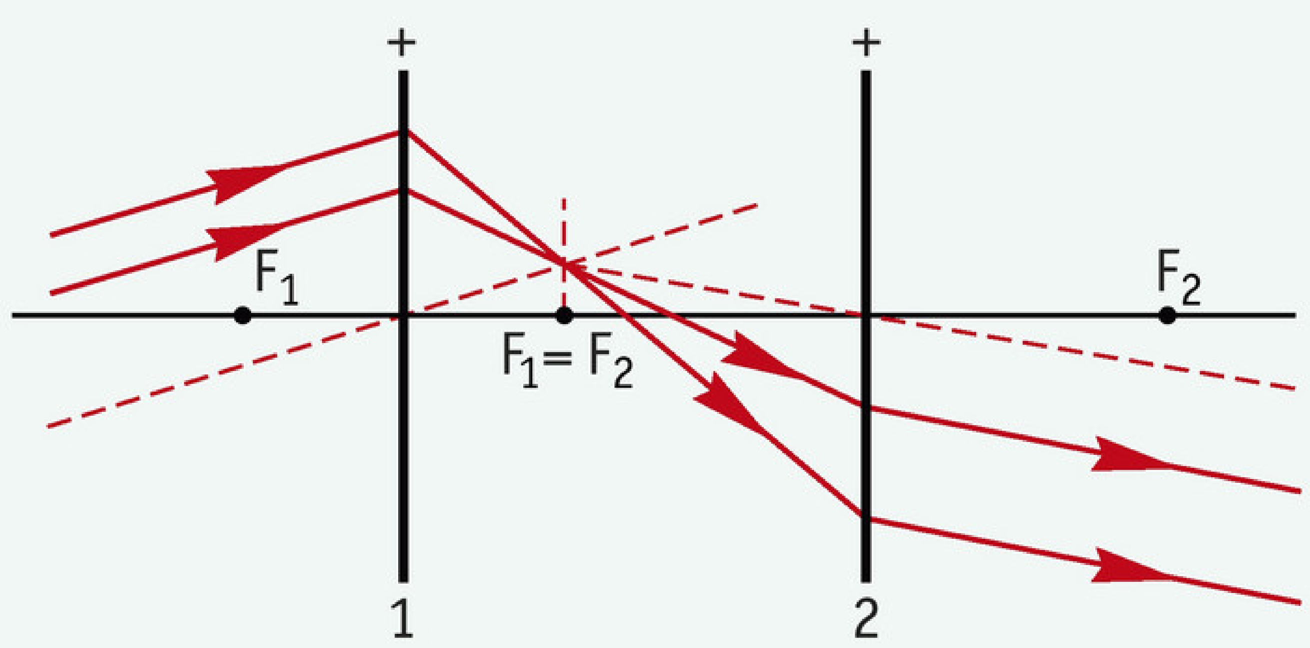
▲ **figuur 29** Twee evenwijdige lichtstralen vallen op lens 1.

Teken de verdere loop van de twee lichtstralen tussen beide lenzen en achter lens 2.

Uitwerking
De lichtstralen vallen schuin en evenwijdig in op lens 1. Stippel een bijas evenwijdig aan deze lichtstralen. Recht boven de gezamenlijke brandpunten F_1 en F_2 ligt het bijbrandpunt. Teken beide lichtstralen door het bijbrandpunt (figuur 30).
De lichtstralen in dit bijbrandpunt kun je opvatten als een voorwerpspunt waaruit twee lichtstralen komen. Dit voorwerpspunt ligt boven het brandpunt van lens 2. Lichtstralen vanuit een brandpunt gaan achter de lens evenwijdig aan de hoofdas. In dit geval gaan lichtstralen vanuit het bijbrandpunt achter de lens evenwijdig aan de bijas. Teken vanuit het voorwerpspunt een bijas door het optisch middelpunt van lens 2 (figuur 31). De twee lichtstralen gaan achter lens 2 evenwijdig hieraan.



▲ **figuur 30** de loop van de lichtstralen na lens 1

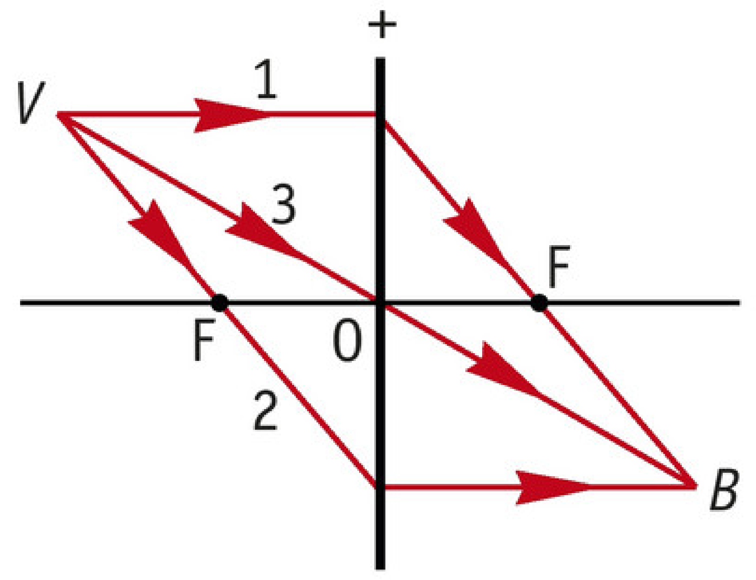


▲ **figuur 31** de loop van de lichtstralen door de lenzen

Constructie van het beeld

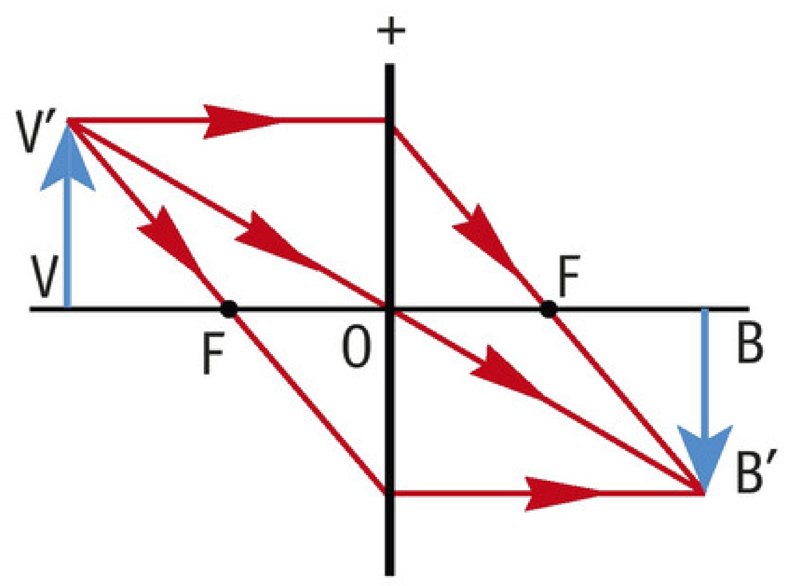
Plaats je een voorwerp voor een lens, dan kan de lens hiervan een beeld vormen. De grootte en plaats van dit beeld kun je bepalen door middel van **constructiestralen**. Drie constructiestralen zijn bijzonder, omdat je hiermee gemakkelijk het beeld kunt tekenen.
Een voorwerp bestaat uit heel veel voorwerpspunten V. Doordat van elk voorwerpspunt heel veel lichtstralen komen, kan een lens van elk voorwerpspunt een beeldpunt B vormen. Bij het tekenen maak je handig gebruik van drie constructiestralen (figuur 32):

1 Een lichtstraal evenwijdig aan de hoofdas gaat achter de lens door het brandpunt.
2 Een lichtstraal door het brandpunt gaat achter de lens evenwijdig aan de hoofdas.
3 Een lichtstraal door het optisch middelpunt breekt niet en gaat achter de lens in de oorspronkelijke richting verder.



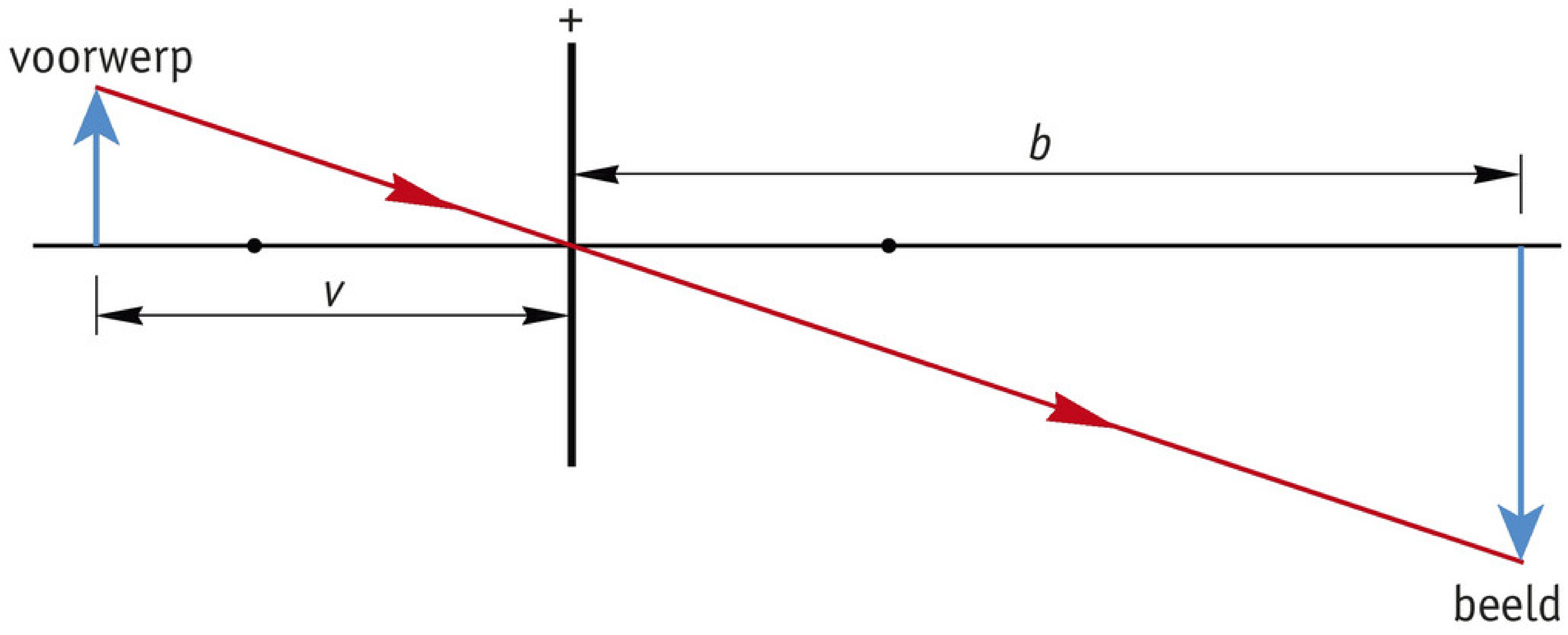
◀ **figuur 32** Met behulp van drie constructiestralen kun je eenvoudig het beeldpunt bepalen.

Met twee van de drie lichtstralen kun je al een beeldpunt bepalen. Het snijpunt van de lichtstralen achter de lens is namelijk het beeldpunt. De derde lichtstraal kun je als controle tekenen. Wil je het hele beeld construeren, dan moet je eigenlijk uit elk voorwerpspunt deze drie constructiestralen tekenen. Het beeld wordt dan opgebouwd uit heel veel beeldpunten. Dit is tijdrovend en bovendien vaak niet nodig, zeker als het voorwerp op de hoofdas staat. In figuur 33 zie je dat je dan met de constructie van één beeldpunt het hele beeld (BB′) van het voorwerp (VV′) al kunt tekenen.



▲ **figuur 33** Zo bepaal je het hele beeld indien het voorwerp op de hoofdas staat.

Met het beeld wordt altijd een *scherp* beeld bedoeld. Plaats je voor of achter de plaats van BB′ een scherm, dan ontstaat een wazig beeld. Voor een scherpe afbeelding zijn twee afstanden belangrijk: de voorwerpsafstand *v* en de beeldafstand *b* (figuur 34).



▲ **figuur 34** voorwerpsafstand *v* en beeldafstand *b*

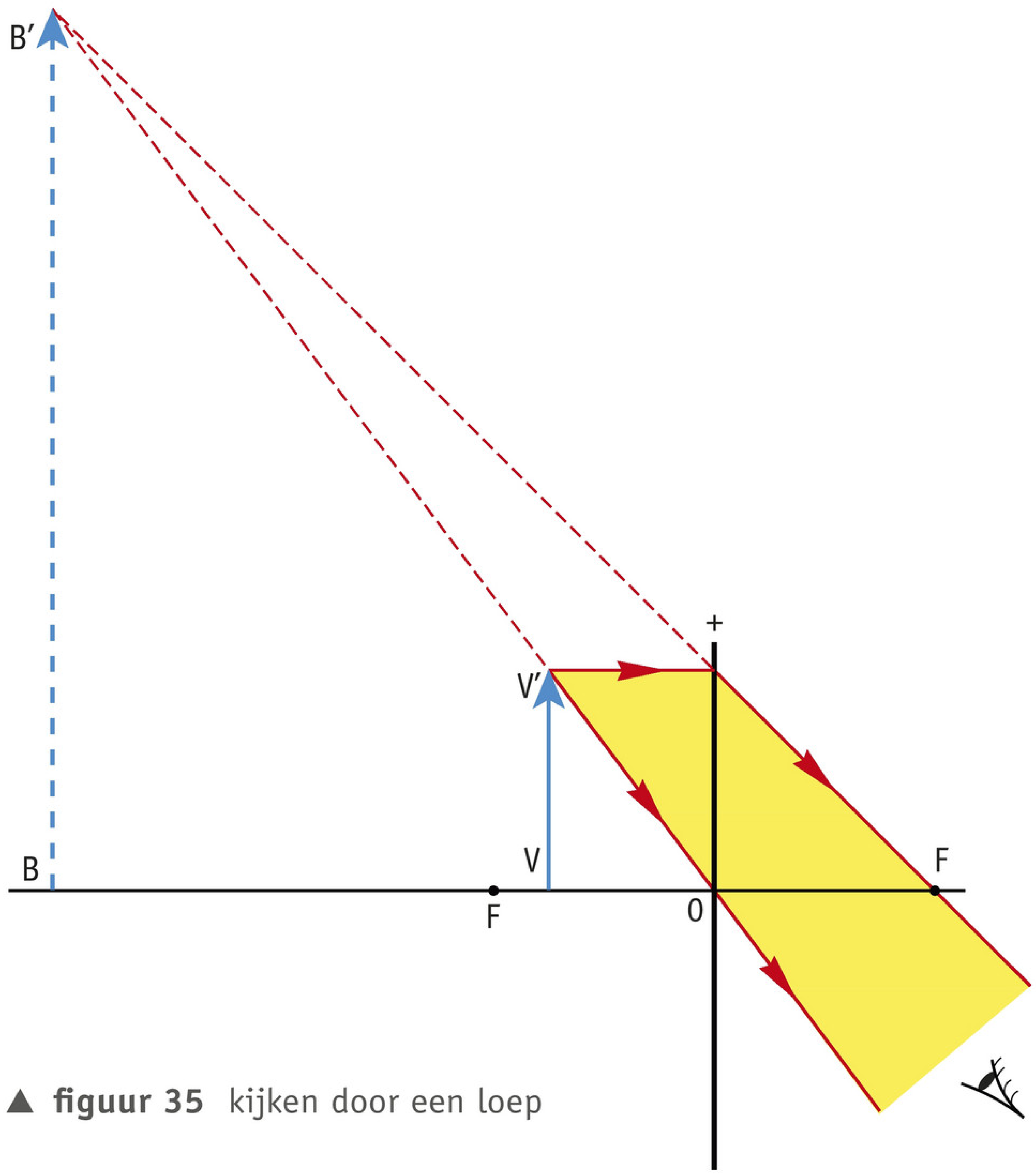
Constructie van een virtueel beeld

Een loep is een positieve lens. Om een voorwerp groter te zien, plaats je het voorwerp binnen de brandpuntsafstand van de loep. Lichtstralen afkomstig van het voorwerp snijden elkaar aan de andere kant van de lens niet. Er is sprake van een divergente bundel zodat je het beeld niet kunt projecteren op een scherm. Maar als je door de lens naar het voorwerp kijkt, zie je een vergroot beeld. De lichtstralen afkomstig van het voorwerp lijken juist van het virtuele beeld af te komen (figuur 35).

In figuur 35 zie je hoe je een (virtueel) beeld construeert als het voorwerp binnen de brandpuntsafstand van de loep staat:

- Teken de constructiestraal vanuit V′ evenwijdig aan de hoofdas; die gaat na de lens door het brandpunt.
- Teken de constructiestraal vanuit V′ door het optisch middelpunt; die gaat na de lens ongebroken verder.
- Teken beide stralen (gestippeld) terug tot ze elkaar snijden. Bij het snijpunt ligt het beeldpunt B′.

Het hele beeld kun je nu ook construeren (de gestippelde pijl).



▲ **figuur 35** kijken door een loep

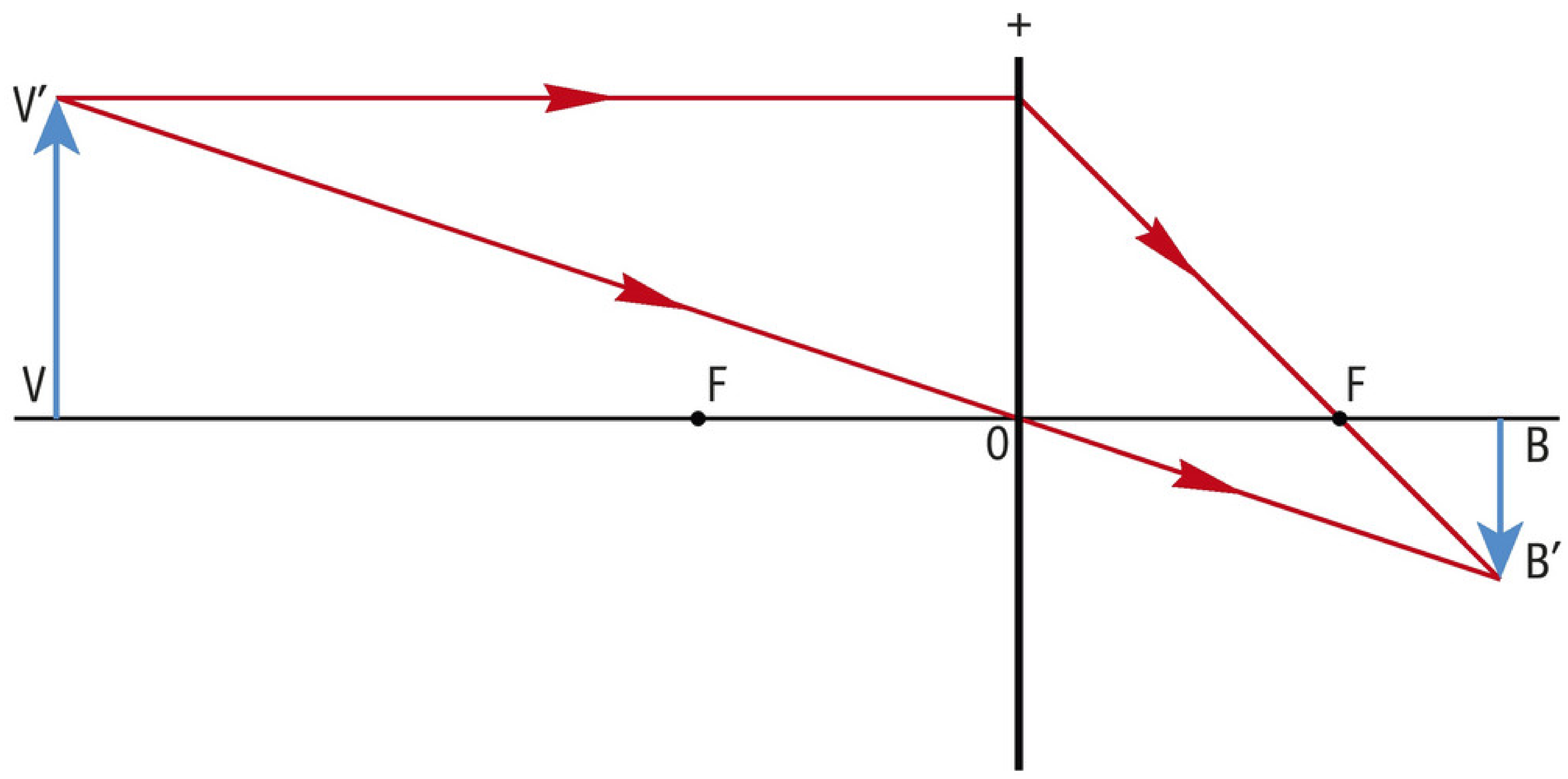
Eigenschappen van het beeld

Beelden kunnen andere eigenschappen hebben dan de voorwerpen zelf. Ze kunnen vergroot of verkleind, reëel of virtueel en omgekeerd of rechtopstaand zijn. Enkele voorbeelden:

- Het beeld op de lichtgevoelige chip van een digitale fotocamera is kleiner dan het voorwerp zelf, terwijl een beamer een groter beeld projecteert van het voorwerp (het lcd-schermpje).
- Het beeld van de beamer is een reëel beeld, omdat het wordt geprojecteerd op een projectiescherm. Maar het beeld dat je ziet door een vergrootglas is een virtueel beeld. Zo'n beeld kun je niet opvangen op een scherm of een velletje papier en is daardoor een schijnbeeld.
- Het reële beeld van een kaarsje voor een lens is bij projectie omgekeerd, maar het virtuele beeld van een vliegje voor een loep is rechtopstaand.

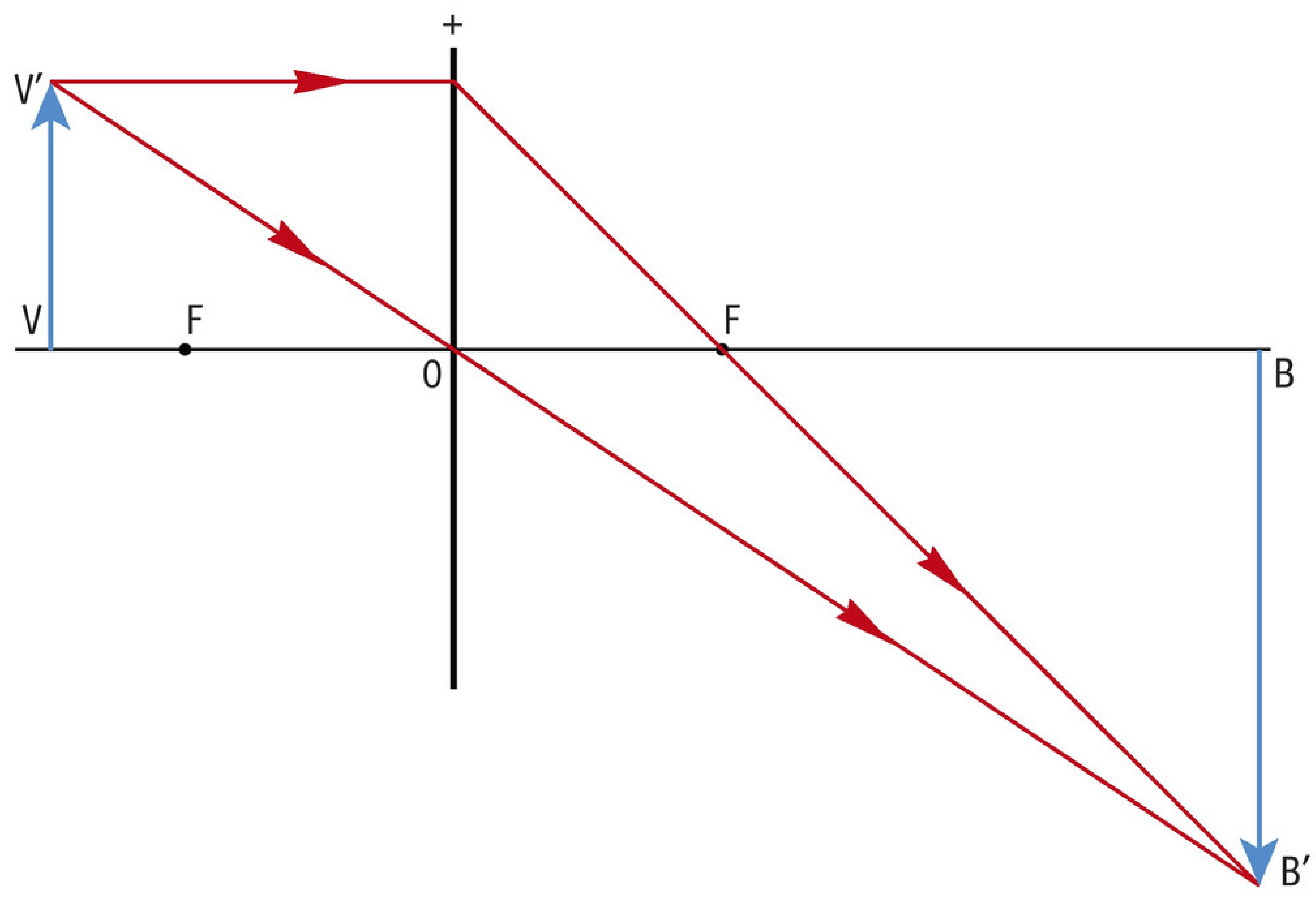
Al deze eigenschappen hangen af van de plaats van het voorwerp ten opzichte van de lens. Bekijk de volgende drie situaties:

- Als het voorwerp verder weg staat dan twee keer de brandpuntsafstand ($v > 2f$), is het beeld verkleind, reëel en omgekeerd (figuur 36). Dit komt bijvoorbeeld voor bij een fotocamera.



▲ **figuur 36** De voorwerpsafstand is groter dan twee keer de brandpuntsafstand.

- Als het voorwerp tussen het brandpunt en twee keer de brandpuntsafstand staat ($f < v < 2f$), is het beeld vergroot, reëel en omgekeerd, bijvoorbeeld bij een beamer (figuur 37).
- Als het voorwerp binnen de brandpuntsafstand wordt geplaatst ($v < f$), is het beeld vergroot, virtueel en rechtopstaand (figuur 35). In deze situatie is de lens een loep waarmee je kleine voorwerpen bekijkt.



▲ **figuur 37** De voorwerpsafstand is groter dan de brandpuntsafstand en kleiner dan twee keer de brandpuntsafstand.

Onthoud!

- Evenwijdige lichtstralen schuin op een lens gaan evenwijdig aan de bijas; de bijas gaat door het optisch middelpunt van de lens.
- Evenwijdige lichtstralen schuin op een lens komen in het bijbrandpunt F' samen; het bijbrandpunt ligt recht boven of onder het hoofdbrandpunt.
- Een lichtstraal evenwijdig aan de hoofdas gaat achter de lens door het brandpunt.
- Een lichtstraal door het brandpunt gaat achter de lens evenwijdig aan de hoofdas verder.
- Een lichtstraal door het optisch middelpunt breekt niet en gaat achter de lens verder in de oorspronkelijke richting.

Opdrachten

13 Vakbegrippen bij beeldconstructies

Om een beeld te kunnen construeren, moet je een aantal vakbegrippen kennen.

a Leg de begrippen ‘bijbrandpunt’ en ‘bijas’ uit.

b Wat zijn ‘de drie constructiestralen’?

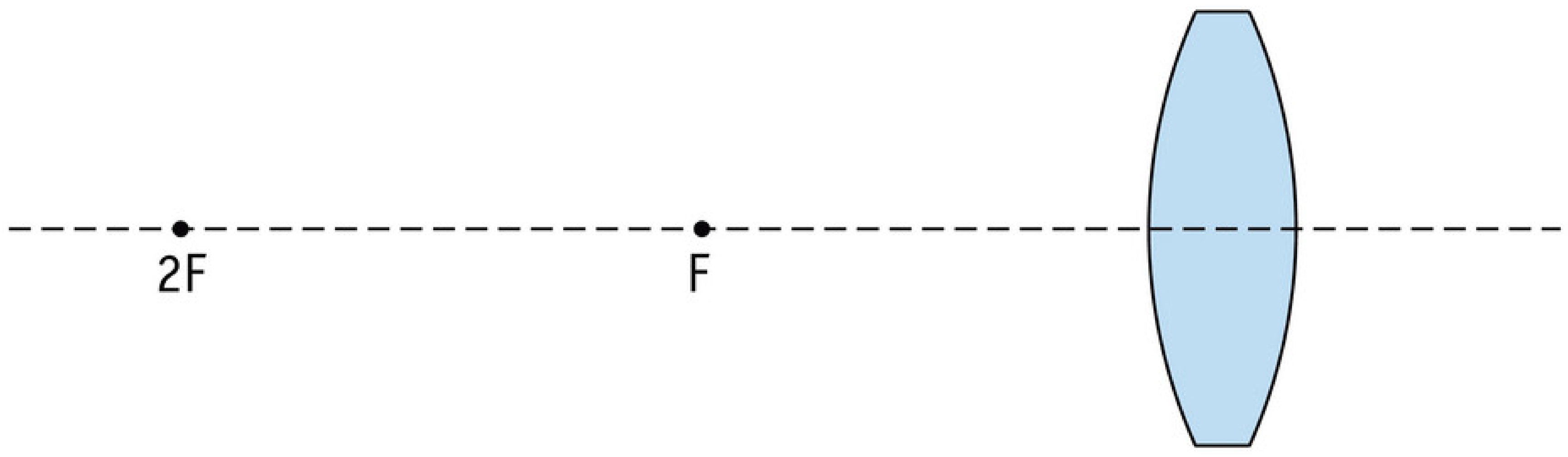
14 Vloeistoflens

Een vloeistoflens maakt een verkleind, reëel beeld op een scherm.

Kies het juiste alternatief.

- Om een vergroot reëel beeld te krijgen, moet de vloeistoflens *boller* / *minder bol* worden.
- Het scherm moet dan *dichter bij* / *verder van* de lens worden geplaatst.

15 Voorwerpsafstand

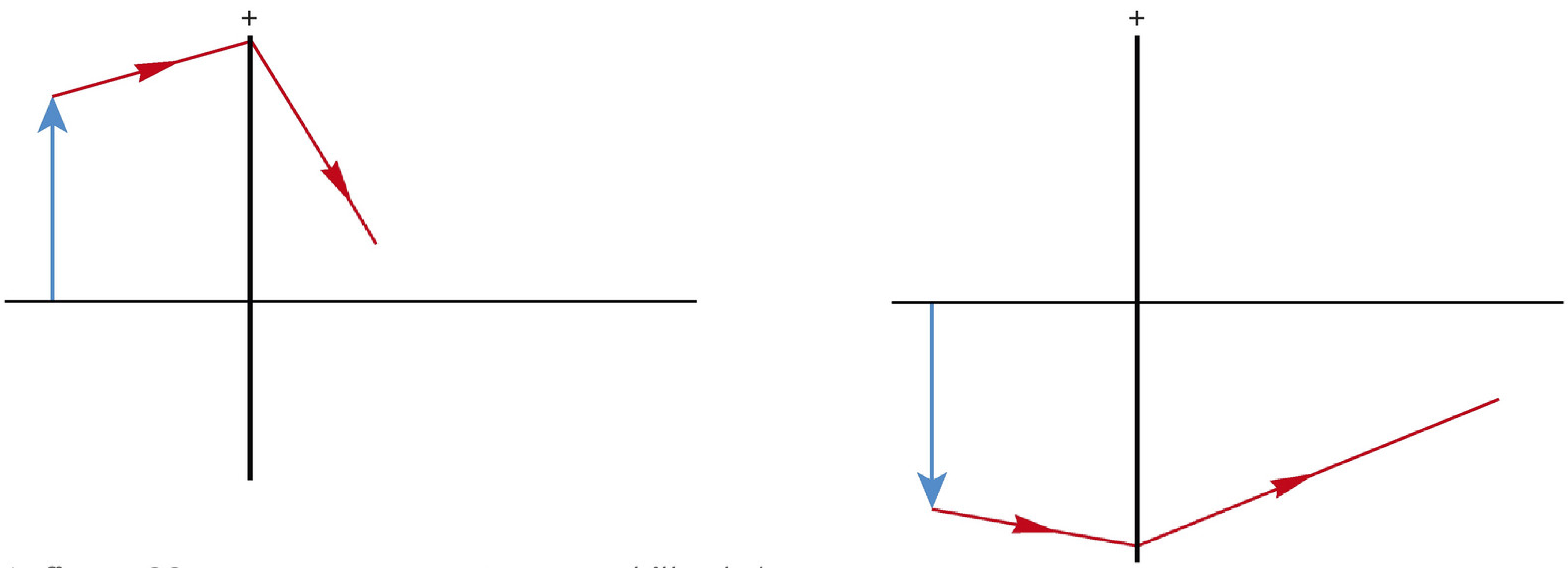


▲ **figuur 38** Waar staat het voorwerp?

Geef in jouw figuur aan waar je een voorwerp neerzet om:

a een groter, reëel beeld te krijgen.
b een verkleind, reëel beeld te krijgen.
c een vergroot, virtueel beeld te krijgen.
d een evenwijdige lichtbundel te krijgen.
e een even groot reëel beeld te krijgen.

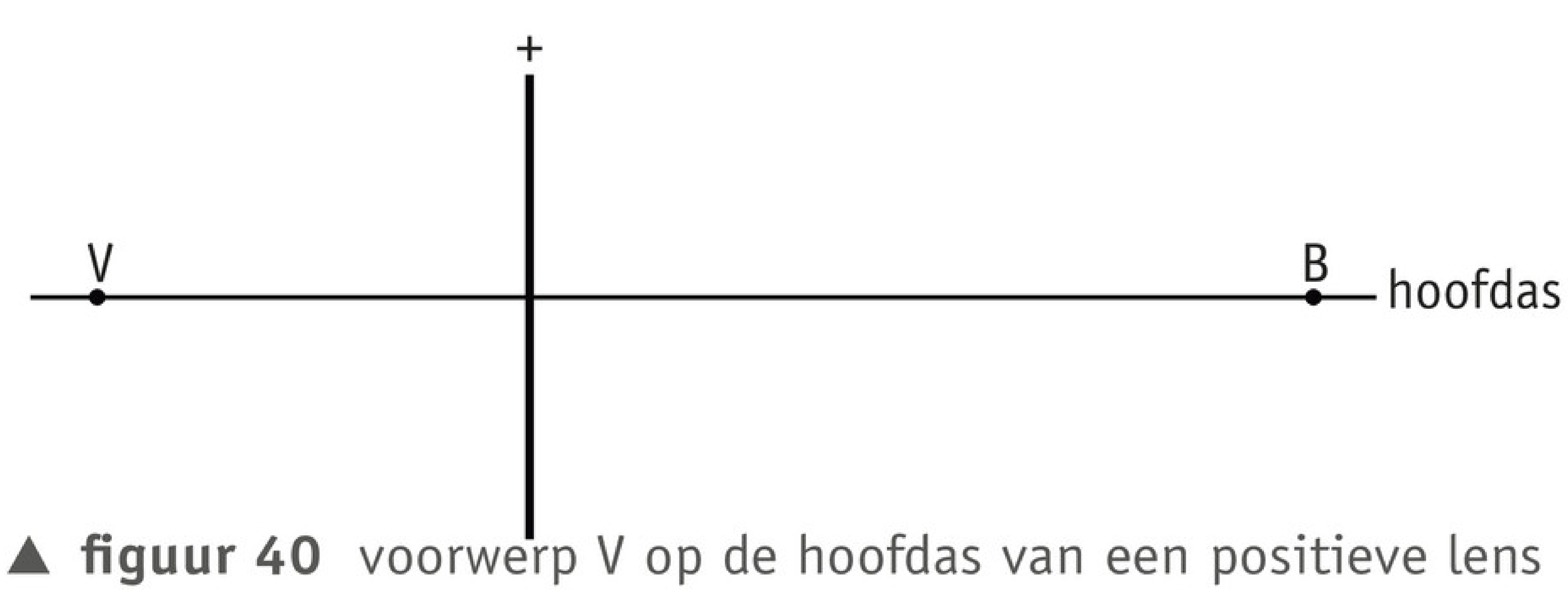
16 Verschillende lenzen
Een voorwerp wordt voor twee verschillende lenzen geplaatst (figuur 39).



▲ **figuur 39** een voorwerp voor twee verschillende lenzen

Teken in figuur 39 in beide situaties het beeld. Geef ook de plaats van het brandpunt aan.

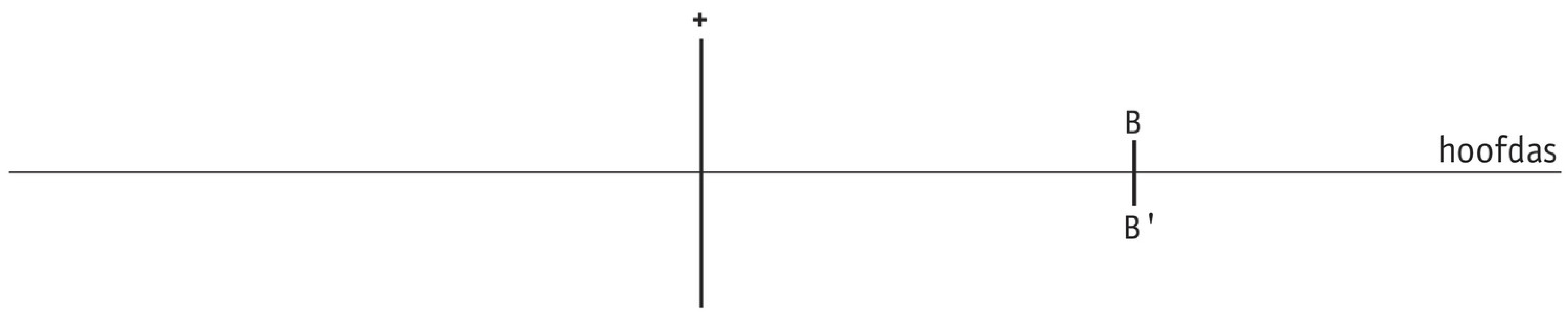
17 Positieve lens [1]
Een voorwerp V bevindt zich op de hoofdas van een positieve lens (figuur 40).
B is het beeld van voorwerp V.



▲ **figuur 40** voorwerp V op de hoofdas van een positieve lens

Construeer in figuur 40 de beide brandpunten. Teken daartoe eerst een (willekeurige) lichtstraal van punt V naar de lens.

+18 Positieve lens [2]
De hoofdas van een positieve lens richt je op het midden van de zon. Achter de lens wordt een beeld BB′ gevormd. B′ is het beeldpunt van de bovenkant van de zon.
Construeer in figuur 41 de lichtbundel die convergeert in punt B′.



▲ **figuur 41** beeld van de zon

naar: examen vwo 2009-I

4 Lenzenformule en lineaire vergroting

In deze paragraaf leer je:
- de lenzenformule toepassen;
- berekeningen maken met de formule voor de vergroting.

De eigenschappen van een beeld hangen af van de plaats van het voorwerp ten opzichte van de lens. Als je een voorwerp verder van een lens plaatst, komt het beeld dichter bij de lens. Andersom geldt dat een voorwerp dichter bij de lens betekent dat het beeld verder van de lens ligt. De relatie tussen de voorwerpsafstand en de beeldafstand heeft te maken met de brandpuntsafstand van de lens.

Lenzenformule

Met de lenzenformule kun je de exacte plaats berekenen waar je bijvoorbeeld bij een beamer het projectiescherm moet plaatsen. Of over welke afstand je de lens van een spiegelreflexcamera moet verschuiven om een scherp beeld te maken van een voorwerp dat ver weg staat.
De lenzenformule luidt:

$$\frac{1}{b} + \frac{1}{v} = \frac{1}{f}$$

Hierin is:
- b de beeldafstand in meter (m);
- v de voorwerpsafstand in meter (m);
- f de brandpuntsafstand in meter (m).

Opmerking
In de lenzenformule mag je ook de afstanden in (bijvoorbeeld) centimeter invullen, als je alle eenheden maar gelijk houdt. De onbekende afstand die je hiermee berekent, heeft dan ook centimeter als eenheid.

Voorbeeldopgave 8

Je houdt op 40 cm van een lens een lampje. De brandpuntsafstand van de lens is 10 cm.

a Op welke afstand van de lens ontstaat het beeld?

b Met dezelfde lens beeld je de zon af op een papiertje. De zon staat op een afstand van 150 miljoen kilometer.
Hoe ver staan lens en papiertje van elkaar?

Uitwerking

a Je moet de beeldafstand b berekenen.
Gegeven:
v = 40 cm
f = 10 cm
Gebruik de lenzenformule: $\frac{1}{b} + \frac{1}{v} = \frac{1}{f}$
Invullen geeft:

$$\frac{1}{b} + \frac{1}{40} = \frac{1}{10}$$

$$\frac{1}{b} = \frac{1}{10} - \frac{1}{40}$$

$$\frac{1}{b} = \frac{3}{40}, \text{ dus } b = \frac{40}{3} = 13 \text{ cm}$$

b Je moet de beeldafstand b berekenen.
Gegeven: v = 150 miljoen km. Deze afstand is zeer groot. Je mag dus zeggen ∞ (oneindig).
f = 10 cm
Gebruik de lenzenformule: $\frac{1}{b} + \frac{1}{v} = \frac{1}{f}$
Invullen geeft:

$$\frac{1}{b} + \frac{1}{\infty} = \frac{1}{10}$$

$$\frac{1}{b} = \frac{1}{10}, \text{ dus } b = 10 \text{ cm}$$

In voorbeeldopgave 8b zie je dat als een voorwerpsafstand zeer groot is, de beeldafstand even groot is als de brandpuntsafstand.

Lineaire vergroting

De plaats van het voorwerp bepaalt behalve de plaats ook de grootte van het beeld. Bij het maken van een foto is de voorwerpsafstand veel groter dan de brandpuntsafstand. Het beeld dat hierbij op de lichtgevoelige chip ontstaat, is kleiner dan het voorwerp zelf. Maar bij een beamer is het beeld veel groter dan het voorwerp. Zo staat het lcd-schermpje van de beamer heel dicht bij het brandpunt van de projectorlens. Hoeveel een beeld groter of kleiner is dan het voorwerp, bereken je met de formule voor de vergroting:

$$N = \frac{BB'}{VV'}$$

Hierin is:

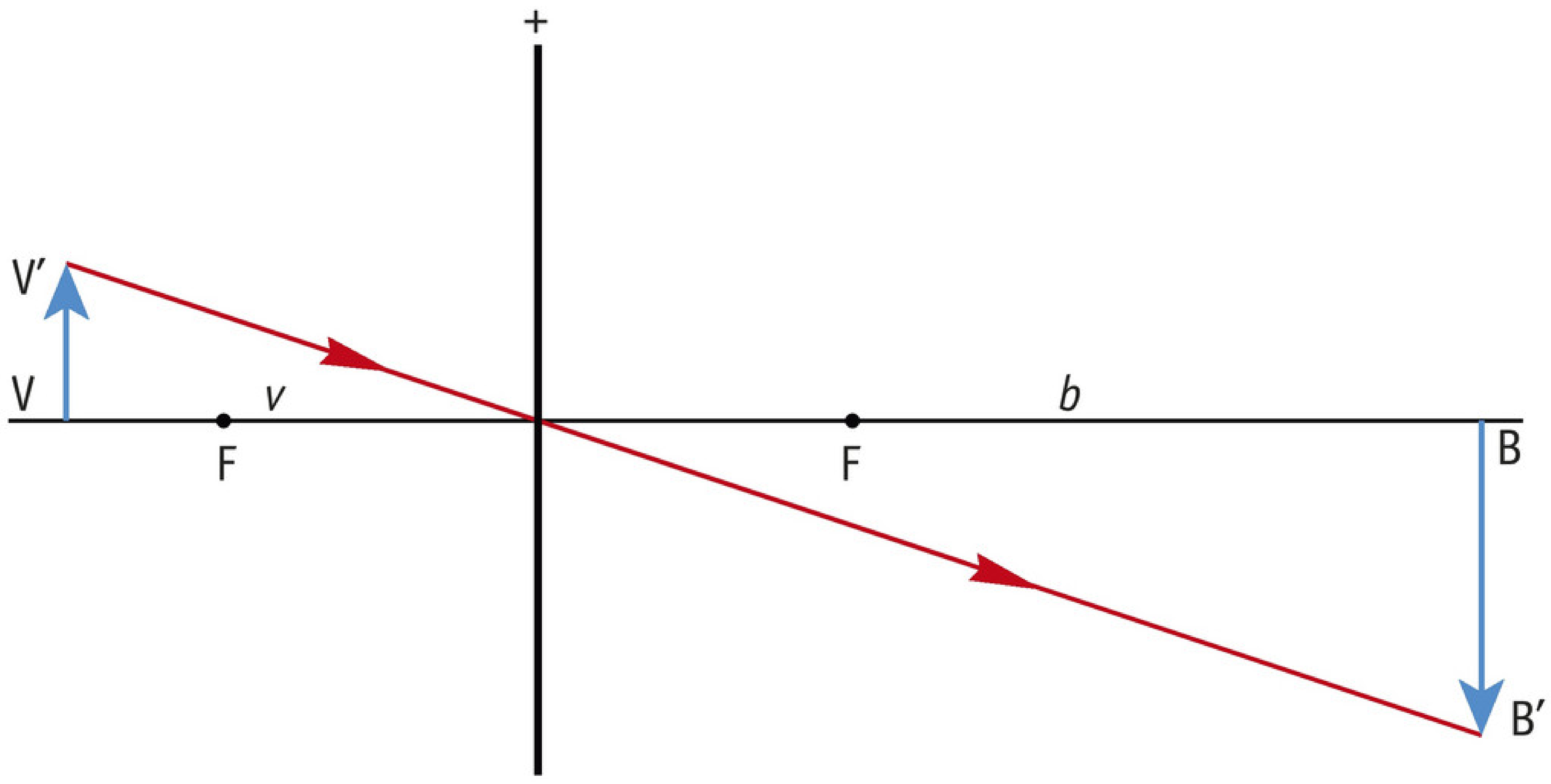
- N de lineaire vergroting (geen eenheid);
- BB′ de grootte van het beeld in meter (m);
- VV′ de grootte van het voorwerp in meter (m).

Opmerkingen
- De term 'lineair' betekent 'in één richting'. In deze formule mag je dus alleen óf de hoogte óf de breedte van een beeld en voorwerp invullen, maar niet de oppervlakte.
- Bij het maken van een foto is het beeld kleiner dan het voorwerp. Ondanks de verkleining spreek je in de natuurkunde over een vergroting. De vergroting heeft dan een waarde tussen 0 en 1. Dat wil zeggen dat bij bijvoorbeeld een vergroting van 0,5 de beeldhoogte 0,5× de voorwerpshoogte is. Het beeld is dus eigenlijk 2× verkleind.

In figuur 42 zie je dat als het beeld groter is dan het voorwerp, de beeldafstand ook groter is dan de voorwerpsafstand. Uit de wiskunde volgt dat de verhouding van BB′ en VV′ gelijk is aan de verhouding van b en v. De formule voor de lineaire vergroting kan dan ook worden geschreven als:

$$N = \left|\frac{b}{v}\right|$$

Hierin is:
- N de lineaire vergroting (geen eenheid);
- b de beeldafstand in meter (m);
- v de voorwerpsafstand in meter (m).



▲ **figuur 42** Het beeld is groter dan het voorwerp.

De lineaire vergroting heeft geen eenheid en is altijd positief. Een beeldafstand kan echter ook negatief zijn (bijvoorbeeld bij het virtuele beeld dat een loep maakt). Daarom staan in de formule de absoluutstrepen (de twee verticale lijnen).

▶ **EXPERIMENT 1** Het fietslampje

Voorbeeldopgave 9

Een vierkant stuk karton staat op 20 cm afstand voor een lens (f = 15 cm). Het vierkant heeft een oppervlakte van 4,0 cm^2.
Bereken de oppervlakte van het beeld.

Uitwerking
Gegeven:
v = 20 cm
f = 15 cm
Gebruik de lenzenformule en vul die in:

$$\frac{1}{b} + \frac{1}{v} = \frac{1}{f}$$

$$\frac{1}{20} + \frac{1}{v} = \frac{1}{15}$$

$$\frac{1}{b} = \frac{1}{60}, \text{ dus } b = 60 \text{ cm}$$

$$N = \left|\frac{b}{v}\right|$$

$$N = \left|\frac{60}{20}\right|$$

$N = 3{,}0$

De oppervlakte van het vierkant is 4,0 cm^2. De lengte en breedte van het vierkant is dus 2,0 cm. De lengte en breedte van het beeld is 3,0× groter, dus 6,0 cm × 6,0 cm. De oppervlakte is 6,0 × 6,0 = 36 cm^2 (en dus niet 12 cm^2).

Voorbeeldopgave 10

Een lens (f = 15 cm) vergroot een voorwerp 4,0×.
Bereken de voorwerpsafstand en de beeldafstand.

Uitwerking
Gegeven:
$f = 15$ cm
$N = 4{,}0$
Gebruik de lenzenformule en vul die in:

$$\frac{1}{b} + \frac{1}{v} = \frac{1}{f}$$

Elke term vermenigvuldigen met b geeft:

$$\frac{b}{b} + \frac{b}{v} = \frac{b}{f}$$

$$1 + N = \frac{b}{f}$$

$$1 + 4{,}0 = \frac{b}{15}$$

$b = 5{,}0 \times 15 = 75$ cm

$$N = \left|\frac{b}{v}\right|$$

$$4{,}0 = \frac{75}{v}, \text{ dus } v = 19 \text{ cm}$$

▶ **EXPERIMENT 2** Vergroting

▶ **EXPERIMENT 3** Brandpuntsafstand bepalen

Onthoud!

- De lenzenformule luidt: $\frac{1}{b} + \frac{1}{v} = \frac{1}{f}$
- Als een voorwerp ver weg staat ($v = \infty$), geldt: $b = f$
- Lineaire vergroting geeft aan hoeveel keer een beeld groter is dan een voorwerp; de lineaire vergroting bereken je met: $N = \left|\frac{b}{v}\right|$ of $N = \frac{BB'}{VV'}$
- Bij een verkleining is de lineaire vergroting kleiner dan 1, maar groter dan 0.

Opdrachten

Let op: de gebruikte lenzen in de opdrachten van deze paragraaf zijn allemaal *positieve* lenzen.

19 Formules voor beeldvorming
Met twee formules kun je berekenen waar een lens een beeld vormt en hoe groot dat beeld is.
a Geef de lenzenformule.
b Geef de formule voor de vergroting.

20 Constructietekening
Een lucifer van 3,5 cm hoog staat op 5,0 cm afstand op de hoofdas van een lens. De brandpuntsafstand van de lens is 3,0 cm.
a Maak op ware grootte een constructietekening van het beeld.
b Bepaal met behulp van jouw tekening de vergroting.

21 Lenzenformule [1]
Bij een vloeibare lens kun je behalve de voorwerpsafstand v en de beeldafstand b ook de brandpuntsafstand f variëren. Een kaars wordt op een afstand v voor een dergelijke lens geplaatst. Op afstand b van de lens ontstaat dan het beeld met een lineaire vergroting N.
Bekijk de volgende situaties.
a $f = 12$ cm en $v = 18$ cm. Bereken b en N.
b $v = 8{,}0$ m en $b = 10$ cm. Bereken f en N.
c $N = 0{,}40$ en $b = 5{,}0$ cm. Bereken f en v.
d $f = 30$ cm en $N = 4{,}0$. Bereken b en v.

22 Lineaire vergroting [1]
Ahmed maakt een foto van de 31 m hoge Wilhelminatoren in Valkenburg. Het beeld wordt geprojecteerd op een ccd met een hoogte van 24 mm. De brandpuntsafstand van de lens is 28 mm. De toren staat helemaal op de foto.
a Bereken de lineaire vergroting van het beeld.
b Bereken hoe ver Ahmed van de toren staat.

23 Lenzenformule [2]
De lens van een beamer beeldt het lcd-schermpje (afmeting 20,8 × 27,7 mm) scherp en volledig af op een projectiescherm (afmeting 250 × 333 cm). Het lcd-schermpje staat 12 cm voor de lens.
a Bereken de afstand van de lens tot het projectiescherm.
b Bereken de brandpuntsafstand van de lens.
c Het projectiescherm wordt 8× zo dichtbij geplaatst. De lens wordt verschoven zodat er weer een scherp beeld wordt gevormd.
Bereken hoeveel de lens verschoven moet worden ten opzichte van het lcd-schermpje.

24 Lineaire vergroting [2]
De kolibrie is een klein vogeltje dat door een snelle vleugelslag stil kan blijven hangen in de lucht. Een onderzoeker maakte de foto in figuur 43 om de lengte *l* van de vogel te bepalen. Hij gebruikte een telelens met een brandpuntsafstand van 135 mm. De afstand van kolibrie tot lens was 1,80 m. Het beeld werd vastgelegd op een beeldchip. De afmetingen van deze beeldchip zijn 12,8 × 9,6 mm. De getoonde foto die vervolgens ontwikkeld werd, is een volledige weergave van het vastgelegde beeld.



▲ **figuur 43** Een kolibrie zuigt nectar uit een bloem.

Bepaal de lengte *l* van de kolibrie.
naar: examen 2007-II

25 Lineaire vergroting [3]
Alfredo maakt een foto van een bloem. De bloem heeft een diameter van 6,3 cm. De afstand van de lens tot de bloem is 41 cm. De brandpuntsafstand van de lens is 18 mm.
Bereken de diameter van de bloem op de ccd.

26 Lens verschuiven
Een fotograaf maakt een portret van een meisje. De afstand tussen het meisje en de lens (f = 40 mm) is 150 cm. Het fototoestel staat ingesteld op oneindig. Om een scherpe foto te maken, moet de afstand tussen de lens en de ccd worden veranderd.
Bereken de afstand waarover de lens moet worden verschoven.

+27 Diameter van de zon
De afstand van de aarde tot de zon is $1{,}50 \cdot 10^{11}$ m. Met behulp van een positieve lens met een brandpuntsafstand van 200 cm wordt een scherp beeld van de zon geprojecteerd op een scherm. De diameter van dit beeld van de zon blijkt 1,8 cm te zijn.
Bereken hieruit de diameter van de zon.

Eindopdracht

28 Vuur maken met water

Inge gaat in een zonnig weekend op survival. Helaas vergeet ze haar aansteker. In haar survivalgids staat gelukkig een tip hoe je met eenvoudige middelen een vuurtje kunt maken. De belangrijkste benodigdheid: water!

In figuur 44 zie je hoe je vuur kunt maken met een plastic flesje, gevuld met water.



▲ **figuur 44** vuur maken met een flesje water

a Hier staan enkele uitspraken over deze ‘waterlens’. Kies steeds het juiste alternatief. De lichtstralen van de zon worden bij het binnentreden van de fles *naar de normaal toe* / *van de normaal af* gebroken. Bij het verlaten van de fles worden de lichtstralen *naar de normaal toe* / *van de normaal af* gebroken. Hierdoor *convergeert* / *divergeert* de fles de lichtbundel van de zon.

b Inge heeft een flesje met een omtrek van 29 cm (waar de fles het breedst is). Toon aan dat de straal van het flesje gelijk is aan 4,6 cm.

c De lichtstralen van de zon vallen evenwijdig in op de fles. Inge gebruikt als brandstof een aantal verdorde bladeren.
Bereken met de lenzenmakersformule op welke afstand van de bladeren Inge de *onderkant* (zie figuur 44) van het flesje moet houden om het vuur zo snel mogelijk te ontsteken. Kies als waarde voor de brekingsindex van water het getal dat is vermeld in Binas voor *geel* licht.

d In werkelijkheid is de afstand waarop zij het flesje moet houden anders dan de in opdracht c berekende waarde. De lenzenmakersformule geldt namelijk alleen voor dunne lenzen. Inge krijgt het vuur het snelst ontstoken als ze het midden van de fles op 8,5 cm boven de bladeren houdt.
Bereken de sterkte van Inges waterlens.

Inge kan het flesje ook vullen met zout water. Zout water heeft een grotere brekingsindex dan gewoon water.

e Leg uit of de lichtstralen van de zon dan sterker of juist minder sterk door de ‘waterlens’ worden geconvergeerd.

5 Practicum

EXPERIMENT 1 Het fietslampje (onderzoekspracticum)

Inleiding
Onderzoeken hoe een gloeispiraal van een fietslampje in elkaar zit, is niet gemakkelijk. De spiraal zit namelijk onbereikbaar opgeborgen in een glazen bolletje. Daarnaast is het geen pretje om naar een fel gloeiend spiraaltje te kijken.
In dit experiment ga je met een positieve lens de gloeispiraal van een fietslampje projecteren op een stuk papier.

Onderzoeksvraag
Hoelang is de gloeispiraal van een gloeilampje?

Benodigdheden
voedingskastje; twee kabeltjes; fietslampje; meetlat; meetlint; positieve lens (met bekende brandpuntsafstand); projectiescherm (papier of een gladde muur)

Uitvoering
- Sluit het lampje aan op het voedingskastje. Plaats achter het lampje de positieve lens en projecteer het beeld.
- Maak het beeld zo groot en zo scherp mogelijk. Let erop dat de as van de spiraal evenwijdig met het projectiescherm wordt gezet.
- Meet zo nauwkeurig mogelijk de voorwerpsafstand en de beeldafstand.
- Meet zo nauwkeurig mogelijk de lengte van de spiraal op het scherm, het aantal windingen en de gemiddelde afstand tussen de windingen.

Verwerking

1. Wat valt je op als je de voorwerpsafstand en de brandpuntsafstand vergelijkt?
2. Bereken de vergroting van het beeld.
3. Bereken hoelang de gloeispiraal is, hoeveel windingen de spiraal heeft en hoe ver twee windingen van elkaar af staan.

Conclusie

4. Beantwoord de onderzoeksvraag.

EXPERIMENT 2 Vergroting (begripspracticum)

Inleiding
De lineaire vergroting kun je berekenen als je de voorwerpsafstand en de beeldafstand weet. Maar door de lenzenformule te combineren met de formule voor lineaire vergroting, kun je afleiden dat de vergroting ook te schrijven is als:

$$N = \frac{1}{\frac{v}{f} - 1}$$

In dit experiment ga je onderzoeken wanneer de vergroting maximaal is.

Onderzoeksvraag
Welke invloed heeft de grootte van de voorwerpsafstand en brandpuntsafstand op de maximale vergroting?

Benodigdheden
positieve lenzen met verschillende brandpuntsafstanden; gloeilampje; voedingskastje; twee kabeltjes; meetlat; projectiescherm (of een gladde muur)

▼ **tabel 1** vergroting van het beeld

b (cm)	v (cm)	f (cm)	N

Uitvoering
- Plaats een positieve lens op een bekende afstand van het projectiescherm. Noteer in tabel 1 de beeldafstand en verander deze tijdens het gehele experiment niet!
- Sluit het lampje aan op het voedingskastje. Projecteer een zo groot mogelijk, scherp beeld van de gloeispiraal van het lampje. Noteer in tabel 1 de voorwerpsafstand en de brandpuntsafstand van de lens.
- Voer dezelfde meting uit voor alle andere lenzen.

Verwerking

1 Leid de voorgaande formule zelf af.
2 Bereken de vergroting bij elke meting. Vul de tabel helemaal in.

Conclusie
3 Beantwoord de onderzoeksvraag.

EXPERIMENT 3 Brandpuntsafstand bepalen (apparatuurpracticum)

Inleiding
De brandpuntsafstand kun je op verschillende manieren bepalen.
In dit experiment ga je op drie verschillende manieren de brandpuntsafstand van een grote dubbelbolle lens bepalen. Deze lens noemen we in dit experiment lens 1.

Onderzoeksvraag
Komen de gemeten brandpuntsafstanden bij verschillende manieren van meten overeen?

Benodigdheden
lichtkastje; voedingskastje; twee kabeltjes; grote dubbelbolle lens van perspex (lens 1) en een kleine dubbelbolle lens (lens 2); potlood; papier; geodriehoek

Uitvoering
Manier 1
- Sluit het lichtkastje aan op het voedingskastje.
- Laat een evenwijdige bundel lichtstralen op lens 1 vallen. Kijk waar de lichtstralen elkaar kruisen.
- Noteer de beeldafstand.

Verwerking

1 Bepaal de brandpuntsafstand van lens 1.

Manier 2
- Stel het lichtkastje zo in dat drie evenwijdige stralen op lens 2 vallen. De lichtstralen komen samen in het brandpunt van lens 2. Het lichtpunt dat hier wordt gevormd, noem je het voorwerpspunt V. Plaats achter lichtpunt V lens 1. Daar waar de lichtstralen achter lens 1 kruisen, noem je het beeldpunt B (figuur 45).
- Meet bij lens 1 de voorwerpsafstand v en de beeldafstand b.
- Varieer de voorwerpsafstand en meet telkens de beeldafstand. Noteer in tabel 2 de meetwaarden.

Verwerking

2 Vergelijk de voorwerpsafstanden met de bijbehorende beeldafstanden.
Wat kun je hieruit concluderen?

3 Bereken bij elke meting $\frac{1}{v}$ en $\frac{1}{b}$. Vul tabel 2 aan met deze waarden.

4 Maak een ($\frac{1}{v}$, $\frac{1}{b}$)-diagram. Teken door de meetpunten één rechte lijn die de beide assen snijdt.

▼ **tabel 2** voorwerpsafstand en beeldafstand

v (cm)	b (cm)	$\frac{1}{v}$ (cm^{-1})	$\frac{1}{b}$ (cm^{-1})

5 Lees de punten af waar de lijn de assen snijdt. Vergelijk beide snijpunten. Wat kun je hieruit concluderen?
6 Bepaal de brandpuntsafstand van lens 1.

Manier 3

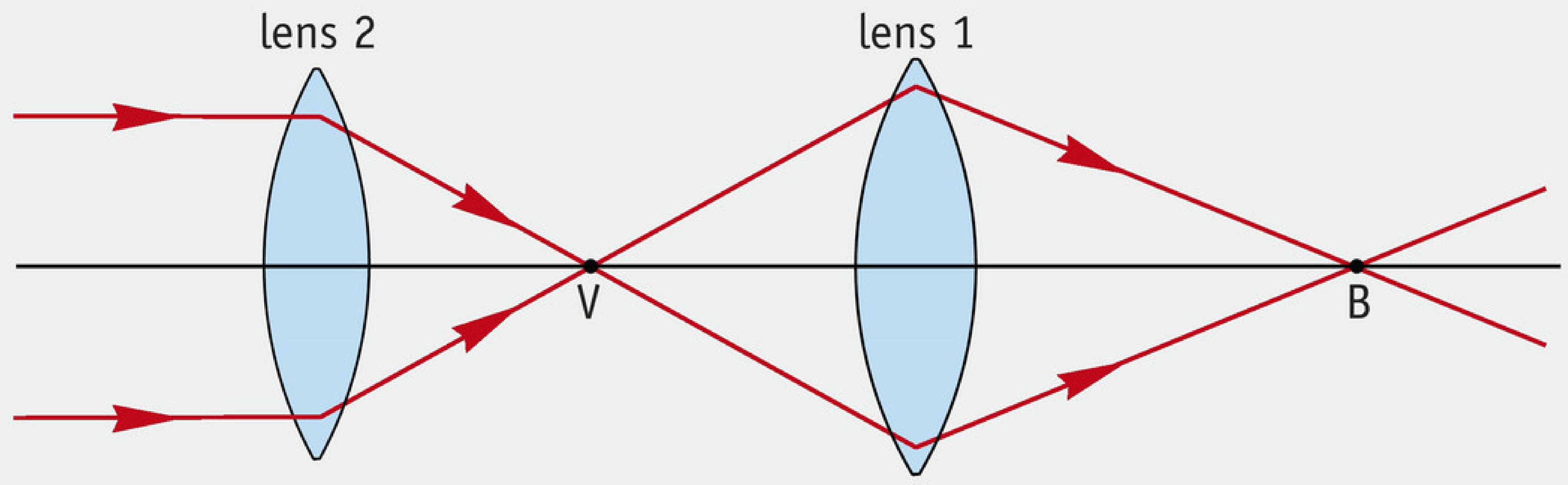
- Teken lens 1 precies over op papier.

Verwerking

7 Bepaal van beide gekromde oppervlakken het middelpunt. Meet de kromtestralen.
8 Zoek de brekingsindex van perspex op.
9 Bereken de brandpuntsafstand van lens 1.
10 Vergelijk de brandpuntsafstanden van de drie verschillende manieren met elkaar. Leg uit welke manier het nauwkeurigst is.

Conclusie

11 Beantwoord de onderzoeksvraag.



▶ **figuur 45** voorwerpspunt en beeldpunt

Je docent beslist of je de volgende experimenten uitvoert volgens de instructies of dat je de uitgebreide omschrijving krijgt.

EXPERIMENT 4 Uitzetting van een metalen buisje (onderzoekspracticum)

Inleiding

Metalen zetten uit bij temperatuursverhoging. De uitzetting is heel klein en niet goed waarneembaar met het blote oog.
In dit experiment ga je met een positieve lens een metalen buisje projecteren op een projectiescherm.

Onderzoeksvraag

Hoe groot is de lengteverandering van een metalen buisje bij verwarming?

EXPERIMENT 5 Virtueel beeld (begripspracticum)

Inleiding

Plaats je binnen de brandpuntsafstand van een loep een lampje, dan ontstaat er een virtueel beeld van dit lampje. Dit beeld kun je echter niet projecteren op een scherm. De beeldafstand kun je wel berekenen met de lenzenwet.
In dit experiment ga je na waar het virtuele beeld bij een loep ontstaat.

Onderzoeksvraag

Waar ontstaat het beeld bij een loep?

EXPERIMENT 6 Hoe groot is de zon? (onderzoekspracticum)

Inleiding
Het is erg moeilijk om de diameter van de zon rechtstreeks te meten. Het zonlicht is te fel en te gevaarlijk voor onze ogen.
In dit experiment ga je met een positieve lens de zon projecteren op papier.

Onderzoeksvraag
Hoe groot is de diameter van de zon?

ONDERZOEK Een blinkende zilveren ring

Inleiding
Het laatste water dat uit de gootsteen loopt en door een putje met ronde gaatjes stroomt, laat vaak een merkwaardig verschijnsel zien (figuur 46). De laatste waterdruppels die in druppelvorm blijven hangen, vormen een bolle lens. Bij het uitzakken van de druppels zie je blinkende zilveren ringen die van grootte veranderen.

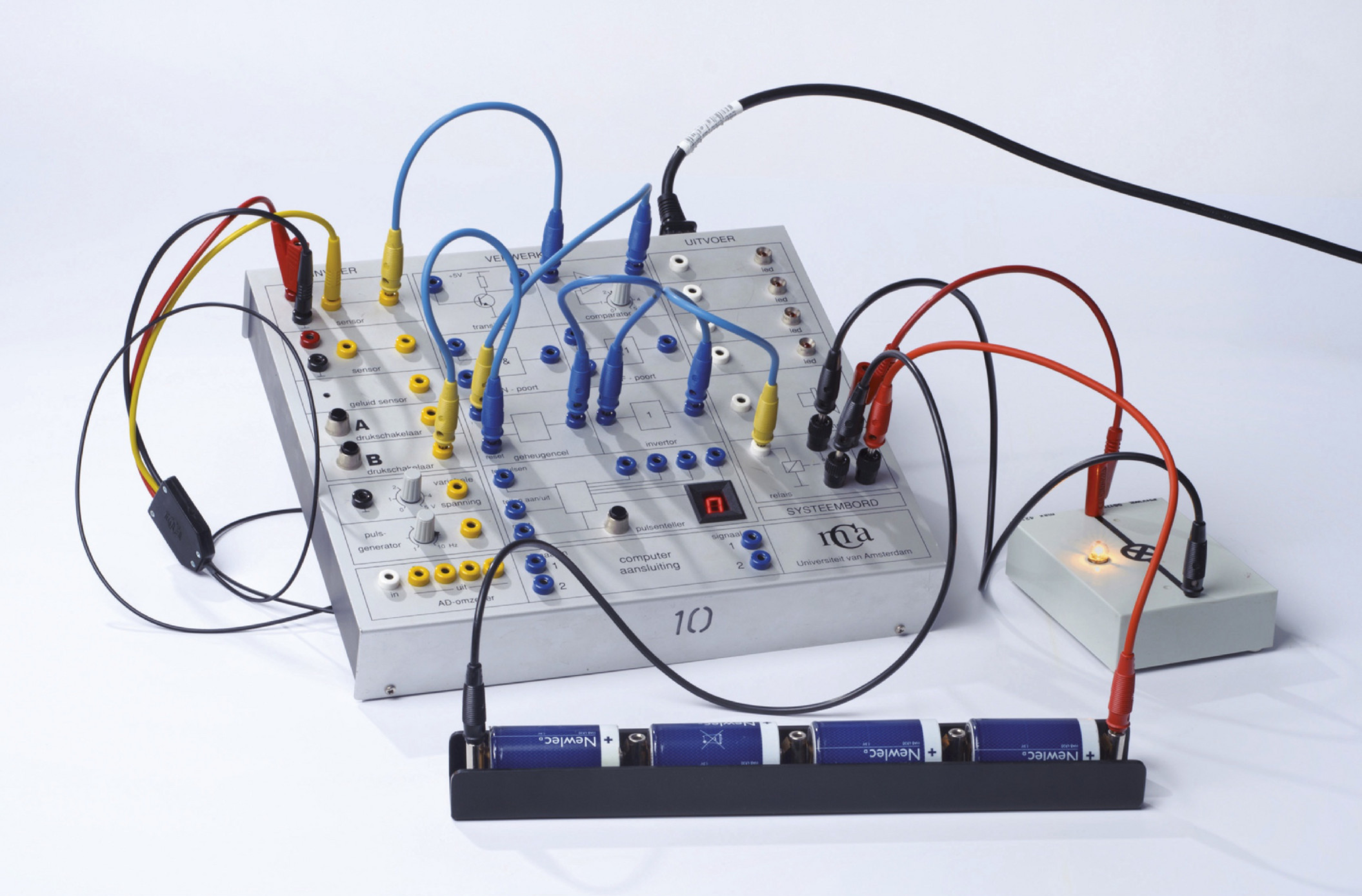


▲ **figuur 46** water in een afvoerputje

Onderzoeksvragen
1 Hoe is het ontstaan van een blinkende zilveren ring in een waterdruppel te verklaren?
2 Hoe is te verklaren dat de blinkende zilveren ring kleiner wordt en het donkere gat in het midden groter wordt?

Praktisch
Voer een experiment uit dat nodig is om de onderzoeksvragen te beantwoorden, met een afvoerputje met zes of zeven gaatjes. Schets meerdere keren de vorm van de druppel en de grootte van de blinkende zilveren ring.

Conclusie
Beantwoord de onderzoeksvragen.



HOOFDSTUK 7

Technische automatisering

Zoals de achttiende eeuw de tijd van de industriële revolutie was (stoommachines), zo zijn de twintigste en de eenentwintigste eeuw de tijd van de automatisering. Allerlei machines en processen zijn sinds de Tweede Wereldoorlog geautomatiseerd waardoor handmatige bediening niet of nauwelijks meer nodig is. Daarbij is gebruikgemaakt van twee belangrijke ontwikkelingen: de elektronica en de computer. Dit hoofdstuk is een inleiding in de automatisering, bekeken door een natuurkundige bril. Op veel scholen wordt daarbij het systeembord gebruikt. Daarmee kun je zelf systemen bouwen.

Praktijk

Theorie

Maatschappij

Praktijk

Automatisering in de gezondheidszorg

In ziekenhuizen kom je veel techniek tegen. Vaak hebben medische apparaten te maken met automatisering. Waar vroeger een verpleegkundige of dokter veel tijd kwijt was met het onderzoeken, behandelen en in de gaten houden van patiënten, doen nu machines vaak dit werk.



Hartbewaking

Elk ziekenhuis heeft een afdeling intensive care. Daar liggen patiënten van wie de gezondheidstoestand zo zorgwekkend is dat ze voortdurend 'bewaakt' moeten worden. Je vindt er bijvoorbeeld mensen die net een zware operatie hebben ondergaan. Vaak worden de patiënten op de intensive care verbonden met een apparaat voor hartbewaking (figuur 1). Het meest opvallende van dit apparaat is de monitor waarop het kloppen van het hart te volgen is. Het hartritme van de patiënt wordt gemeten met behulp van elektroden op de borst. Deze meten de, zeer kleine, elektrische signalen die het hart activeren. Het beeld op de monitor wordt een elektrocardiogram (ecg) genoemd.

Een ecg wordt omgezet in een digitaal signaal dat door een computer wordt verwerkt (figuur 2). De computer is geprogrammeerd om op een aantal belangrijke onderdelen van het ecg-signaal te letten en 'herkent' afwijkingen die duiden op een hartafwijking of een ziekte. In dat geval kan de computer een alarm laten klinken of een defibrillator in werking stellen. Een defibrillator is een apparaat dat een hoeveelheid elektrische energie, een 'stroomstoot', kan geven waardoor het hart weer normaal gaat kloppen.

Couveuse

Hartbewaking is ook zeer belangrijk voor te vroeg geboren of ziek geboren baby's. Zij worden direct na de geboorte in een couveuse gelegd (figuur 3). Deze kinderen kunnen nog niet zelf hun lichaamstemperatuur op een bepaald niveau houden. Daarom worden in de couveuse de temperatuur, maar ook de luchtvochtigheid en



▲ **figuur 1** bed op de afdeling intensive care met apparatuur voor hartbewaking

▼ **figuur 2** elektrocardiogram van een gezond hart



De computer 'herkent' afwijkingen die duiden op een hartafwijking of een ziekte.

▶ **figuur 3** een baby in een couveuse



het zuurstofgehalte nauwkeurig geregeld. Het toedienen van zuurstof is erg belangrijk, omdat de belangrijkste doodsoorzaak bij vroeggeborenen een probleem met de ademhaling is.
In de couveuse wordt een aantal zaken voortdurend gemeten: de ademhaling, de hartfunctie, de opname van zuurstof door het lichaam en de hersenactiviteit. De couveuse beschermt de baby tegen koude, infecties, geluiden en tocht. Via afsluitbare openingen in de zijwanden kunnen alle noodzakelijke handelingen worden verricht zonder dat de baby uit de couveuse hoeft te worden gehaald.

Diabetespatiënten

Bij baby's in een couveuse wordt ook de glucose in het bloed in de gaten gehouden. Glucose is een belangrijke 'brandstof'. Deze stof wordt in de cellen verbrand en levert de energie die het lichaam nodig heeft. Het glucosegehalte van het bloed, de bloedsuikerspiegel, wordt geregeld door hormoonklieren. Hierin wordt onder andere het hormoon insuline geproduceerd. Deze hormonen zorgen ervoor dat het glucosegehalte van het bloed altijd rond de 0,1% is.
Als bij de vertering van voedsel veel glucose in het bloed wordt opgenomen, kan het glucosegehalte hoger worden dan 0,1%. De hormoonklieren reageren daarop door veel insuline te produceren. Onder invloed van insuline nemen lever en spieren glucose uit het bloed op en zetten dit om in een andere stof. Als de hormoonklieren te weinig insuline produceren, stijgt het glucosegehalte van het bloed. Indien dit boven 0,16% komt, komt er glucose in de urine. In dat geval is er sprake van suikerziekte ofwel diabetes.
Vijftig jaar geleden moesten diabetespatiënten regelmatig naar het ziekenhuis om het glucosegehalte te laten meten en een injectie met insuline te krijgen. Met behulp van een glucosemeter kan een patiënt tegenwoordig zelf de bloedsuikerspiegel meten (figuur 4). Met een zogenoemde insulinepen kan de patiënt bij zichzelf insuline inspuiten. Helaas is diabetes nog altijd niet te genezen, maar dankzij deze ontwikkeling van steeds betere en kleinere medische apparaten hoeven diabetespatiënten veel minder vaak naar het ziekenhuis dan vroeger het geval was.

Medtronic, grootste in medische technologie

Het van oorsprong Amerikaanse bedrijf Medtronic werd in 1949 opgericht door Earl Bakken en Palmer Hermundslie. Vanuit hun garage repareerden zij defecte medische apparatuur. Daarnaast verkochten ze apparaten van andere bedrijven en ontwikkelden later zelf medische toestellen. Inmiddels is Medtronic het grootste bedrijf dat in medische technologie is gespecialiseerd is. Het hoofdkantoor van Medtronic Europe is gevestigd in Heerlen.

In 2013 werd het Paradigm® Veo™-systeem van Medtronic door Time Magazine uitgeroepen als een van de beste 25 uitvindingen van het jaar. Het Paradigm® Veo™-systeem is een insulinepomp waarmee de glucosewaarden zo goed mogelijk in de gaten kunnen worden gehouden. Het systeem wordt ook wel 'de kunstmatige alvleesklier' genoemd. Als belangrijkste voordelen worden de automatische stopfunctie genoemd en het feit dat de pomp aan een zogenaamde CGM (Continuous Glucose Monitoring) gekoppeld kan worden. In combinatie:

- bewaakt en registreert het systeem de glucosewaarden 24 uur per dag;
- kunnen met het systeem bepaalde trends worden vastgesteld, waarna de leefwijze en behandeling kunnen worden aangepast;
- waarschuwt het systeem wanneer glucosewaarden afwijken van streefwaarden.

Het Paradigm® Veo™-systeem is de eerste insulinepomp die is uitgerust met een 'automatische insulinestop'. Dat wil zeggen dat de pomp het toedienen van insuline automatisch stopt wanneer de glucosewaarden dalen tot onder een vooraf ingesteld niveau. Anders dan veel andere pompen bewaakt het systeem de patiënt 24/7. Het systeem werkt op batterijen.
Het systeem kent weinig nadelen. Zo is het niet waterdicht en werkt het uitsluitend op infuussets van Medtronic. Dat laatste kan tot prijsopdrijving leiden.

▼ **figuur 4** Een diabetespatiënt meet het glucosegehalte van zijn bloed.



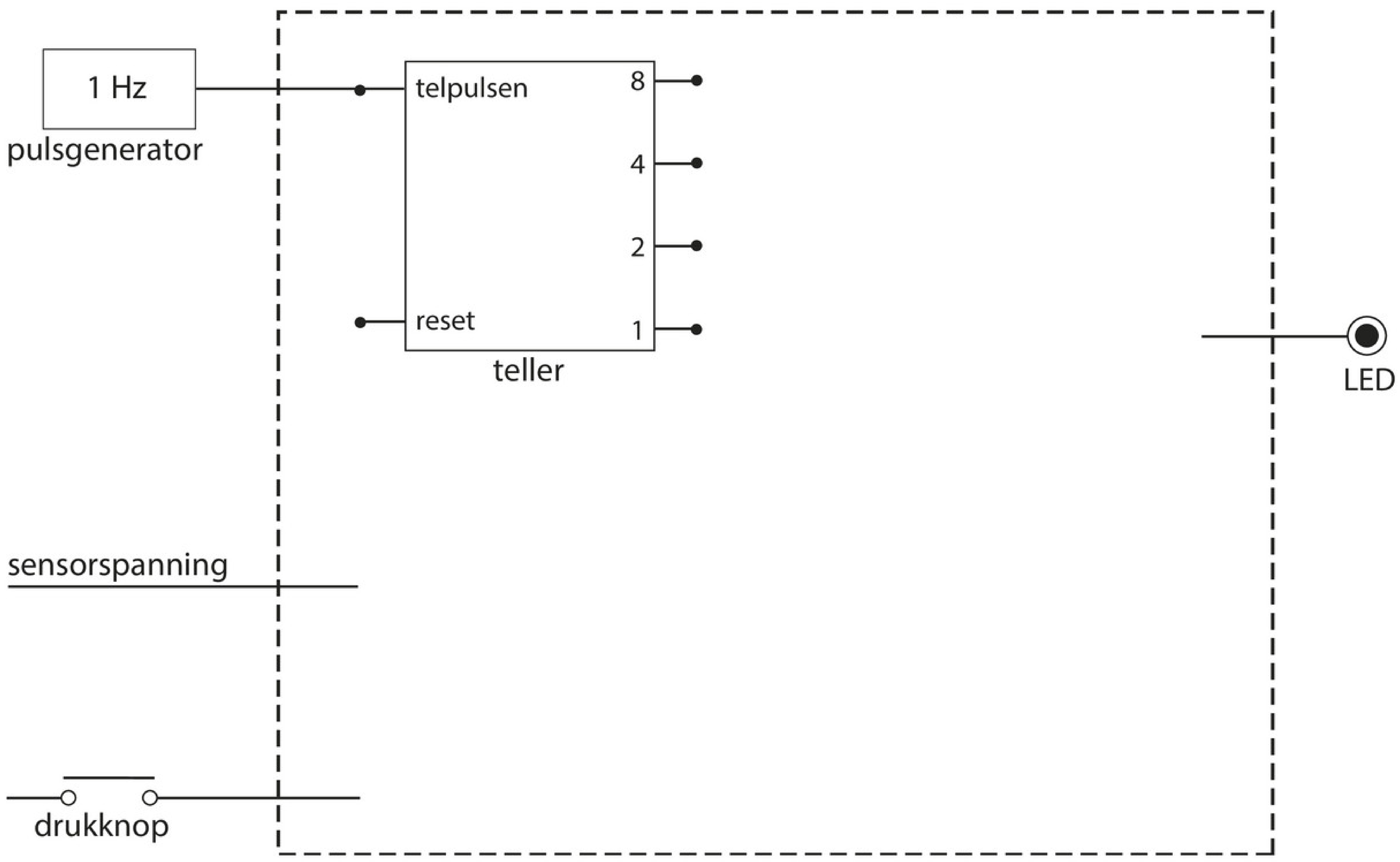
Opdrachten

Bestudeer eerst de theorie van dit hoofdstuk voordat je de volgende opdrachten uitvoert.

1 Automatische systemen
Bij automatische schakelingen kun je drie soorten onderscheiden: meetsystemen, stuursystemen (die bijvoorbeeld een alarm aansturen) en regelsystemen.
Geef van de volgende systemen aan tot welke soort ze behoren.
- **a** Een apparaat voor hartbewaking dat een defibrillator in werking stelt.
- **b** Een apparaat waarmee een diabetespatiënt zijn suikerspiegel kan meten.
- **c** Het onderdeel van een couveuse dat zorgt voor een constante temperatuur.

2 Medtronic
In de kadertekst over Medtronic staat dat met de insulinepomp je glucosewaarden zo goed mogelijk in de gaten kunnen worden gehouden. Eigenlijk klopt deze zin niet: met een onderdeel in de pomp worden de waarden in de gaten gehouden.
- **a** Wat is de algemene benaming voor dit onderdeel?
- **b** Teken het blokschema van een patiënt die een glucosesensor met alarmfunctie gebruikt maar niet de insulinepomp.
- **c** Teken het blokschema voor een patiënt die zijn glucosespiegel regelt met behulp van een glucosesensor en een insulinepomp.

+3 Veiligheidsmatras
Mees en Wouter lezen in de krant een artikel over een automatisch systeem dat in verpleeghuizen wordt gebruikt. Om te voorkomen dat demente bejaarden 's nachts hun bed verlaten en daarbij vallen, is een veiligheidsmatrasje ontwikkeld. Als de bejaarde rechtop gaat zitten om het bed te verlaten, zorgen druksensoren in de matras ervoor dat er een waarschuwingssignaal afgaat.
- **a** Leg uit dat de druk op de matras groter wordt als de bejaarde rechtop gaat zitten.
- **b** Mees en Wouter bootsen dit systeem na met een systeembord (figuur 5). Als de druk langer dan vier seconden boven een ingestelde waarde uitkomt, gaat een waarschuwingsled branden. Deze moet aan blijven totdat deze door een verzorgende wordt uitgeschakeld. Wanneer een patiënt zich omdraait, kan de druk even (minder dan 4 s) te hoog worden. In dat geval moet het aftellen van de seconden opnieuw beginnen bij een volgende drukverhoging.
Teken in figuur 5 de verwerkers en de verbindingen die nodig zijn om het systeem goed te laten werken.



◀ **figuur 5** het waarschuwingssysteem van Mees en Wouter

naar: examen vwo natuurkunde 1, 2003-II

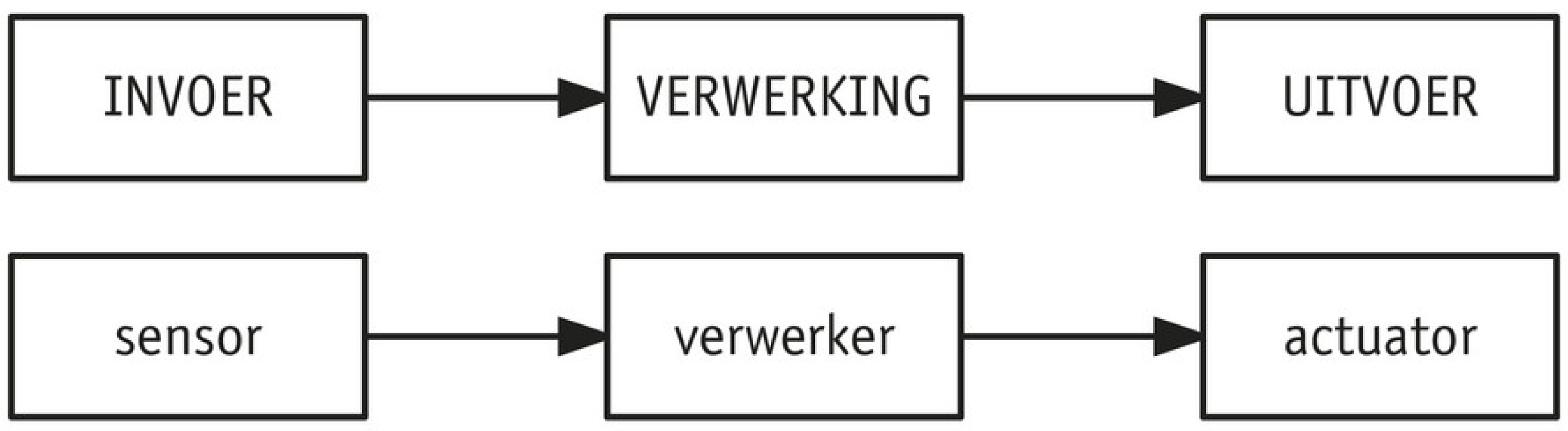
1 Systemen

In deze paragraaf leer je:
- dat er drie soorten automatische systemen bestaan en hoe je die herkent;
- blokschema's tekenen van automatische systemen.

Als ontwerpers vanuit een programma van eisen een nieuw, of vernieuwd, apparaat gaan ontwerpen, zullen zij eerst de functie(s) van het apparaat nader omschrijven. Wat moet het apparaat eigenlijk kunnen? In het begin houden zij zich dus nog niet bezig met de taken die de onderdelen van het apparaat moeten kunnen verrichten. Dat komt later als het systeem achter het apparaat duidelijk is geworden.

Blokschema

Het is lastig de term 'systeem' goed te omschrijven. Om het praktisch te houden, kun je een systeem weergeven in het blokschema dat erbij hoort. Dat blokschema bestaat altijd uit drie blokken of delen (figuur 1):
- invoer (of input);
- verwerking;
- uitvoer (of output).



▲ **figuur 1** het blokschema van elk systeem

Deze drie blokken zie je terug in het systeembord van figuur 2: het linkerdeel is de invoer, het middelste deel is de verwerking en het rechterdeel is de uitvoer.

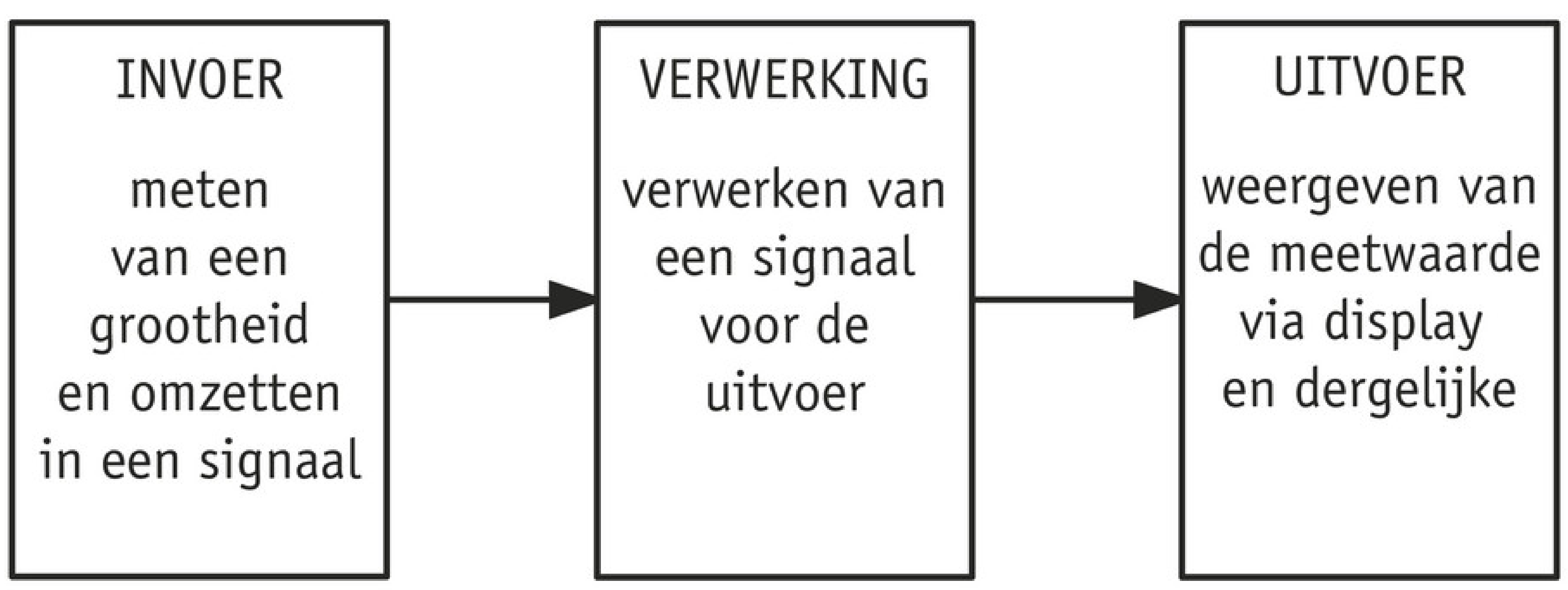


▲ **figuur 2** het systeembord

In het invoerdeel wordt met behulp van **sensoren** informatie verzameld: zij meten een of meer grootheden die belangrijk zijn voor het systeem. Over sensoren lees je meer in paragraaf 2.
In het verwerkingsdeel wordt de informatie uit het invoerdeel verwerkt. Dat wil bijvoorbeeld zeggen: de gegevens worden vergeleken, ze worden bewerkt, er worden beslissingen genomen op basis van de gegevens. Over **verwerkers** lees je meer in paragraaf 4.
In het uitvoerdeel worden acties uitgevoerd. Die acties worden merkbaar doordat lampjes gaan branden, getallen verschijnen op een display, een zoemer gaat zoemen of een elektromotor gaat draaien. In dit deel spelen **actuatoren** een belangrijke rol. Over actuatoren lees je ook meer in paragraaf 4.
De drie blokken in het blokschema van figuur 1 zijn met pijlen met elkaar verbonden. Die pijlen geven de stroom van informatie aan. Die informatie zal vaak in de vorm van kleine elektrische spanningen worden doorgegeven; die worden signalen genoemd. Daarover lees je meer in paragraaf 3.

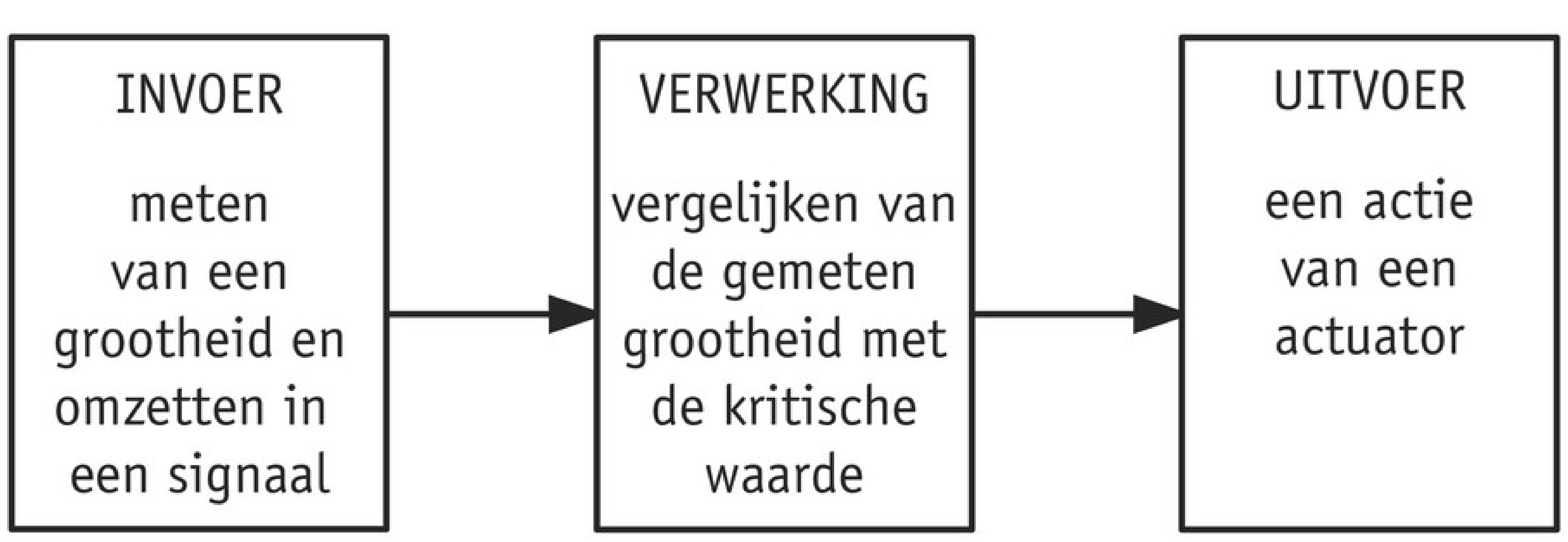
Als voor de werking van een systeem geen menselijke handelingen nodig zijn, dan heet een systeem automatisch. Er bestaan drie soorten automatische systemen:
- meetsystemen;
- stuursystemen;
- regelsystemen.

Meetsystemen
Een **meetsysteem** is een systeem dat als doel heeft een grootheid te meten en de waarde aan de gebruiker te presenteren. Dat kan bijvoorbeeld via een display. Voorbeelden van meetsystemen zijn digitale thermometers en snelheidsmeters. Het blokschema van een meetsysteem ziet eruit als in figuur 3.



▲ **figuur 3** het blokschema van een meetsysteem

Stuursystemen
Bij een **stuursysteem** wordt ook een grootheid gemeten en wordt beslist aan de hand van een ingestelde waarde of er al dan niet een actie moet volgen. Of er wel of niet iets gebeurt, hangt af van het signaal van de sensor en van de, door de gebruiker, ingestelde (kritische) waarde. Voorbeelden van stuursystemen zijn een buitenlamp die aangaat als er iemand bij de voordeur is, een rookmelder in huis en het startsysteem van een auto. Het blokschema van een stuursysteem ziet eruit als in figuur 4. Je ziet dat bij een stuursysteem in het verwerkingsdeel de gemeten waarde wordt vergeleken met een gewenste of kritische waarde. Je leest daar meer over in paragraaf 4.

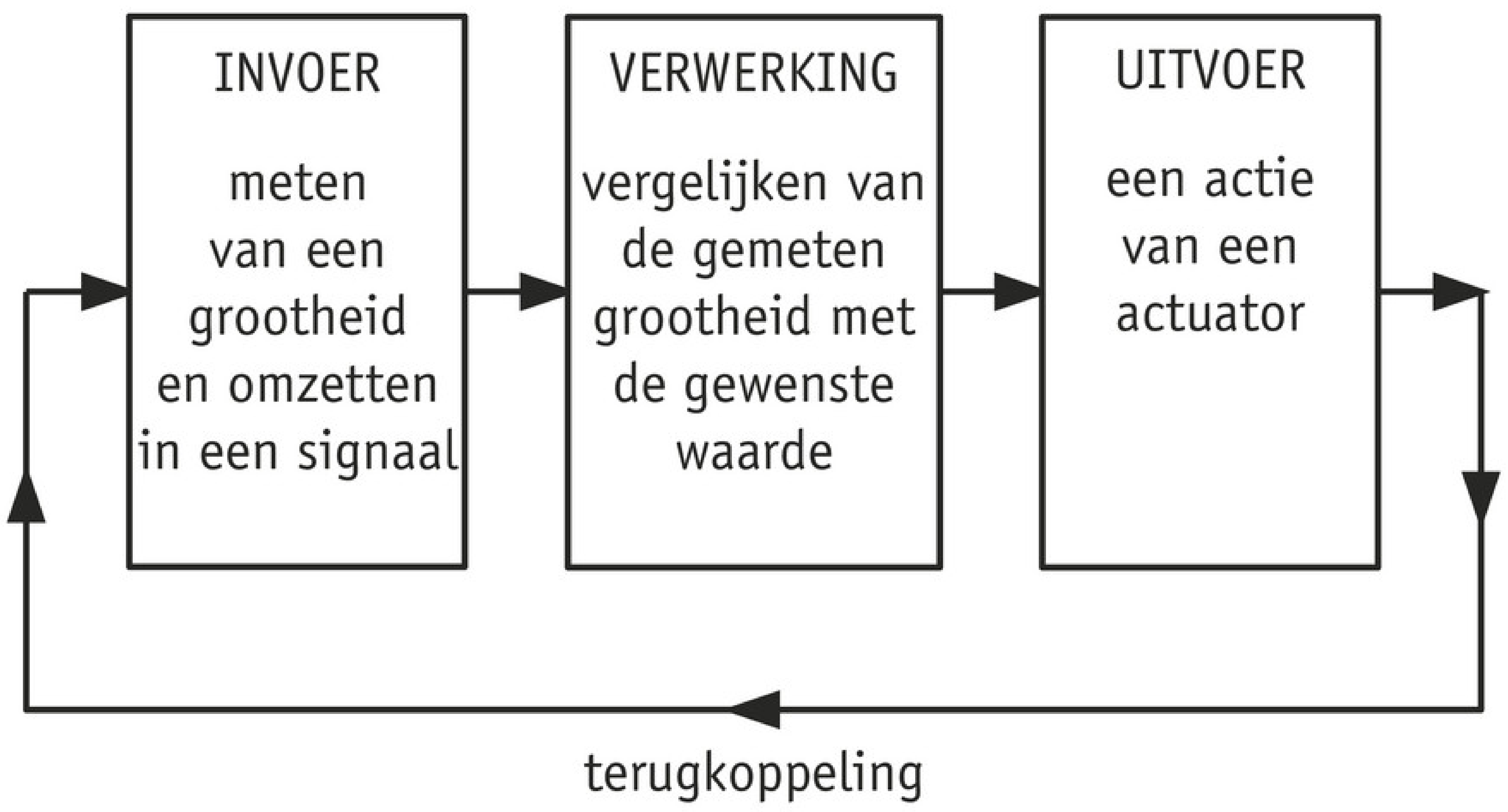


▲ **figuur 4** het blokschema van een stuursysteem

Regelsystemen

Een **regelsysteem** is een systeem waarbij de verwerking erop is gericht een bepaalde grootheid zo goed mogelijk op een gewenste waarde te houden. Die gewenste waarde is meestal vooraf ingesteld door de gebruiker.
Regelsystemen lijken op stuursystemen. Toch is er een groot verschil: in een regelsysteem is een **terugkoppeling** (feedback) aanwezig. De verwerker vergelijkt voortdurend de gemeten waarde van de grootheid met de gewenste waarde en onderneemt actie op basis van het verschil tussen beide. Een bekend voorbeeld van een regelsysteem is de centrale verwarming in huizen waar een kamerthermostaat wordt gebruikt. Deze thermostaat meet de temperatuur in de kamer en vergelijkt die met de door de bewoners ingestelde temperatuur (de gewenste waarde). Als de werkelijke temperatuur onder de gewenste temperatuur komt, gaat er een signaal naar de verwarmingsketel. In die ketel zit een brander die meestal brandt op aardgas. Het signaal zorgt ervoor dat de gasklep in de ketel wordt geopend waardoor aardgas naar de brander stroomt. Als de temperatuur in de kamer weer op het gewenste niveau is, zal de thermostaat een signaal geven aan de ketel waardoor de gasklep weer wordt gesloten.
In dit voorbeeld is sprake van een aan-/uitregeling. Bij sommige regelsystemen is er een *proportionele* regeling: de actie is evenredig met het verschil tussen de gemeten en de gewenste waarde. In een cv-systeem met proportionele regeling wordt de vlam van de brander groter naarmate het verschil tussen de gemeten en de gewenste temperatuur groter is.

Het blokschema van een regelsysteem is in figuur 5 afgebeeld. Het heeft iets wat de blokschema's van meet- en stuursystemen niet hebben: een lijn/pijl die de terugkoppeling aangeeft. Deze loopt van het uitvoerdeel naar het invoerdeel en geeft aan dat wat er aan de uitvoerkant gebeurt, direct wordt geregistreerd aan de invoerkant.



▲ **figuur 5** het blokschema van een regelsysteem

Onthoud!

- Er zijn drie soorten systemen: meetsystemen, stuursystemen en regelsystemen.
- Elk systeem kun je weergeven met een blokschema met drie blokken: invoer, verwerking, uitvoer.
- Tussen de blokken wordt informatie doorgegeven door middel van signalen.
- Bij een regelsysteem is er terugkoppeling; dit zie je aan de lijn die vanuit de uitvoer naar de invoer loopt.
- Een meetsysteem geeft een meetwaarde weer, een stuursysteem zorgt ervoor dat er onder een bepaalde voorwaarde iets gebeurt (voorbeeld: alarm gaat af) en een regelsysteem zorgt ervoor dat een grootheid op een bepaalde waarde blijft (voorbeeld: de temperatuur in huis).

Opdrachten

1 Blokschema
Je kunt een systeem weergeven met een blokschema.
a Hoe heten de drie delen van het blokschema van elk systeem?
b In welk deel van het blokschema bevinden zich actuatoren?
c In welk deel bevinden zich sensoren?
d Leg kort uit wat er in elk deel van het blokschema gebeurt.

2 Automatische systemen
In de volgende situaties spelen apparaten een rol.
Geef bij elke situatie aan om welk soort systeem het gaat: een meet-, een stuur- of een regelsysteem.
a Een oven die op een bepaalde temperatuur blijft.
b Een magnetron waarop je de opwarmingstijd kunt instellen.
c Een vaatwasser die met een pieptoon aangeeft dat hij klaar is met het wasprogramma.
d Een display langs de weg dat van elke auto die langsrijdt de snelheid aangeeft.
e Op het display van een glucosemeter kan een patiënt de bloedsuikerspiegel aflezen.
f Om 9.00 uur gaat de schoolbel.
g Met cruisecontrol blijft een auto op een constante snelheid rijden.
h De ruitenwissers van een auto gaan automatisch aan als de voorruit nat wordt.

3 Inbraakalarm
Een inbraakalarm bestaat uit een centrale schakelkast waarop een glasbraakmelder (reageert op trillingen van glas), een telefoonverbinding, een bewegingssensor, een deurcontact, een zwaailicht en een sirene zijn aangesloten.
a Geef van al deze onderdelen aan of ze tot de invoer, de verwerking of de uitvoer van dit systeem behoren.
b Teken het bijbehorende blokschema.

4 Aquarium
In een tropisch aquarium moet de temperatuur altijd op ongeveer 23 °C worden gehouden. Het aquarium wordt verwarmd met een elektrisch verwarmingselement.
a Teken het bijbehorende blokschema. Noteer in elk blok wat er gebeurt.
b Leg uit wat er zou gebeuren als dit systeem geen terugkoppeling zou hebben.
c Leg uit wat het betekent voor het verwarmingselement als de regeling van de watertemperatuur proportioneel zou zijn.

5 Model
Sjors-Peter wil een model maken voor het opwarmen van de lucht in een kamer door een verwarming (de opwarming van de muren wordt verwaarloosd). In figuur 6 zie je het model dat Sjors-Peter heeft gemaakt. De temperatuur in de kamer wordt geregeld door een automatisch systeem, waarbij een radiator de kamer verwarmt. Er verdwijnt ook warmte uit de kamer naar de omgeving (modelregel 4).

modelregels	startwaarden en constanten
1 t = t + dt	1 t = 0
2 als Tbinnen < Tingesteld dan dQin = P*dt	2 dt = 0,1
3 anders ... ... eindals	3 Tbuiten = 5
4 dQuit = k*(Tbinnen–Tbuiten)*dt	4 Tbinnen = 15
5 dQ = dQin – dQuit	5 Tingesteld = 22
6 dTbinnen = dQ/ (c*m)	6 c = ...
7 Tbinnen = Tbinnen + dTbinnen	7 m = 130
	8 P = 2000
	9 k = 75

▲ **figuur 6** het model van Sjors-Peter

Modelregel 6 is afgeleid uit een formule die in Binas tabel 35 staat.

a Geef deze formule.
b Leg uit of dit model een stuursysteem of een regelsysteem beschrijft.

De temperatuur in de kamer wordt op een vooraf ingestelde waarde gehouden, door de radiator in te schakelen als het te koud is, en deze uit te schakelen als het te warm wordt (modelregel 2 en 3).
Sjors-Peter gaat er in zijn model van uit dat de radiator geen warmte meer afgeeft zodra die wordt uitgeschakeld.

c Leg uit dat dit in werkelijkheid niet zo is.
d Vul (uitgaande van Sjors-Peters aanname) modelregel 3 verder aan.
e Geef de waarde voor de constante c.
f Voer het model uit.
Na hoeveel seconden is de ingestelde temperatuur bereikt?
g De temperatuur in een verwarmde huiskamer schommelt altijd rond de ingestelde waarde. Dit kun je in het model ook zien als je de waarde van dt veel groter maakt. Verander de waarde van dt van 0,1 naar 50 en voer het model uit. Ga na tussen welke waarden de temperatuur van de kamer schommelt.

2 Sensoren

In deze paragraaf leer je:

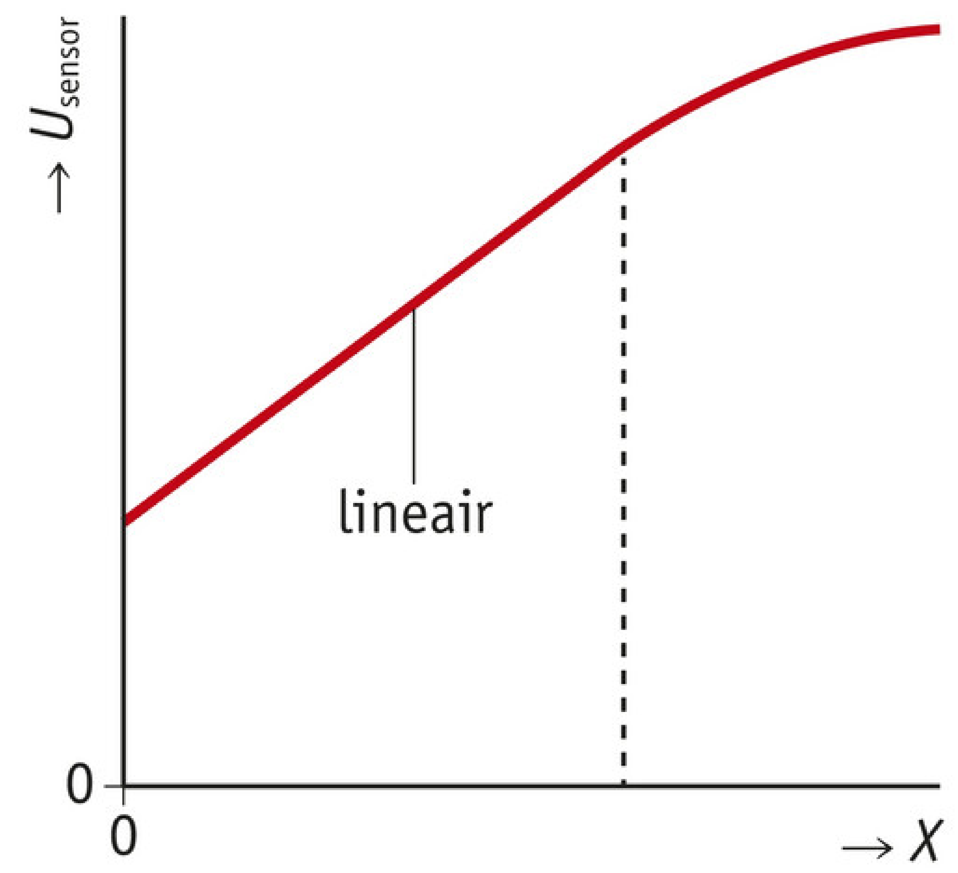
- hoe je de gevoeligheid en het bereik van een sensor uit een ijkdiagram bepaalt;
- een aantal verschillende sensoren kennen.

Een systeem moet informatie krijgen uit zijn omgeving. Zoals een mens zintuigen heeft, zo heeft een apparaat sensoren. Op basis van de informatie die de sensoren doorgeven, kan het systeem zijn werk doen.

▶ **EXPERIMENT 1** De temperatuursensor

IJkdiagram

Een sensor zet een grootheid *X*, bijvoorbeeld temperatuur of lichtsterkte om in een elektrische spanning. De grootte van die spanning is een maat voor de grootte van *X*. Voor elke sensor kan een **ijkdiagram** worden gemaakt. Daarin staat de grootheid *X* langs de *x*-as en de spanning die de sensor geeft langs de *y*-as (figuur 7). Merk op dat de grafiek in het ijkdiagram niet per se door de oorsprong hoeft te gaan en dat de lijn zeker niet altijd een rechte lijn is. Waar de grafiek wel recht is, noemen we het verband tussen *X* en de sensorspanning **lineair** (figuur 7).



▲ **figuur 7** Het ijkdiagram van een sensor ziet er in het algemeen zo uit.

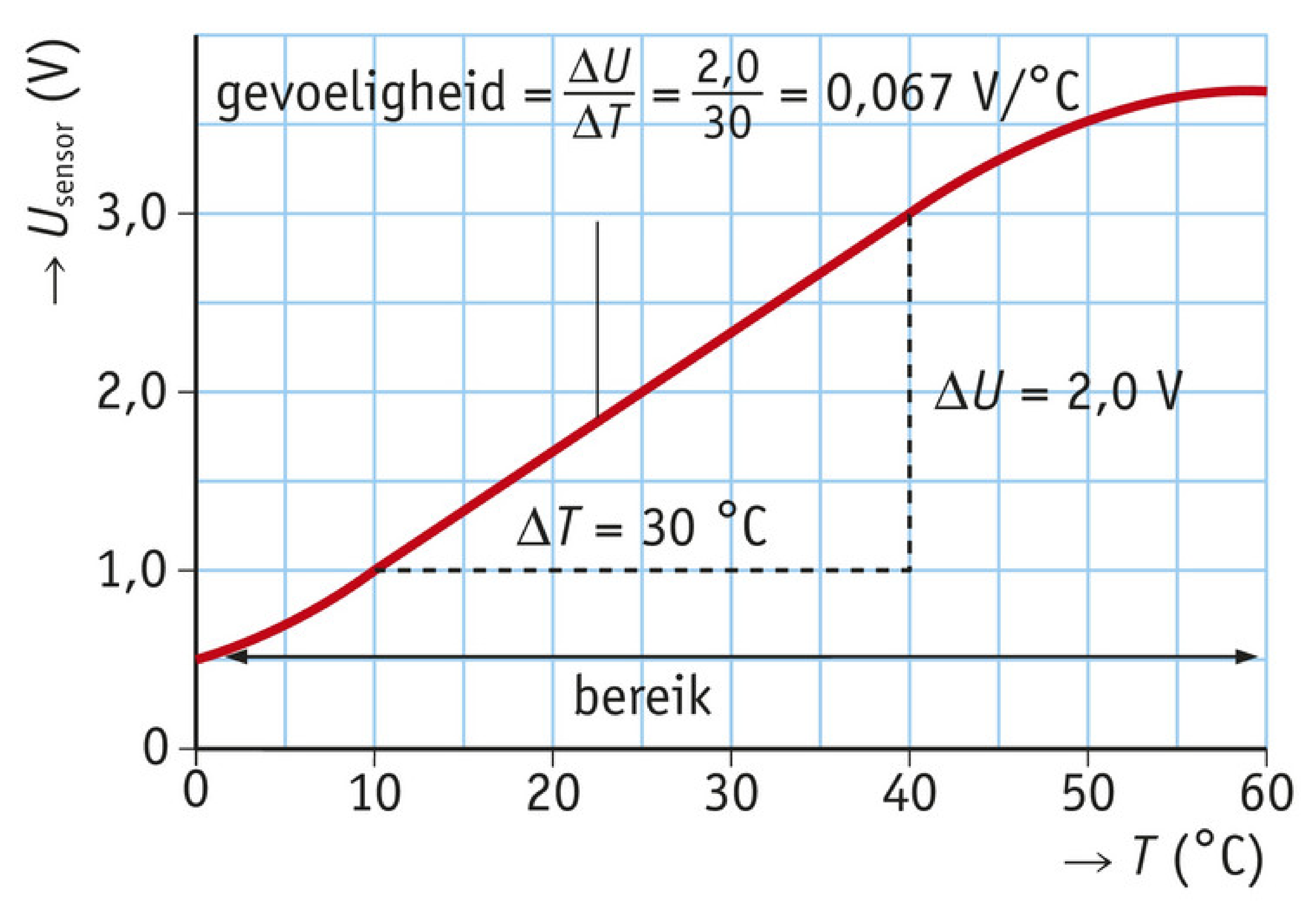
Gevoeligheid en bereik

Als de ijkgrafiek van een sensor een rechte lijn is, kun je de **gevoeligheid** van die sensor bepalen. De gevoeligheid geeft aan hoe goed de sensor reageert op een verandering in de grootheid die hij meet. Dus bijvoorbeeld: hoeveel millivolt komt er meer uit de sensor als de temperatuur één graad stijgt? Als dat weinig millivolt is, dan is de sensor niet erg gevoelig. De gevoeligheid is dus de toename (of afname) van de spanning als de ingangsgrootheid één eenheid stijgt.
In figuur 8 zie je hoe je de gevoeligheid bepaalt. In feite bepaal je dan de steilheid of het hellingsgetal van de grafiek. Neem een zo groot mogelijk deel van het rechte deel van de grafiek. Lees af hoe groot Δy en Δx zijn en deel die door elkaar:

$$\text{gevoeligheid} = \frac{\Delta y}{\Delta x}$$

Achter het getal dat je dan krijgt, moet nog wel een eenheid. Dat is voor een temperatuursensor bijvoorbeeld de eenheid volt per graad Celsius (V/°C of V °C^{-1}).

Uit figuur 8 kun je ook bepalen hoe groot het **bereik** (of meetbereik) van de sensor is. De grafiek loopt van 0 °C tot 60 °C, dus tussen die twee temperaturen kan de sensor in elk geval een spanning doorgeven. Als je alleen naar het lineaire deel van de grafiek kijkt, dus waar de lijn recht loopt, dan is het bereik 10 °C tot 40 °C.



▲ **figuur 8** gevoeligheid en bereik van een temperatuursensor bepalen

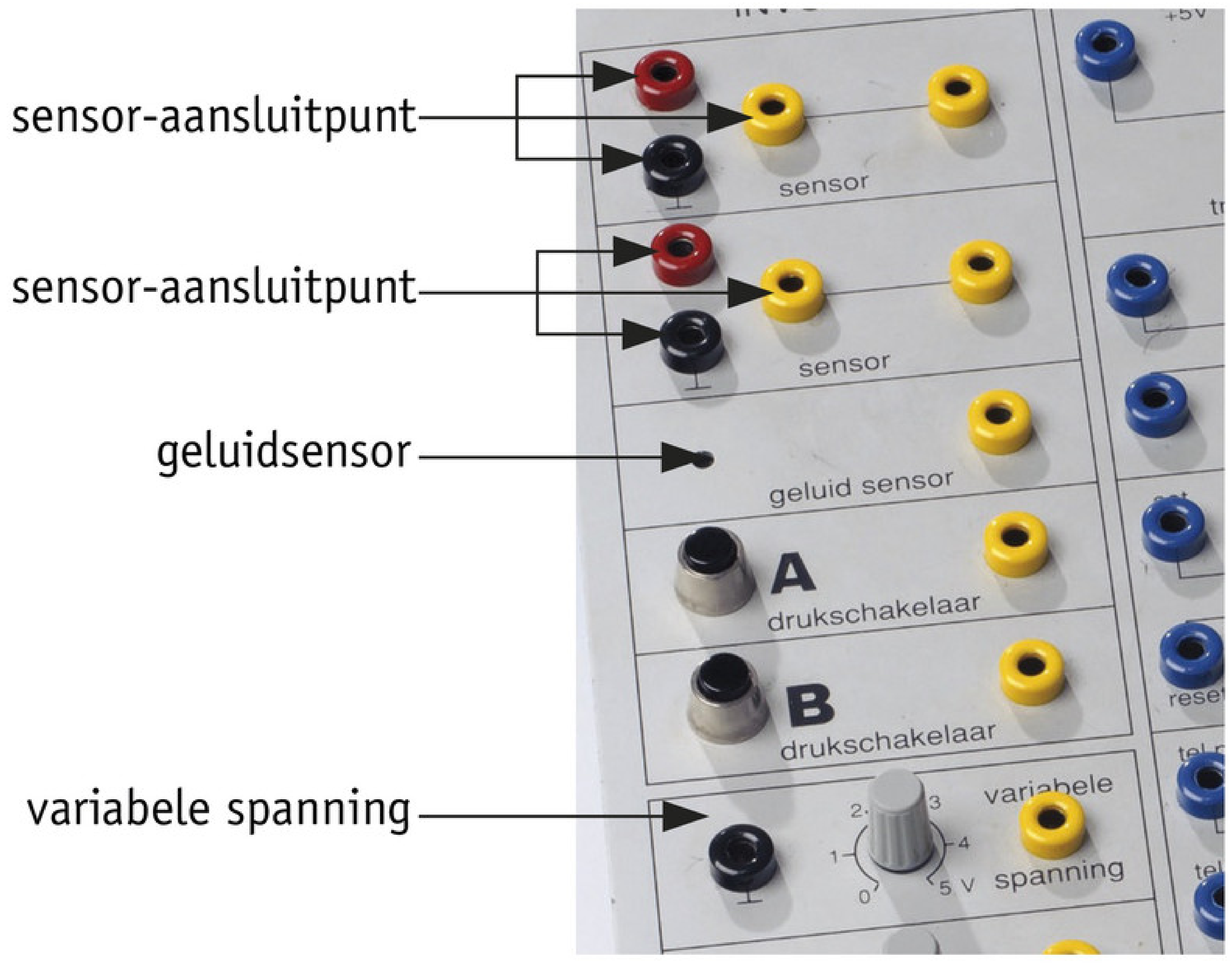
Soorten sensoren

Voor vrijwel elke grootheid bestaat wel een sensor. De bekendste zijn:

- de lichtsensor;
- de temperatuursensor;
- de geluidsensor;
- de druksensor.

Met een lichtsensor kun je de lichtsterkte bepalen in de buurt van de sensor. De eenheid van lichtsterkte is de lux, dus in het ijkdiagram staat langs de horizontale as ‘lichtsterkte (lux)’. Een lichtsensor wordt bijvoorbeeld gebruikt om straatlantaarns automatisch te laten aangaan als het donker wordt. Je kunt een lichtsensor maken met een LDR. Een temperatuursensor kun je maken met een NTC. Beide speciale weerstanden zijn behandeld in hoofdstuk 2.

Linksboven op het systeembord kun je twee sensoren aansluiten (figuur 9). Daaronder zit een ingebouwde geluidsensor. Met de ‘variabele spanning’ linksonder in het systeembord kun je elke sensor nabootsen. Door aan de knop te draaien, verander je de spanning die deze spanningsbron afgeeft (de signaalspanning) van 0 tot 5 V.



▲ **figuur 9** sensoraansluitingen en de variabele spanning op het systeembord

Onthoud!

- Een sensor zet een grootheid om in een elektrische spanning.
- Het verband tussen de te meten grootheid en de sensorspanning wordt weergegeven in het ijkdiagram van de sensor.
- Uit het ijkdiagram kun je de gevoeligheid en het bereik van de sensor bepalen.

Opdrachten

6 IJkdiagram

Elke sensor heeft een ijkdiagram.

a Schets het ijkdiagram van een temperatuursensor waarvan het verband tussen spanning en temperatuur lineair is. Geef aan wat er bij de horizontale as en bij de verticale as staat.

b Geef in je schets van opdracht a aan hoe je de gevoeligheid van deze sensor bepaalt.

c Kan een temperatuursensor waarvan de ijkgrafiek niet lineair is, wel gevoelig zijn voor verandering van de temperatuur?

7 Gevoeligheid
Bij de gevoeligheid van een sensor hoort een eenheid.
a Welke eenheid hoort bij de gevoeligheid van een lichtsensor?
b Hoe zou de sensor heten waarvan mV N^{-1} de eenheid van de gevoeligheid is?

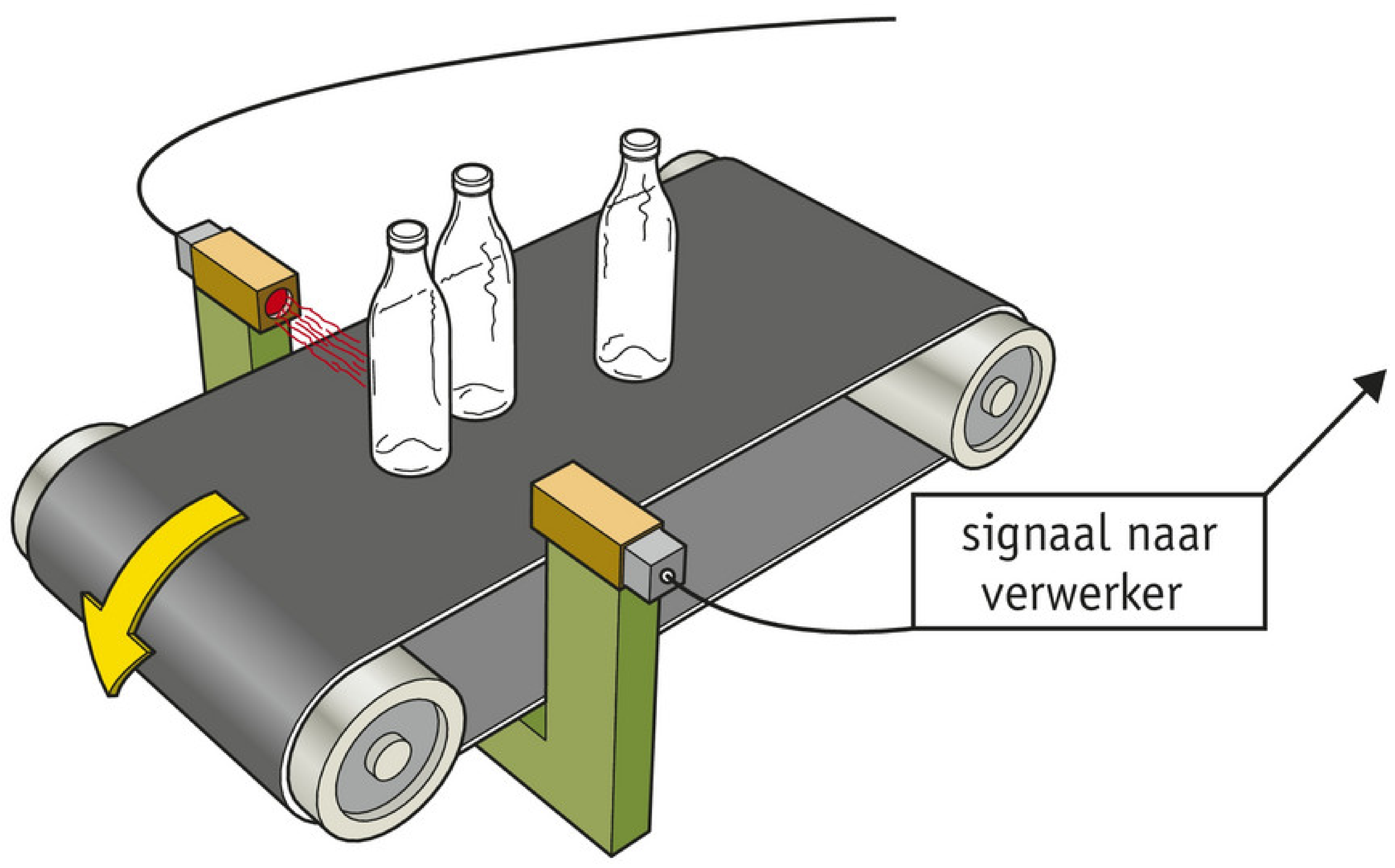
8 Geluidsensor
Eigenlijk is een geluidsensor een drukmeter. De gemeten druk kan het apparaat omrekenen naar geluidssterkte.
a Welke druk meet een geluidsensor?
b Leg uit dat een microfoon eigenlijk een geluidsensor is.

9 Sensoren
In veel apparaten zitten sensoren.
Welk type sensoren zitten in de volgende apparaten? Als je denkt dat ze niet in de tekst zijn genoemd, verzin dan zelf een naam voor de sensor.
a een elektronische weegschaal
b een thermostaat
c een koelkast (noem er twee)
d een buitenlamp die aangaat als er 's avonds iemand bij staat (noem er twee)

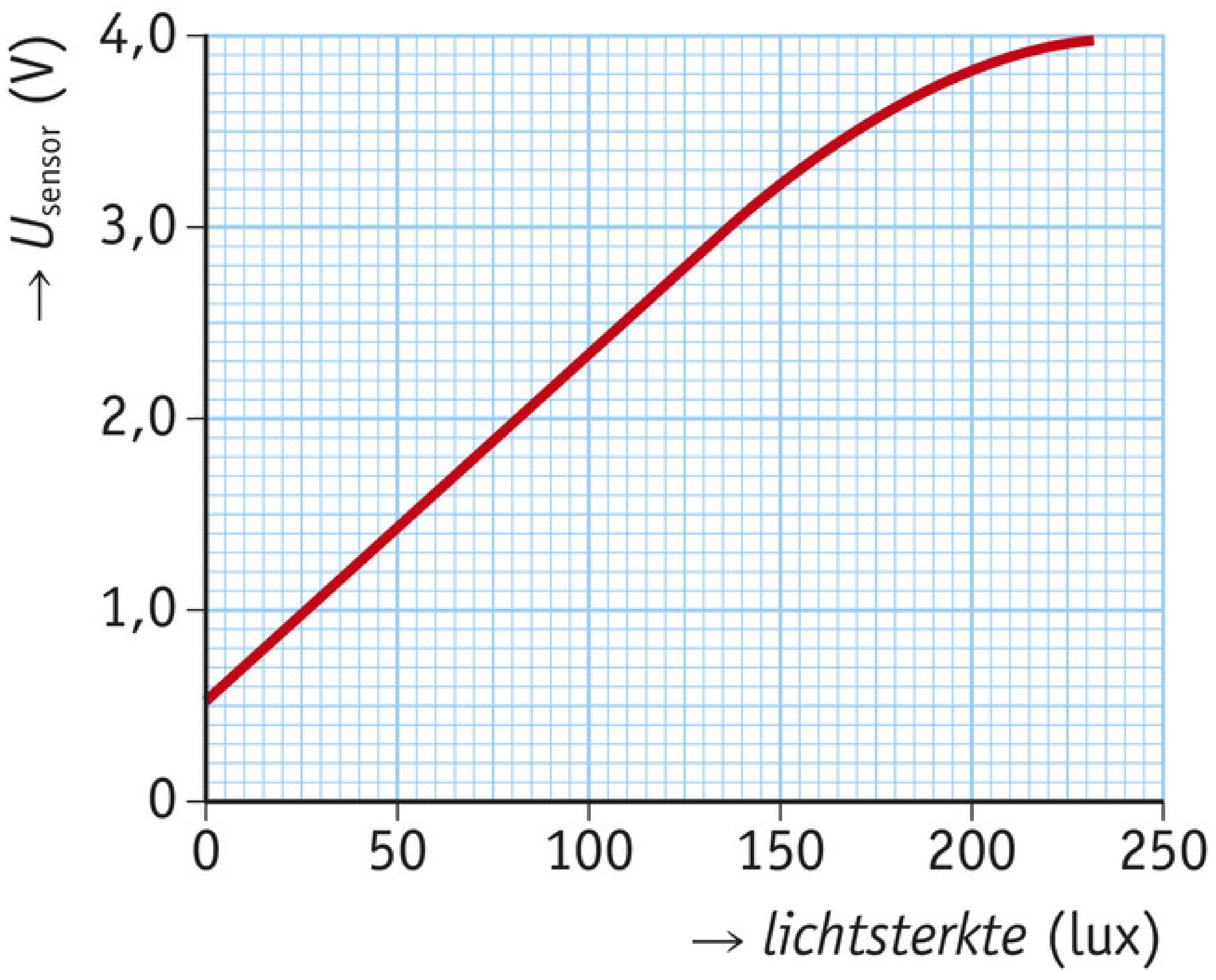
10 Lichtsensor
Lichtsensoren kunnen worden gebruikt om te onderzoeken of er iets voorbijkomt, bijvoorbeeld op een lopende band. Aan de ene kant van de band staat dan een lamp en aan de andere kant een lichtsensor (figuur 10).
Als er een fles passeert, verandert het signaal dat de sensor afgeeft.
a Leg uit hoe dat komt.

In figuur 11 zie je de ijkgrafiek van de gebruikte sensor. Als er niets voorbijkomt op de lopende band, geeft de sensor een spanning van 3,2 V af.
b Hoe groot is dan de lichtsterkte bij de sensor?
c Bepaal de gevoeligheid van de sensor in het lineaire gebied.
d Bepaal het bereik van het lineaire gebied van de sensor.

Soms passeren er twee flessen tegelijkertijd.
e Leg uit dat je dat kunt zien aan het signaal dat de sensor geeft.



▲ **figuur 10** Een lichtsensor kun je gebruiken om flessen op een lopende band te tellen.



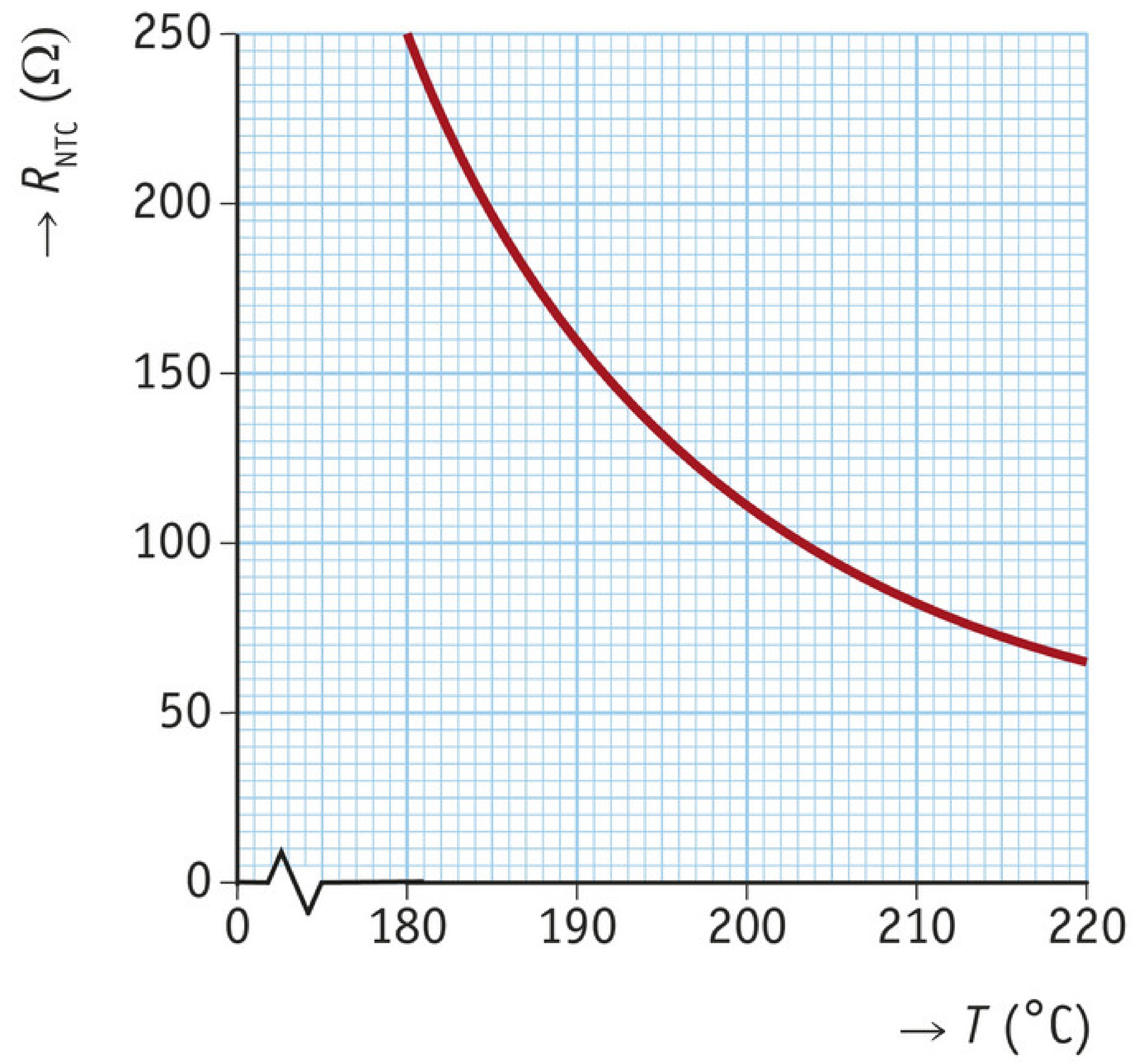
▲ **figuur 11** het ijkdiagram van de lichtsensor van figuur 10

+11 Sterilisatie

Injectienaalden en medische instrumenten moeten altijd worden gesteriliseerd. Een van de gebruikte sterilisatiemethoden is *heteluchtsterilisatie*. Hierbij worden de instrumenten in een sterilisatieapparaat gedurende één uur blootgesteld aan hete lucht van 180 °C. In het sterilisatieapparaat zit een temperatuursensor: een NTC en een vaste weerstand in serie aangesloten op een spanningsbron.

a Teken deze schakeling.

Bij de NTC hoort het ijkdiagram van figuur 12. De (vaste) weerstand in de schakeling is 200 Ω en de spanningsbron geeft 5,0 V.



▲ **figuur 12** het verband tussen de weerstand van de NTC en de temperatuur

b Vul tabel 1 helemaal in.

▼ **tabel 1** spanningen bij verschillende temperaturen

temperatuur (°C)	weerstand van NTC (Ω)	spanning over NTC (V)	spanning over weerstand (V)
180			
200			

Bij een temperatuursensor ligt het voor de hand dat de spanning die hij afgeeft, toeneemt als de temperatuur hoger wordt. Je wilt op de schakeling van opdracht a een spanningsmeter aansluiten die de sensorspanning meet.

c Moet je die spanningsmeter aansluiten op de NTC of op de weerstand? Licht je antwoord toe.

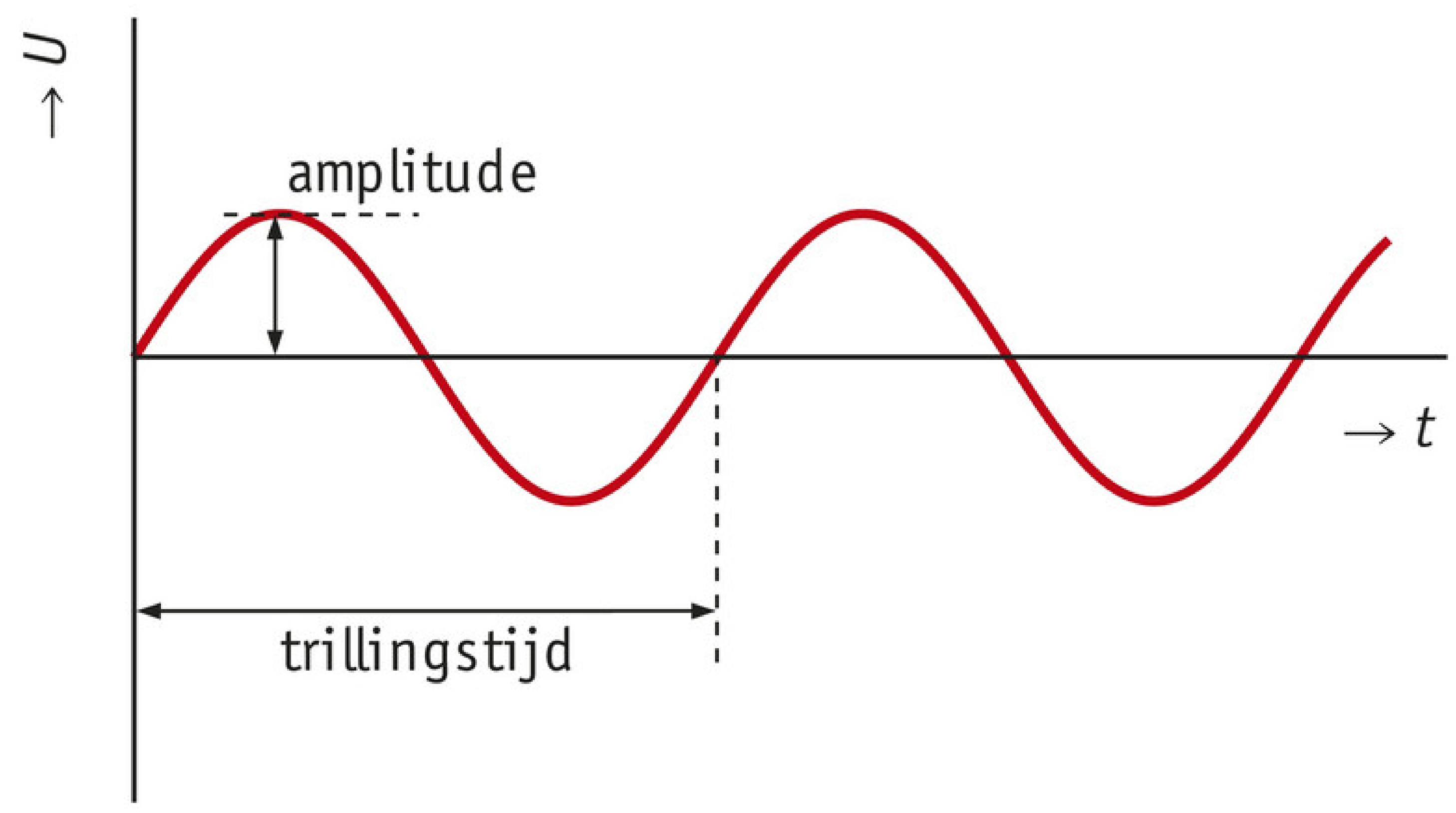
3 Signalen

In deze paragraaf leer je:
- verschillende soorten signalen kennen (analoog, discreet, binair);
- decimale getallen omrekenen in binaire getallen en omgekeerd;
- de werking van een AD-omzetter kennen.

De onderdelen van een systeem moeten informatie aan elkaar kunnen doorgeven. Dat gaat tegenwoordig meestal met behulp van elektrische signalen. Die signalen kun je indelen in twee categorieën.

Signaalspanning

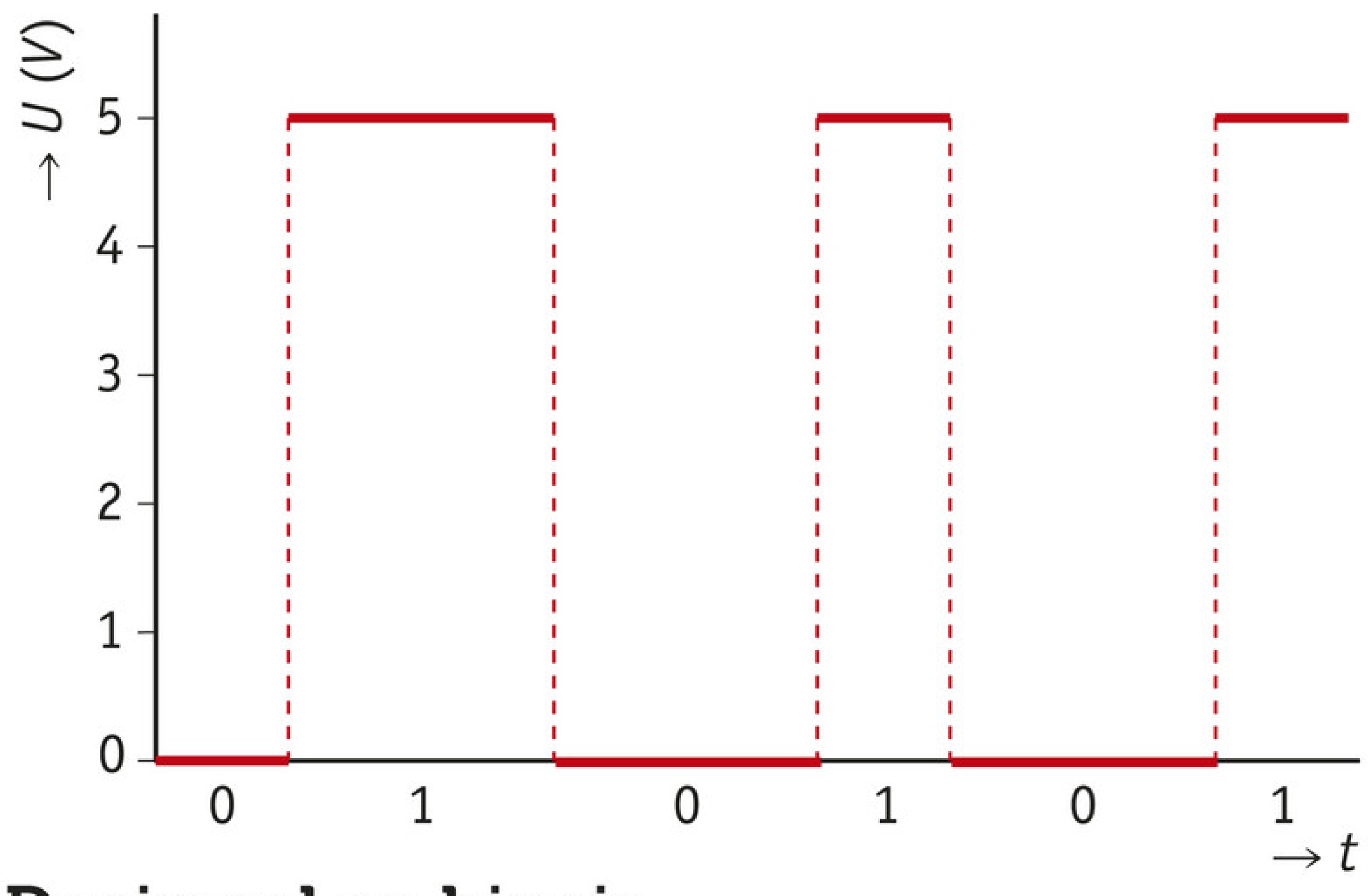
De spanning die een sensor afgeeft, heet signaalspanning of kortweg **signaal**. Dit signaal bevat informatie over de grootheid die met de sensor wordt gemeten. Ook vanuit het verwerkingsdeel van een systeem gaan signalen. Die signalen gaan naar het uitvoerdeel.
Niet elke spanning is een signaalspanning. De spanning die over de polen van een batterij staat, is geen signaalspanning. Deze spanning geeft geen informatie, maar is uitsluitend bedoeld om energie te leveren, bijvoorbeeld aan een lampje. De spanning die een microfoon afgeeft, is wel een signaalspanning. Deze verandert namelijk als het geluid verandert. Als je een stemvork bij een microfoon houdt en je slaat de stemvork aan met een hamertje, dan is het signaal dat uit de microfoon komt een sinusvormige wisselspanning zoals in figuur 13. De amplitude van het signaal zegt iets over de sterkte van het geluid. De trillingstijd, en dus ook de frequentie, zegt iets over de toonhoogte. Er zit dus op twee manieren informatie in dit signaal.



▲ **figuur 13** Het signaal dat bij een zuivere toon uit een microfoon komt, bevat informatie.

Hoge en lage signalen

Soms bestaan signalen alleen maar uit constante waarden. Dat is bijvoorbeeld het geval bij een drukschakelaar (er zitten er twee links op het systeembord): als je de schakelaar indrukt, is er een spanning van 5 V en anders is de spanning nul. Op het systeembord is de spanning altijd tussen 0 en 5 V. Je kunt de spanning van 5 V ook aanduiden met ‘hoog’ en die van 0 V met ‘laag’.
In computers zitten ook miljoenen schakelaartjes, op computerchips. Een computer kan informatie alleen verwerken in de vorm van ‘hoge’ en ‘lage’ signalen; deze worden meestal aangeduid met ‘1’ en ‘0’.
Als er maar twee mogelijkheden zijn voor een signaal, dan wordt dat een **binair** signaal genoemd. In figuur 14 zie je een binair signaal. Onderaan zie je een stroom van enen en nullen. Daarmee kun je bijvoorbeeld ‘normale’ getallen of letters doorgeven.



▲ **figuur 14** een binair signaal

Decimaal en binair

De getallen waarmee jij rekent, bestaan uit de symbolen 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 en 9. Het getal 165 begrijp jij direct, maar de computer 'begrijpt' dat getal niet. De getallen waar wij mee rekenen zijn **decimaal** (tientallig) en in computers moeten die worden omgezet in binaire getallen (tweetallig).
Zowel in decimale als in binaire getallen bepaalt de plaats van een cijfer hoeveel het 'waard' is. Je begint daarbij de plaatsen vanaf rechts te nummeren.
Het getal 165 betekent dus eigenlijk:
$5 \times 10^0 + 6 \times 10^1 + 1 \times 10^2 = 5 + 60 + 100$ (zie voorbeeld 1 in tabel 2).
Het binaire getal 1011 (zie voorbeeld 2 in tabel 2) kun je op deze manier omrekenen naar een decimaal getal:
$1 \times 2^0 + 1 \times 2^1 + 0 \times 2^2 + 1 \times 2^3 = 1 + 2 + 0 + 8 = 11$
Je ziet: bij decimale getallen werk je met machten van 10 en bij binaire getallen werk je met machten van 2.

▼ **tabel 2** decimale en binaire getallen

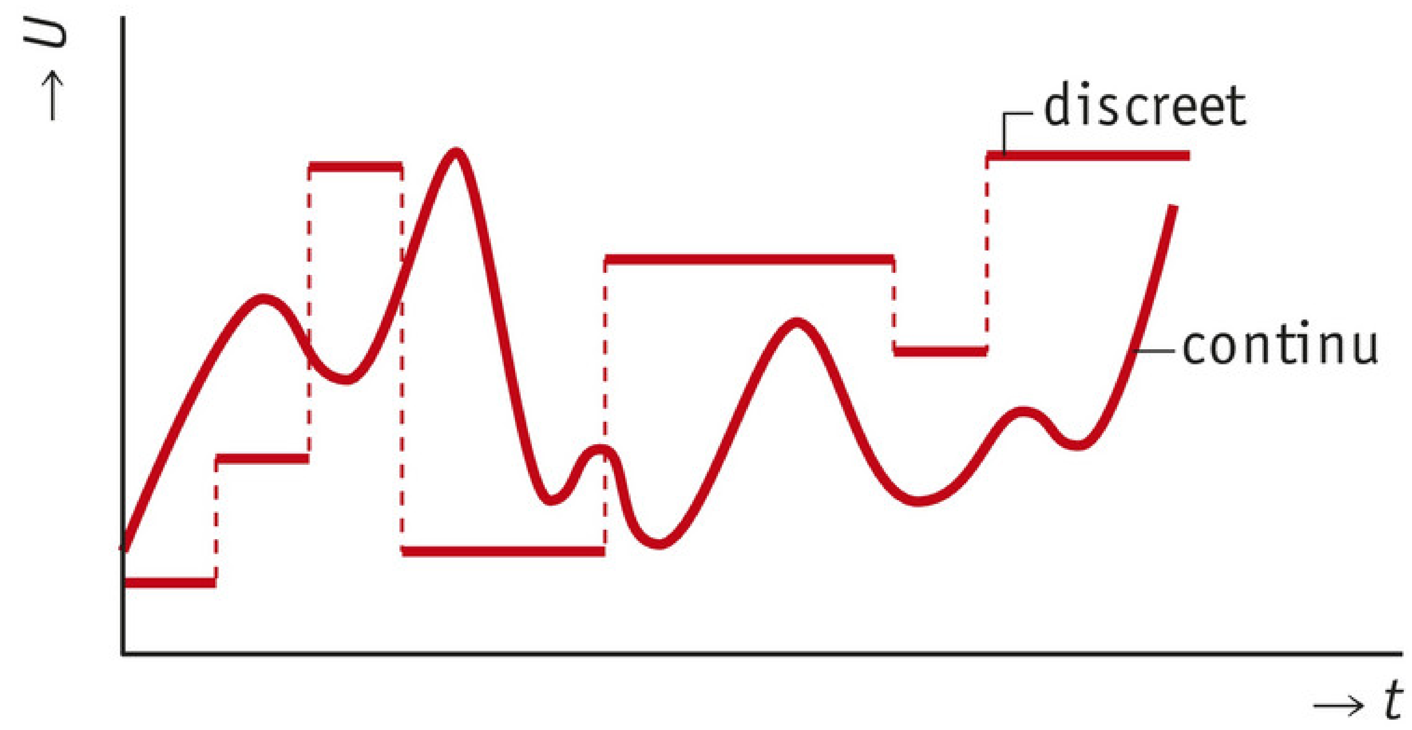
Plek	enzovoort	4e	3e	2e	1e
decimaal stelsel: machten van 10	enzovoort	$10^3 = 1000$	$10^2 = 100$	$10^1 = 10$	$10^0 = 1$
voorbeeld 1			1	6	5
binair stelsel: machten van 2	enzovoort	$2^3 = 8$	$2^2 = 4$	$2^1 = 2$	$2^0 = 1$
voorbeeld 2		1	0	1	1

Andersom kun je ook elk decimaal getal omzetten in een binair getal. In tabel 3 zie je hoe je dat systematisch kunt doen.

▼ **tabel 3** een decimaal getal omzetten in een binair getal

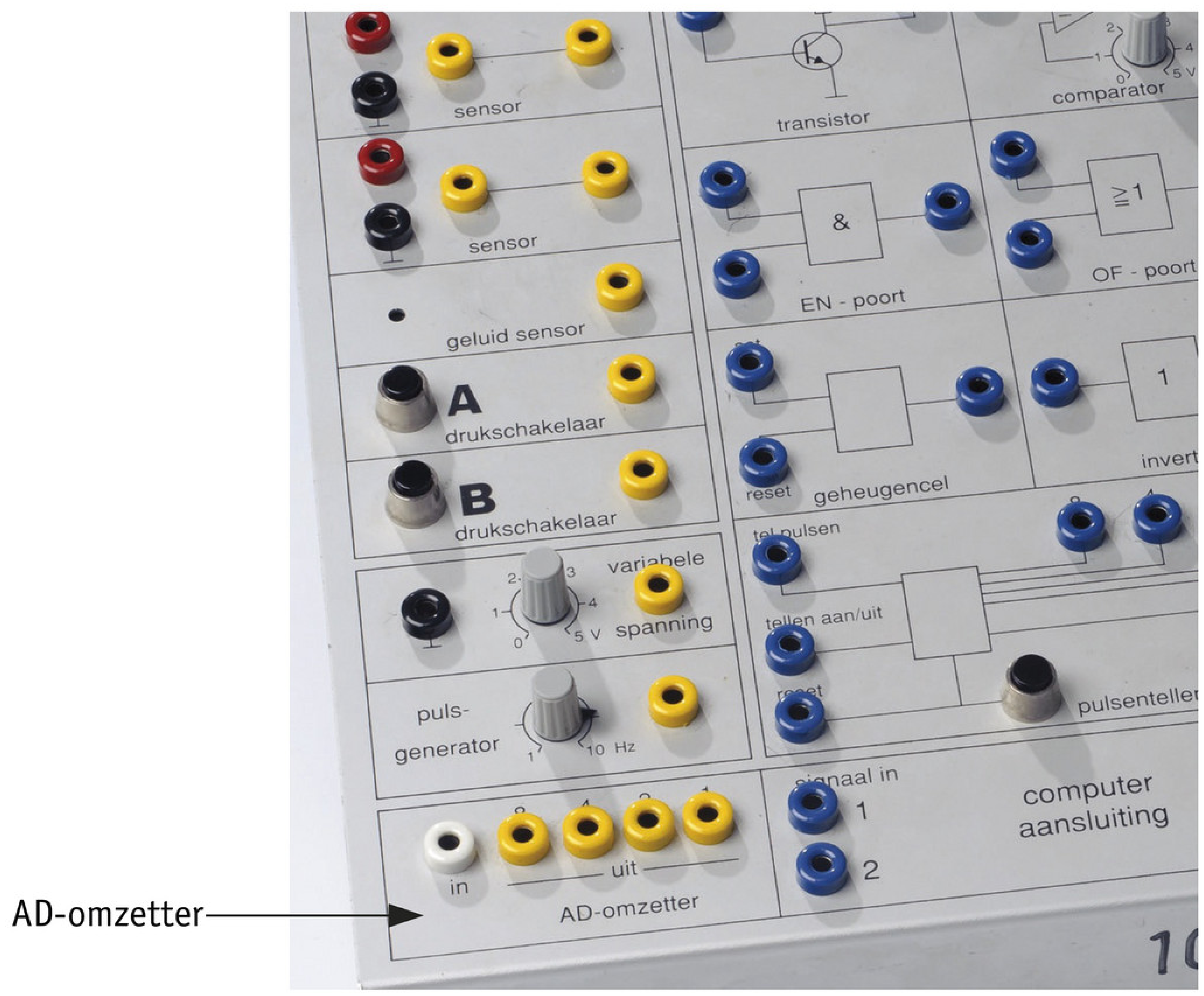
opdracht: zet 99 om in een binair getal	enzo-voort	$2^6 = 64$	$2^5 = 32$	$2^4 = 16$	$2^3 = 8$	$2^2 = 4$	$2^1 = 2$	$2^0 = 1$
Stappen								
stap 1: vind de grootste macht van 2 die in je getal past		dat is 64						
stap 2: trek die grootste macht van je getal af		99 − 64 = 35						
stap 3: vind de grootste macht van 2 die in het overgebleven getal past			dat is 32					
stap 4: zie stap 2			35 − 32 = 3					
stap 5: zie stap 3							dat is 2	
stap 6: zie stap 2							3 − 2 = 1	
stap 7: zie stap 3								dat is 1
stap 8: zie stap 2								1 − 1 = 0
stap 9: noteer een 1 als je de macht van 2 gebruikt hebt en anders een 0		1	1	0	0	0	1	1

Meer in het algemeen wordt een signaal dat maar een beperkt aantal ‘standen’ kent, een **discreet** signaal genoemd. Een signaal dat alle waarden kan aannemen (binnen een bepaald gebied), wordt een **analoog** of **continu** signaal genoemd. In figuur 15 zie je hoe je deze signalen kunt herkennen.



▲ **figuur 15** een discreet en een continu signaal

Uit veel sensoren komt een continu signaal. Soms is het nodig om dat signaal om te zetten in een digitaal (binair) signaal. Dat kan met een **AD-omzetter** (A = analoog, D = digitaal). Op het systeembord zit linksonder zo’n omzetter (figuur 16).



▲ **figuur 16** de AD-omzetter op het systeembord

Deze AD-omzetter wordt 4-bits genoemd, omdat hij vier uitgangen heeft. Elke uitgang kan een hoog of laag signaal geven (een 1 of een 0).
Aan de ingang kan een analoog signaal tussen de 0,0 en 5,0 V de omzetter in. Aan de uitgang kunnen zestien verschillende binaire getallen uit de omzetter komen: $2 \times 2 \times 2 \times 2 = 16$. Deze zestien getallen worden binaire codes genoemd. Het 5,0 V grote interval aan de ingang moet dus worden verdeeld in zestien intervallen aan de uitgang. Elk van die intervallen bij de uitgang moet dus $\frac{5{,}0\text{ V}}{16} = 0{,}3125$ V groot zijn. Dit wordt de **stapgrootte** of **resolutie** genoemd. Het eerste interval bij de ingang loopt van 0 tot 0,3125 V en krijgt de binaire code 0000. Het tweede interval loopt van 0,3125 tot 0,625 V en krijgt de code 0001, enzovoort.

Voorbeeldopgave 1

Welke bits van de 4-bits AD-omzetter geven een hoog signaal bij een ingangssignaal van 2,9 V?

Uitwerking
Je moet de binaire code kennen van het interval waar 2,9 V in zit. Je kunt eerst alle intervallen gaan opschrijven (0 tot 0,3125 V; 0,3125 tot 0,625 V; enzovoort) en dan kijken waar 2,9 V in zit, maar dat kost veel tijd. Handiger is om het ingangssignaal te delen door de stapgrootte:

$\frac{2{,}9\ \text{V}}{0{,}3125} = 9{,}28$. Dit betekent dat 2,9 V in het 10e interval zit (en dus niet in het 9e!).

Aangezien het 1e interval overeenkomt met het decimale getal 0, komt het 10e interval overeen met het getal 9.
Je moet dus het decimale getal 9 omzetten in een binair getal:
1001 (want $1 \times 2^0 + 0 \times 2^1 + 0 \times 2^2 + 1 \times 2^3 = 9$). Dat betekent dat de twee buitenste bits een hoog signaal zullen geven.

Onthoud!

- Tussen de blokken van een systeem lopen signalen waarmee informatie wordt doorgegeven.
- Als een signaal maar twee standen kent (zoals bij een schakelaar), dan heet dat signaal binair. Hoog en laag worden aangegeven met 1 en 0.
- Binaire getallen bestaan alleen uit nullen en enen. Je kunt decimale en binaire getallen in elkaar omzetten.
- Een signaal dat maar een paar standen kent, heet discreet. Als een signaal alle waarden kan aannemen, dan heet het signaal analoog of continu.
- Een AD-omzetter kan een analoog signaal omzetten in een binaire code.

Opdrachten

12 Signalen [1]
Er zijn verschillende soorten signalen.
a Leg met een schets uit wat het verschil is tussen een continu en een discreet signaal.
b Leg uit dat een binair signaal een voorbeeld is van een discreet signaal.
c Leg uit dat uit een fietsdynamo geen signaalspanning komt.

13 Signalen [2]
Wat voor signaal (continu; discreet maar niet binair; binair) hoort bij:
a de tonen van een piano?
b een lichtsensor?
c een dobbelsteen?
d een lichtschakelaar?
e het waterniveau in een stortbak van het toilet?
f een microfoon?
g het alarm van een rookmelder?
h de tijd die een klok met wijzers aangeeft?

14 Binair en decimaal
Binaire getallen kun je omrekenen in decimale getallen en andersom.
a Reken het decimale getal 110 om in een binair getal.
b Reken het binaire getal 110 om in een decimaal getal.

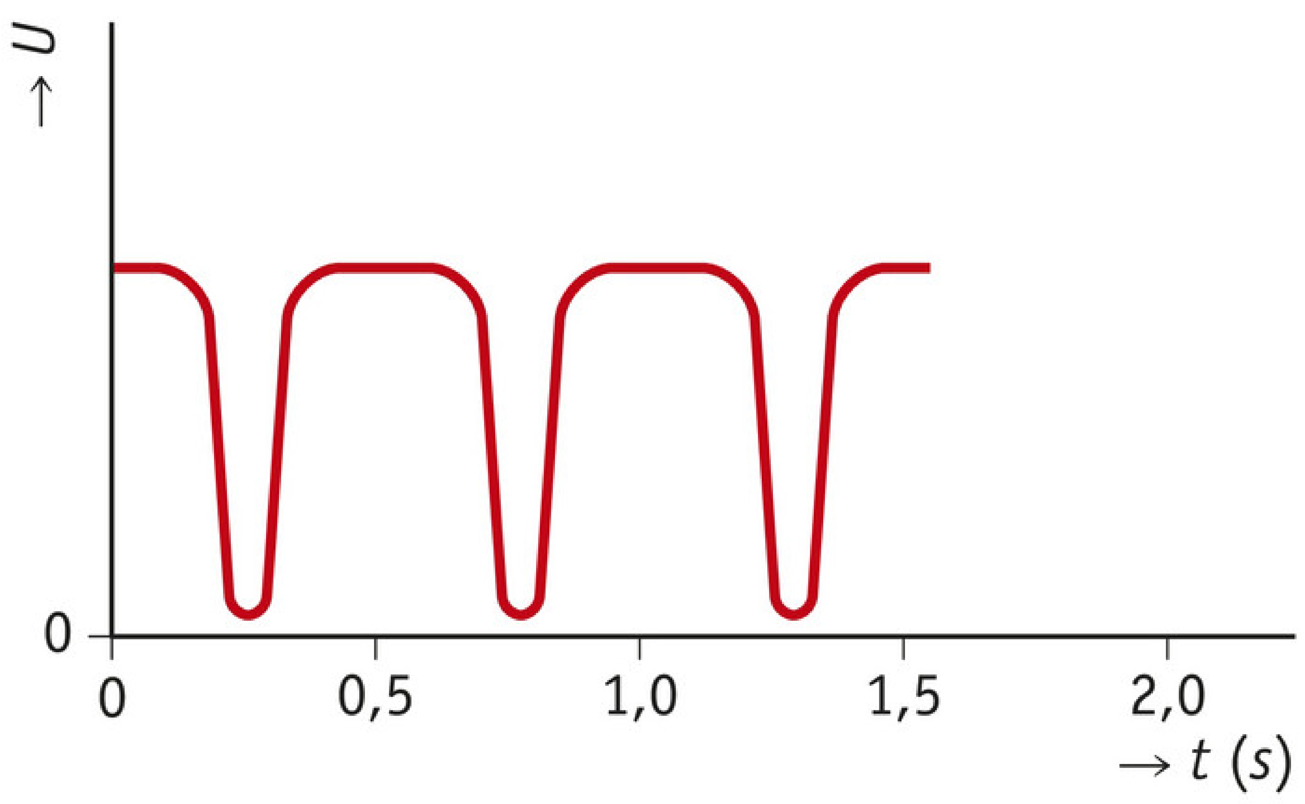
15 AD-omzetter

Doordat veel signalen analoog zijn, is een AD-omzetter een belangrijk onderdeel bij het werken met apparaten waarin computerchips zitten.

a Leg uit waarom een AD-omzetter hier belangrijk is.
b Leg uit dat er uit een 8-bits AD-omzetter 256 binaire getallen kunnen komen.
c Bereken de stapgrootte van een 8-bits AD-omzetter als het ingangssignaal tussen 0,0 V en 5,0 V ligt.
d Welke uitgangen van een 8-bits AD-omzetter geven een hoog signaal bij een ingangssignaal van 2,4 V?

+16 Lopende band

Op een lopende band komen pakken melk voorbij, zoals de flessen in figuur 10. De melkpakken worden geteld met behulp van een lichtsensor. De pakken komen netjes achter elkaar voorbij en de afstand tussen twee pakken is 20 cm. Het signaal dat uit de sensor komt, ziet eruit als in figuur 17. Voor de lichtsensor geldt: hoe meer licht erop valt, hoe sterker het signaal dat eruit komt.



▲ **figuur 17** het signaal van de lichtsensor bij een lopende band met melkpakken

a Verklaar het signaal van figuur 17. Hoe kun je zien wanneer er een pak melk voorbijkwam?
b Bepaal met behulp van figuur 17 de snelheid van de lopende band.
c Bepaal de breedte van een melkpak.
d Leg uit hoe het signaal van figuur 17 zal veranderen als de lopende band twee keer zo snel zou bewegen.

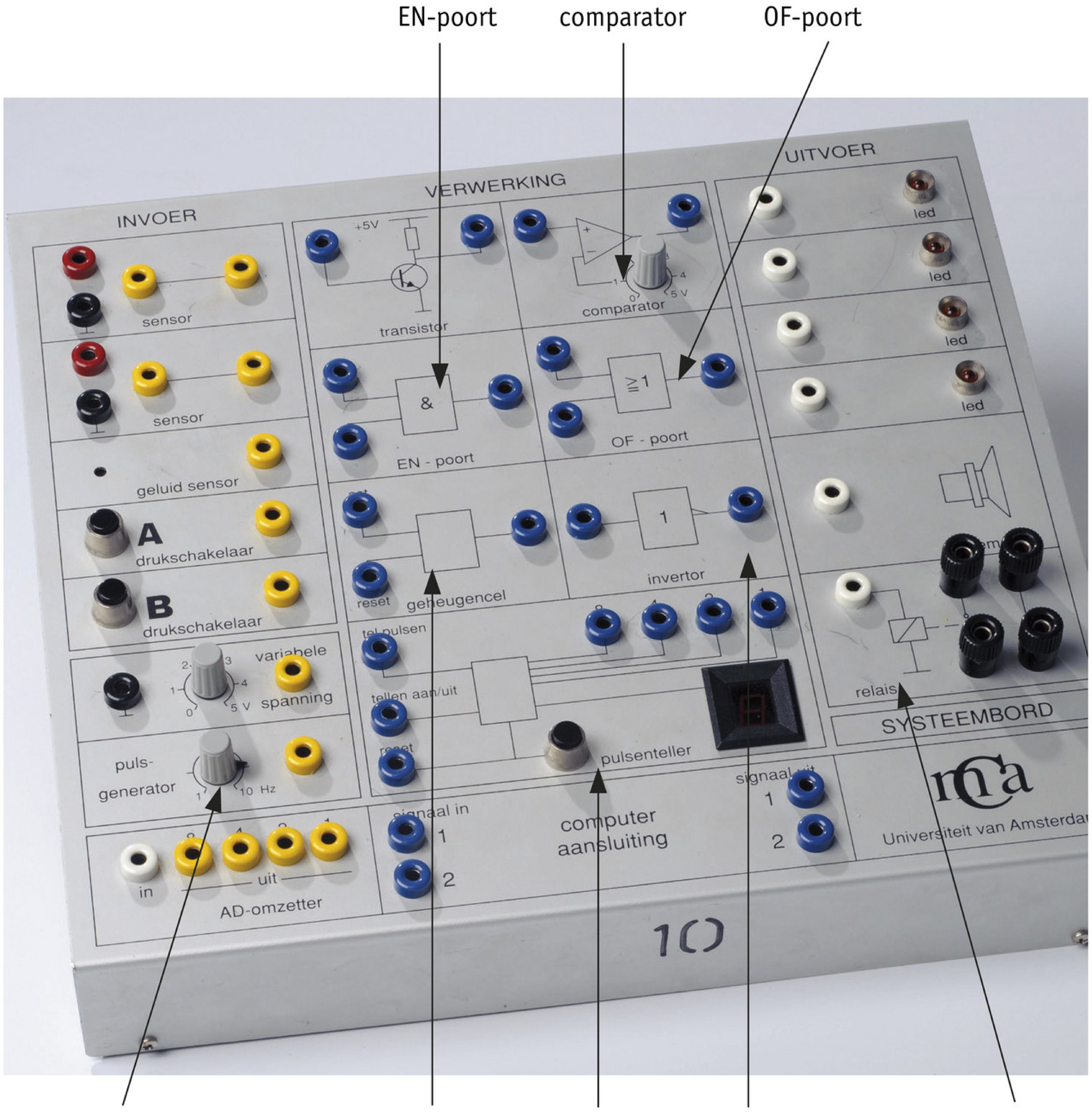
4 Verwerkers en actuatoren

In deze paragraaf leer je:

- de werking van verschillende soorten verwerkers kennen;
- hoe je deze verwerkers toepast in een automatisch systeem;
- een aantal actuatoren en hun toepassing kennen.

De signalen die uit het invoerdeel komen, kunnen niet direct naar het uitvoerdeel. Eerst moeten ze worden bewerkt: er moeten andere signalen van worden gemaakt. Dat kan op verschillende manieren. Met continue signalen kun je andere dingen doen dan met binaire signalen.

Er zijn twee soorten verwerkers in het verwerkingsdeel van het systeembord (figuur 18). Sommige kunnen alle soorten signalen verwerken (de comparator), andere alleen binaire signalen.



▲ **figuur 18** de verwerkers (blauw) op het systeembord, de pulsgenerator (links) en het relais (rechts)

▶ **EXPERIMENT 2** Een stil alarm

▶ **EXPERIMENT 3** Automatische temperatuurregeling

Comparator

Bij stuur- en regelsystemen wordt vaak een **comparator** gebruikt. Je vindt hem bovenaan in het midden van het systeembord. Deze verwerker vergelijkt (denk aan het Engelse werkwoord *to compare*) de waarde van de spanning die van een sensor komt met een kritische of gewenste waarde. Die waarde kun je op het systeembord instellen met de draaiknop van de comparator. Bij die knop staat U_{ref} (referentiespanning). Als je het ijkdiagram van de sensor kent, dan kun je daaruit de referentiespanning halen.

Je vindt de comparator onder andere bij systemen waarin de temperatuur op een bepaald niveau moet worden gehouden (oven, huiskamer). Je stelt als gebruiker in hoe hoog de temperatuur moet zijn. Een sensor meet voortdurend de temperatuur en stuurt de waarde daarvan door naar de comparator in de vorm van een elektrische spanning. Als de gemeten waarde groter is dan de ingestelde waarde, dan komt er een hoog signaal (een 1) uit de comparator. Anders komt er een 0 uit. Een comparator is bedoeld voor een analoog ingangssignaal en heeft een binair uitgangssignaal.

De meeste verwerkers van het systeembord kunnen niets met analoge signalen. Zij kunnen alleen iets met nullen en enen. Daarom worden ze logische componenten genoemd (in de logica werkt men alleen met 'waar' en 'niet waar'). De vier logische componenten die op het systeembord voorkomen, worden hierna beschreven.

Logische poorten

De EN-poort en de OF-poort lijken op elkaar. Hun symbolen vind je op het systeembord (figuur 18). Bij beide moeten twee binaire signalen naar binnen en komt er één binair signaal uit. Beide worden ingezet als er in het systeem twee of meer signalen tegelijk moeten worden onderzocht. Bij de **EN-poort** zal er op de uitgang alleen een 1 staan als beide ingangen ook een 1 zijn. Je gebruikt hem bijvoorbeeld voor een buitenlamp bij een voordeur die aan moet gaan als (a) het donker is en (b) er iemand bij de voordeur staat. Bij de **OF-poort** zal de uitgang altijd een 1 zijn, behalve als beide ingangen 0 zijn.
Je kunt de werking van dit soort poorten weergeven met een waarheidstabel. In zo'n tabel zijn de eerste twee kolommen de ingangssignalen (0 of 1) en de laatste kolom geeft het uitgangssignaal (ook 0 of 1). De waarheidstabellen van de EN- en OF-poort staan gecombineerd in tabel 4.

▼ **tabel 4** waarheidstabel van de EN-poort en de OF-poort

ingang 1	ingang 2	uitgang EN-poort	uitgang OF-poort
0	0	0	0
1	0	0	1
0	1	0	1
1	1	1	1

Een **invertor** (of NIET-poort) heeft maar één ingang. Hij maakt van een 0 een 1 en van een 1 een 0. Je vindt hem onder de OF-poort op het systeembord (figuur 18).

Opmerking
De symbolen van bijna alle verwerkers en de waarheidstabellen van de logische poorten zijn vermeld in Binas tabel 17C.

Geheugencel

In sommige schakelingen is het noodzakelijk om te onthouden dat zich een bepaalde 'gebeurtenis' heeft voorgedaan. Stel dat een inbreker een huis met een alarmsysteem via een raam binnendringt. Het mag dan natuurlijk niet zo zijn dat het alarm alleen even aan is als de inbreker door het raam klimt. De gebeurtenis 'iemand klimt door het raam' moet worden onthouden en dat kan met een geheugencel.
Een **geheugencel** heeft net als de EN- en de OF-poort twee ingangen: set en reset. Je vindt hem onder de EN-poort op het systeembord (figuur 18). De uitgang is normaal laag. Als de set-ingang hoog wordt, dan wordt de uitgang ook hoog. De uitgang blijft hoog, ook als de set-ingang weer laag wordt. Je kunt de uitgang weer laag maken door de reset-ingang hoog te maken. Als beide ingangen hoog zijn, dan 'wint' de set-ingang en is de uitgang dus hoog.

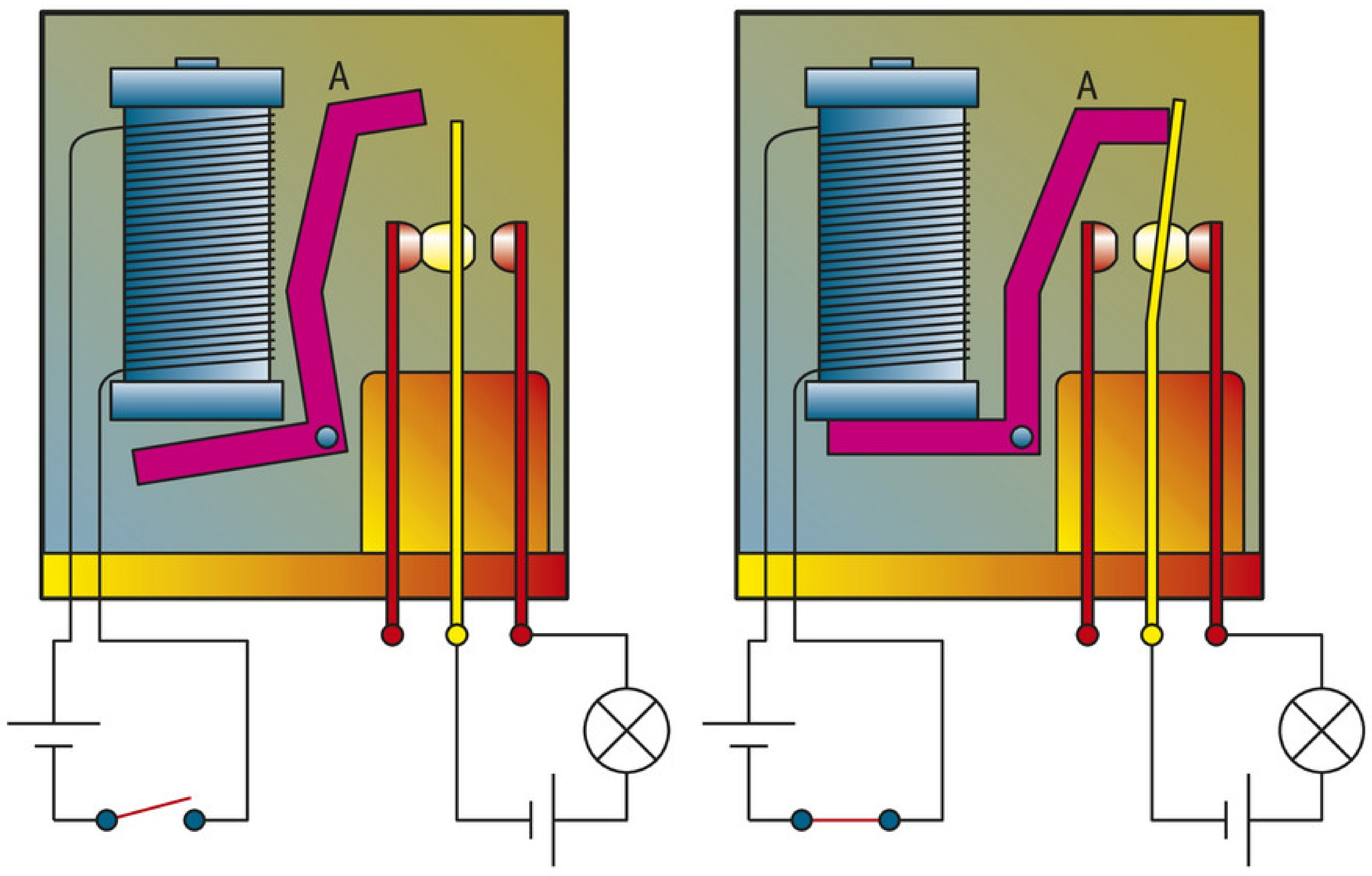
Pulsenteller

Eerder kwam de buitenlamp al aan de orde. Het is niet nodig dat deze bij iedere voorbijganger aangaat. Je kunt bijvoorbeeld als eis stellen dat de lamp pas aangaat als iemand langer dan bijvoorbeeld 10 s bij de voordeur staat. In dit soort gevallen gebruik je een teller.
Op het systeembord vind je onderaan in het midden een **pulsenteller** (figuur 18). Deze heeft drie ingangen en vier uitgangen. Bovendien heeft hij een display waarop een cijfer te zien is. Als het signaal op de ingang *tel pulsen* van laag naar hoog gaat, springt de teller met één omhoog. Maar dat zal hij alleen doen als er geen laag signaal op de ingang *aan/uit* staat. Alleen als op *aan/uit* een hoog signaal of helemaal geen signaal staat, kan de teller tellen. Als je op de ingang

reset een hoog signaal geeft, dan wordt de teller op 0 gezet. Zolang er een hoog signaal op reset blijft staan, blijft de teller op nul staan. Op het systeembord zit een drukschakelaar naast de reset waarmee je de teller direct op 0 kunt zetten.
Op het display kun je de stand van de teller decimaal aflezen. Met de vier uitgangen (ook wel bits genoemd) kun je de stand van de teller als binair getal 'lezen'. Dan moet je deze uitgangen wel aansluiten op bijvoorbeeld de ledlampjes rechtsboven op het systeembord.
Als je een systeem wilt maken waarin bijvoorbeeld na 10 s pas iets mag gebeuren, dan is het handig om de pulsgenerator van het systeembord te gebruiken. Deze vind je linksonder op het systeembord (figuur 18). De frequentie waarmee de generator pulsen (spanningspiekjes) afgeeft, kun je zelf instellen. Als je de pulsgenerator bijvoorbeeld op 10 Hz zet, dan geeft hij om de $\frac{1}{10} = 0{,}10$ s een puls.

Actuator

Nadat de signalen van de sensoren door de verwerkers zijn verwerkt, gaan er signalen naar het uitvoerdeel van het systeem. Onder bepaalde voorwaarden zal er dan iets gebeuren bij de uitvoer. De onderdelen die daarbij betrokken zijn, worden actuatoren genoemd. Het systeembord heeft een paar verschillende actuatoren: leds, een zoemer en een relais. Wat een led en een zoemer kunnen, is wel duidelijk.
Een **relais** kun je omschrijven als een schakelaar die wordt bediend met een elektromagneet. In figuur 19 zie je hoe het relais werkt. Door het sluiten van schakelaar S gaat er een stroom door de spoel. Deze wordt magnetisch en trekt het anker (A) aan. Daardoor gaat er stroom lopen in de stroomkring rechts. Doordat de rechter stroomkring door een externe spanningsbron wordt gevoed, kun je er een apparaat met een groot vermogen (hoge spanning en/of stroom) mee inschakelen.



▲ **figuur 19** de werking van een relais

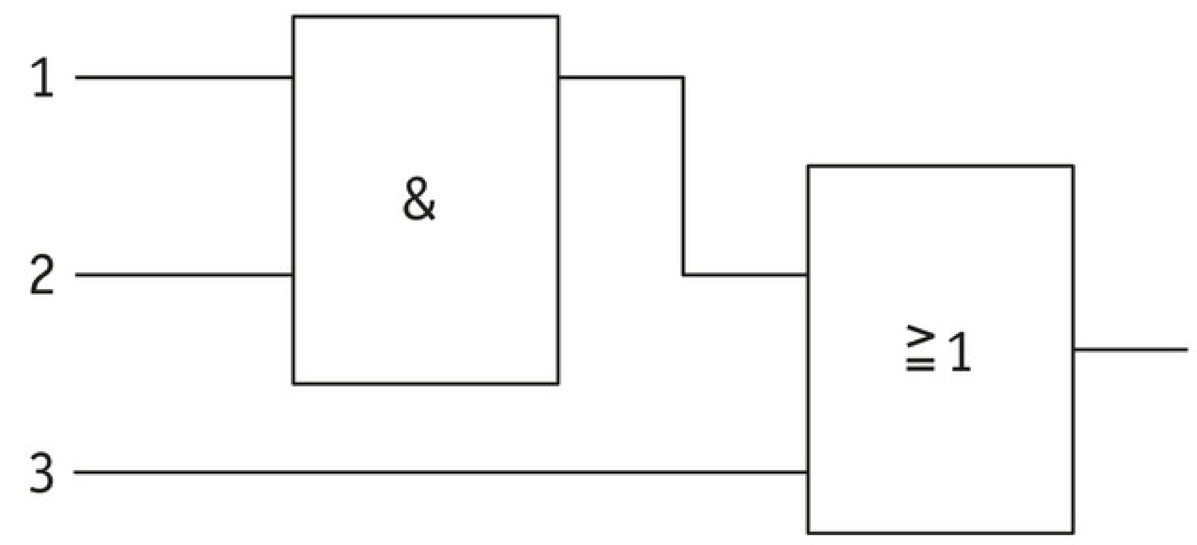
Onthoud!

- Een comparator vergelijkt een inkomend (analoog) signaal met een door de gebruiker ingestelde waarde. Hij geeft een binair uitgangssignaal.
- De EN-poort, de OF-poort en de invertor hebben een binair signaal op de ingang(en) nodig. Hun uitgangssignalen vind je in Binas tabel 17C (in de waarheidstabellen).
- De geheugencel slaat een 1 op als er een hoog signaal op de set-ingang komt. Met de reset-ingang zet je hem weer op 0.
- Een pulsenteller gebruik je vaak als klok: je wilt dat iets pas na een bepaalde tijd gebeurt.
- Een relais is een elektromagnetische schakelaar waarmee je een apparaat met een groot vermogen kunt inschakelen.

Opdrachten

17 Verwerkers
Er bestaan diverse soorten verwerkers.
Wanneer gebruik je in een systeem:
a een comparator?
b een invertor?
c een pulsenteller?
d Vul de volgende zin aan.
Met een relais kun je met een …(1)… vermogen een …(2)… vermogen …(3)… .

18 Poorten [1]
Het effect van een of meer poorten kun je aangeven met een waarheidstabel.
Geef de waarheidstabel van de volgende poorten.
a een OF-poort
b een invertor
c een EN-poort waarbij vóór een van de ingangen een invertor is geplaatst
d de combinatie van poorten in figuur 20 (met drie ingangen!)



▲ **figuur 20** een combinatie van poorten

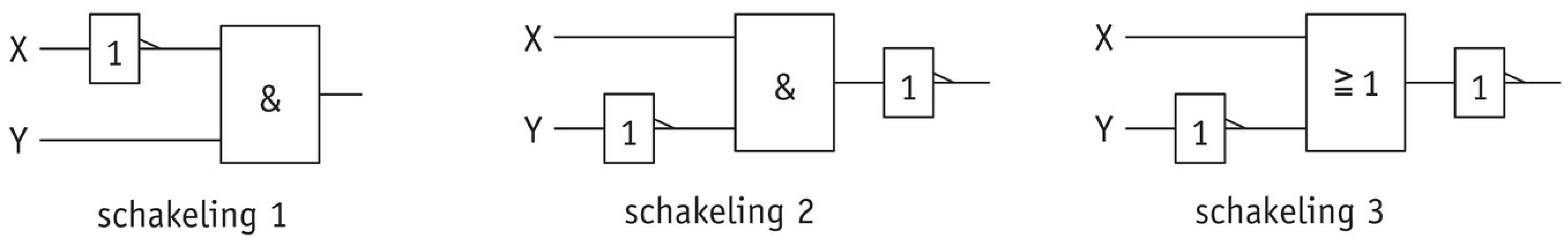
19 Poorten [2]
Een EN-poort kun je vergelijken met een schakeling van een batterij, een lampje en twee schakelaars die in serie in de stroomkring zijn opgenomen.
a Teken de schakeling en leg uit waarom je deze met een EN-poort kunt vergelijken.
b Met welke schakeling (met dezelfde componenten) kun je een OF-poort vergelijken? Teken deze schakeling.

20 NEN-poort
Er bestaan nog meer poorten dan de EN- en de OF-poort.
Zoek in Binas tabel 17C op wat de NEN-poort doet en leg uit waarin deze verschilt van de EN-poort.

21 Geheugencel
Op de set van een geheugencel wordt een signaal gezet dat er als volgt uitziet: van 0 tot 1 s hoog (5 V), van 1 tot 2 s laag (0 V), van 2 tot 3 s hoog, van 3 tot 4 s laag, enzovoort. Op de reset wordt het volgende signaal gezet: van 0 tot 2 s laag, van 2 tot 4 s hoog, van 4 tot 6 s laag, enzovoort.
a Teken de grafieken van beide signalen liefst met een verschillende kleur in hetzelfde diagram. Zet de spanning langs de *y*-as en de tijd langs de *x*-as. Laat de tijd lopen tot 10 s.
b Teken met nog een andere kleur de grafiek van het uitgangssignaal van de geheugencel.

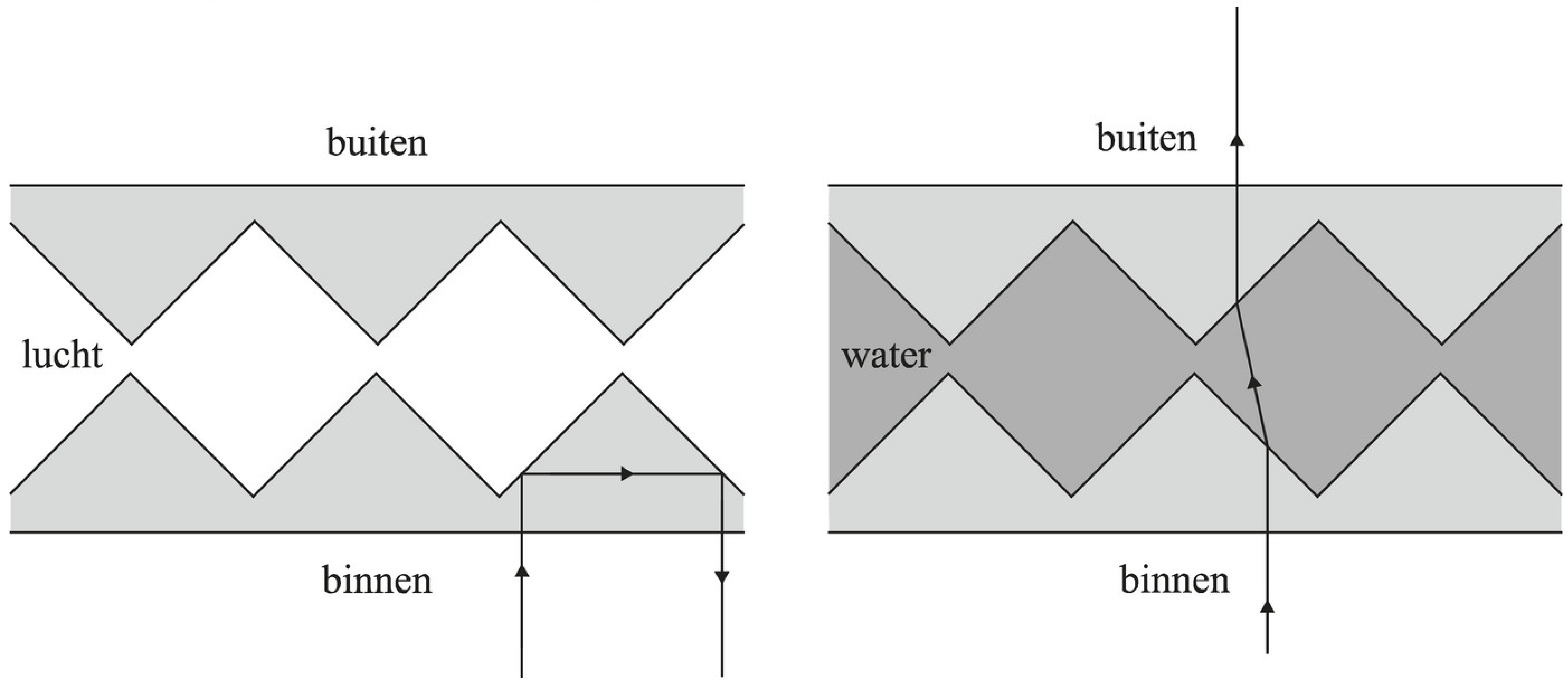
22 Pulsenteller
Met de pulsenteller op het systeembord kun je een systeem laten tellen.
a Tot welk getal kun je maximaal tellen als je alleen het eencijferig display gebruikt?
b Tot welk getal kun je maximaal tellen als je de vier uitgangen (aangesloten op leds) gebruikt?
c Hoeveel uitgangen moet een pulsenteller hebben waarmee je tot minstens 60 kunt tellen?
d Op een pulsenteller kun je een pulsgenerator aansluiten. De frequentie van de generator kun je met de hand instellen.
Op welke stand moet je de generator instellen als je om de 0,5 s een puls wilt hebben?

+23 Buitenlamp
Een buitenlamp moet automatisch aangaan als het donker is én er iemand bij de lamp staat. X is een sensor die een hoog signaal geeft als er licht is. Y is een infraroodsensor die een hoog signaal geeft als er een warmtebron in de buurt is.
In figuur 21 staan drie ontwerpen van een schakeling die mogelijk geschikt is voor dit systeem.
Beredeneer welke van deze drie geschikt is/zijn.



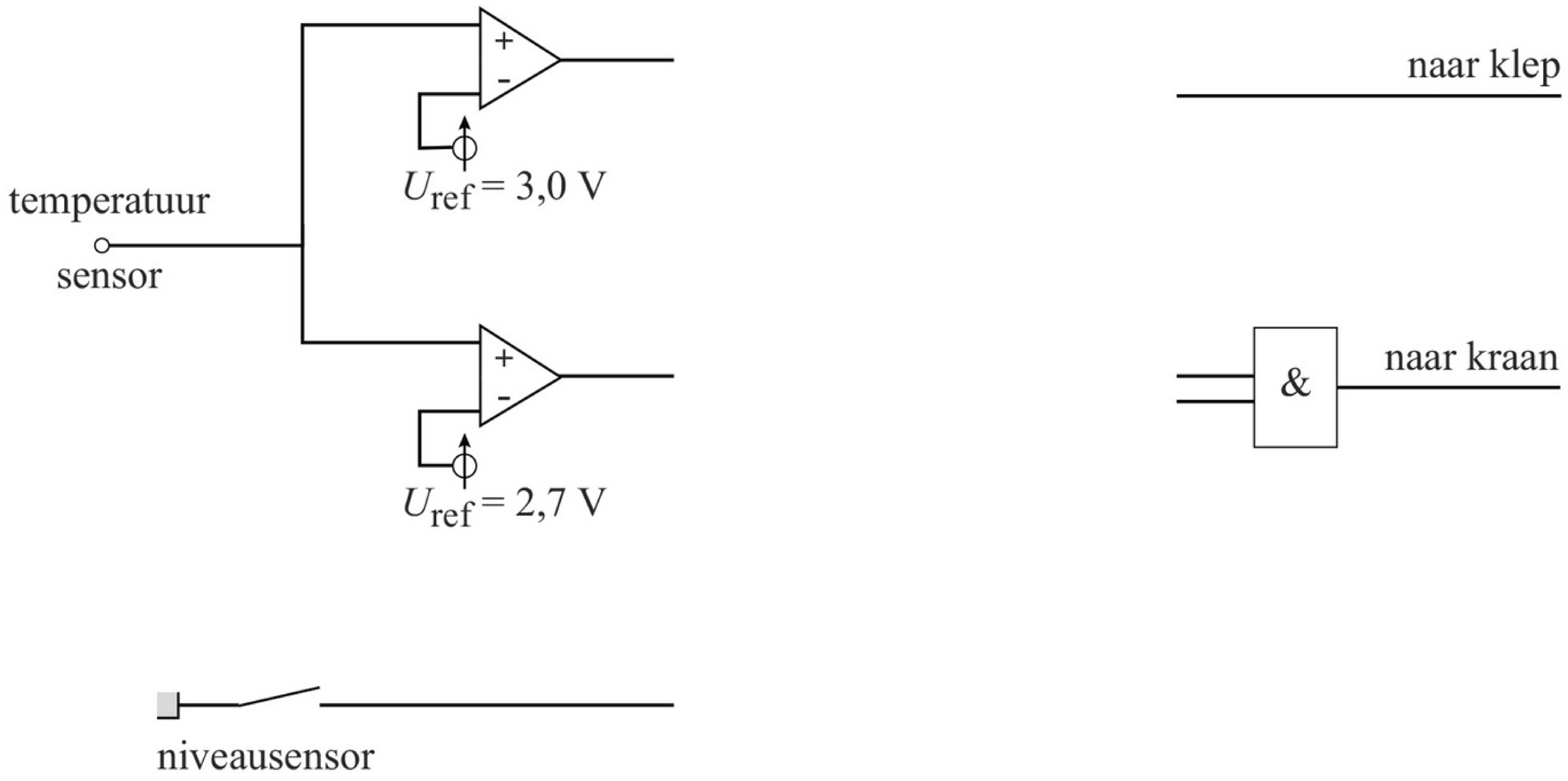
▲ **figuur 21** drie schakelingen voor de buitenlamp

+24 Solswitch
De Solswitch is een dubbelwandig paneel van doorzichtig kunststof dat alleen licht doorlaat als het gevuld is met water (figuur 22).



▲ **figuur 22** de werking van de Solswitch

De Solswitch kan in het dak van een plantenkas worden gebruikt. Door de panelen kan worden voorkomen dat er 's nachts kunstlicht door het dak van de kas naar buiten schijnt. Op deze manier kan 'lichtvervuiling' worden voorkomen. Als het paneel niet met water gevuld is, gaat een lichtstraal via reflectie terug naar binnen, als het paneel wel gevuld is, gaat de lichtstraal naar buiten (figuur 22).
Voor het vullen en laten leeglopen van de Solswitch wordt een automatisch systeem gebruikt. In figuur 23 is een deel van dit automatische vulsysteem getekend.



▲ **figuur 23** het automatische systeem van de Solswitch

Het vulsysteem heeft twee uitgangen: de klep laat bij een hoog signaal de Solswitch leeglopen, de kraan kan de Solswitch weer vullen. In de beginsituatie is de Solswitch gevuld. Het vulsysteem moet aan de volgende eisen voldoen:
- Als de temperatuur hoger wordt dan 30 °C, wordt er in de Solswitch een klep geopend zodat het water eruit stroomt. De temperatuursensor geeft een hogere spanning als de temperatuur toeneemt.
- Als de temperatuur onder de 25 °C komt, gaat de klep dicht en wordt de kraan geopend. De kraan blijft open totdat een niveausensor (schakelaar) een hoog signaal geeft.

De comparatoren in figuur 23 zijn al op de juiste referentiespanning ingesteld.

a Toon aan dat de (lineaire) temperatuursensor in het systeem een gevoeligheid heeft van 0,06 V $°C^{-1}$.

b Maak in figuur 23 de schakeling compleet, zodat aan de genoemde eisen is voldaan.

naar: examen 2013-II

Eindopdracht

25 Intensive care

Lees figuur 24.

Bewakingsafdeling

De intensive care wordt ook wel de bewakingsafdeling genoemd. De patiënten die hier liggen, worden extra goed bewaakt. Er is hier dan ook speciale apparatuur voor aanwezig. Zo wordt iedere patiënt standaard bewaakt met een elektrocardiogram (ecg) en wordt het zuurstofgehalte (zuurstofsaturatie of verzadiging) in de gaten gehouden. Verder krijgt iedere patiënt een bloeddrukband om de arm of het been om de bloeddruk te bewaken of een slangetje dat de bloeddruk meet. Ook worden onder meer de urineproductie en de temperatuur gemeten.

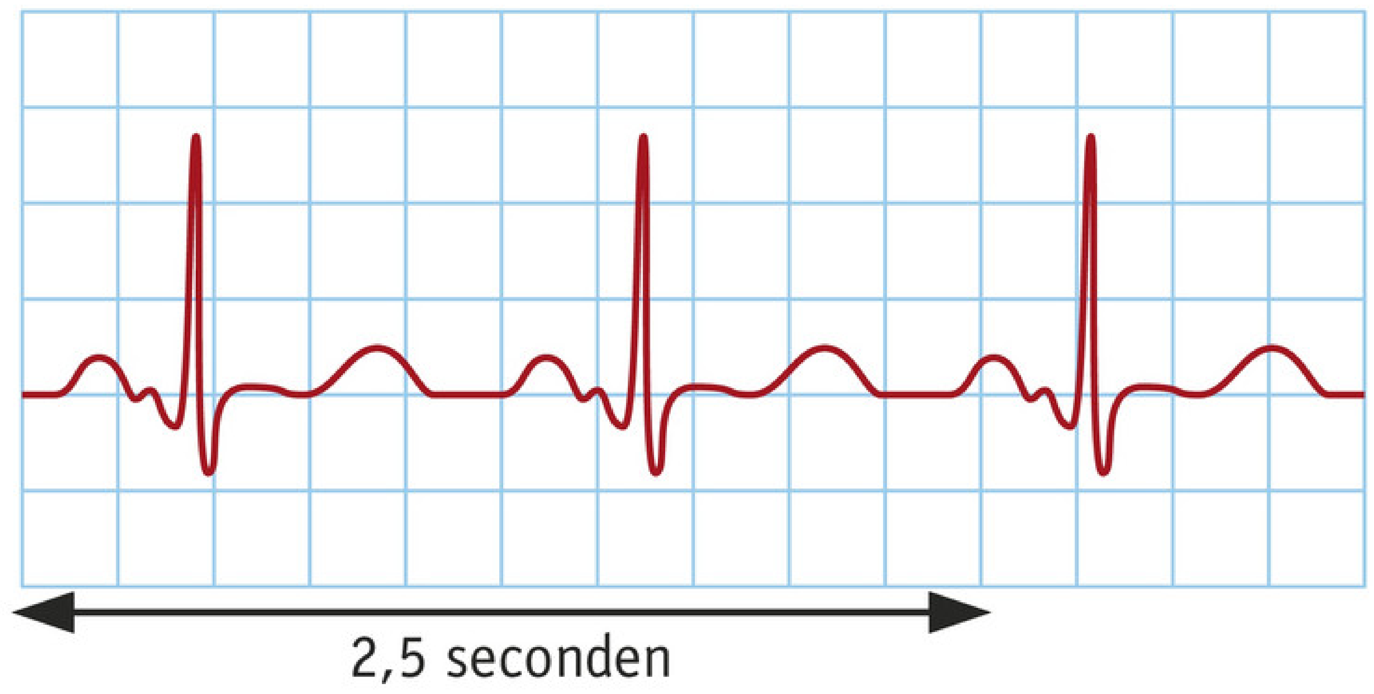
bron: http://mens-en-gezondheid.infonu.nl/

◀ **figuur 24**

Een van de grootheden die op de intensive care wordt gemeten, is de *hartslag* van de patiënt (door het opnemen van een cardiogram).

a Noem de vier andere grootheden die volgens figuur 24 ook op de intensive care worden gemeten.

b In figuur 25 zie je het cardiogram van patiënt P. Karrefiep. Hiermee kun je de 'pols' van deze patiënt bepalen: het aantal hartslagen per minuut.



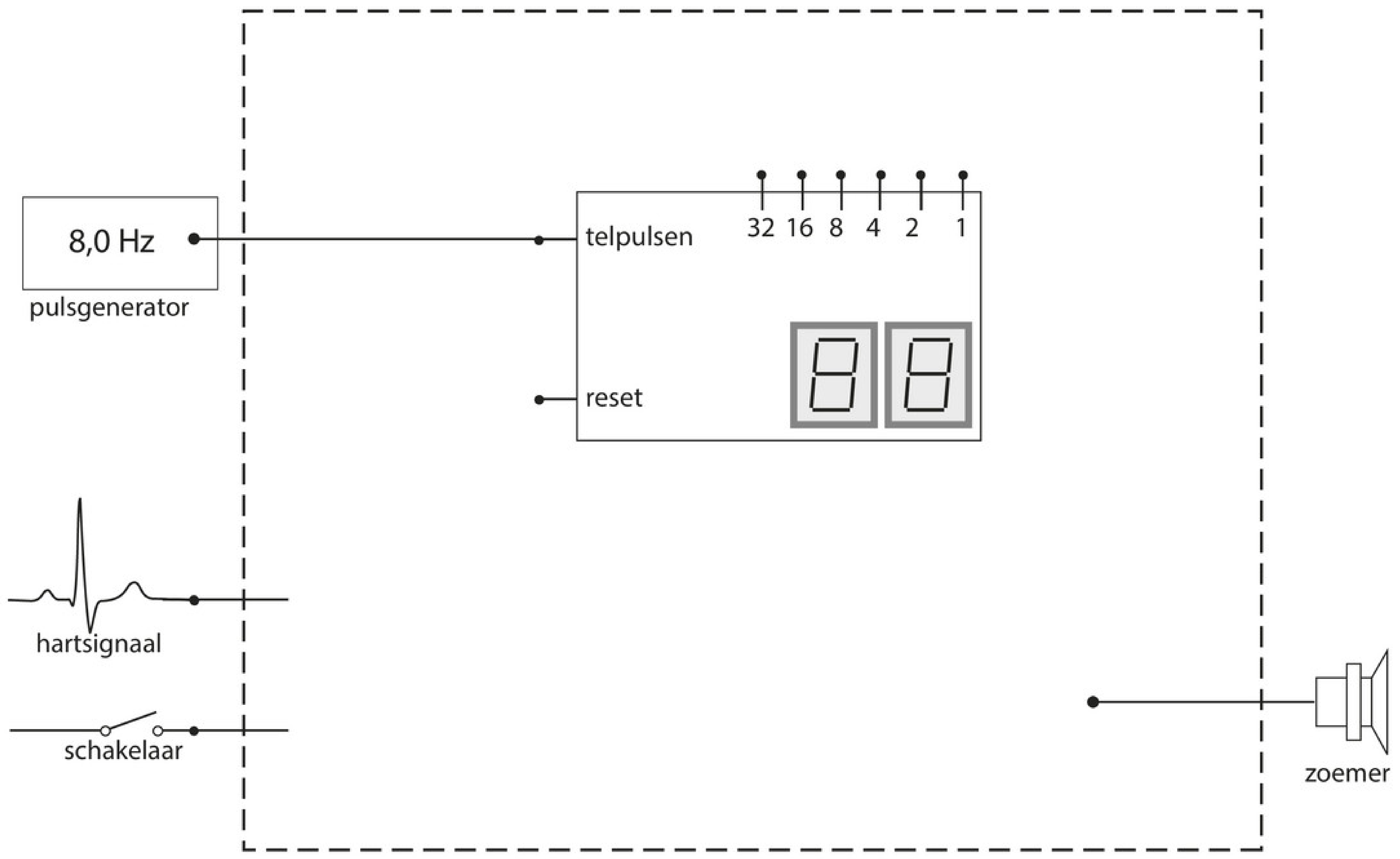
▲ **figuur 25** het opgemeten cardiogram

Bepaal de 'pols' van de patiënt.

c Dit cardiogram is verkregen met een 10-bits AD-omzetter (in een computer) waarmee het hartsignaal eerst is omgezet in een digitaal signaal. Het analoge ingangssignaal varieerde hierbij van –0,35 mV tot +1,25 mV.
Bereken de resolutie (stapgrootte) van deze AD-omzetter.

d De computer is een onderdeel van een automatisch systeem voor hartbewaking. Wanneer dit systeem gedurende 3,0 s geen piek registreert, klinkt een zoemer. Deze blijft in werking totdat iemand het systeem uitschakelt.
Leg uit of dit automatische systeem een meetsysteem, een stuursysteem of een regelsysteem is.

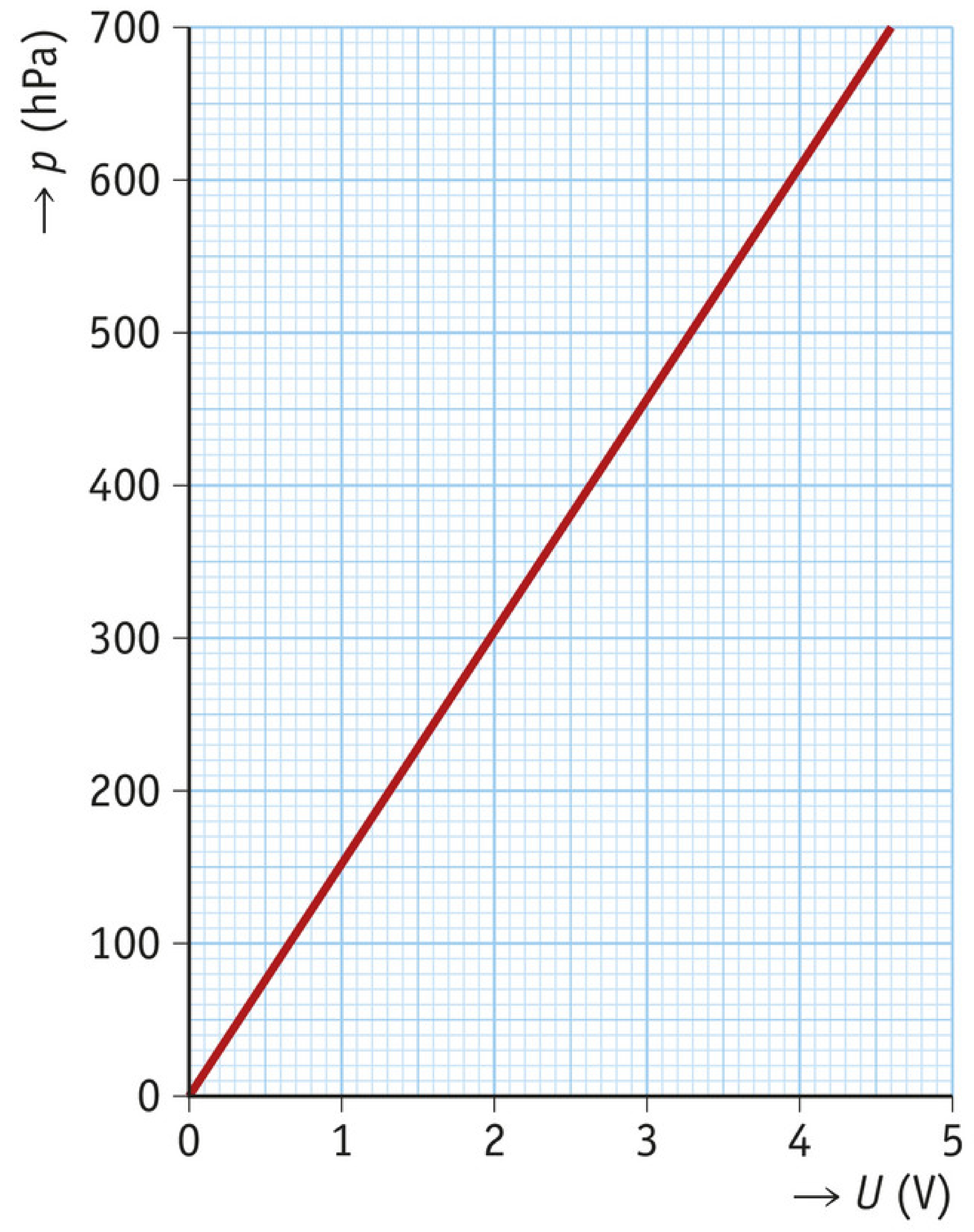
In figuur 26 zijn enkele onderdelen van het automatische systeem getekend. Er ontbreken nog enkele verwerkers. Ook zijn nog niet alle verbindingen getekend. De pulsgenerator is ingesteld op een frequentie van 8,0 Hz.



▲ **figuur 26** het automatische systeem voor hartbewaking

e Teken in figuur 26 de ontbrekende verwerkers en de benodigde verbindingen om het automatische systeem goed te laten werken.

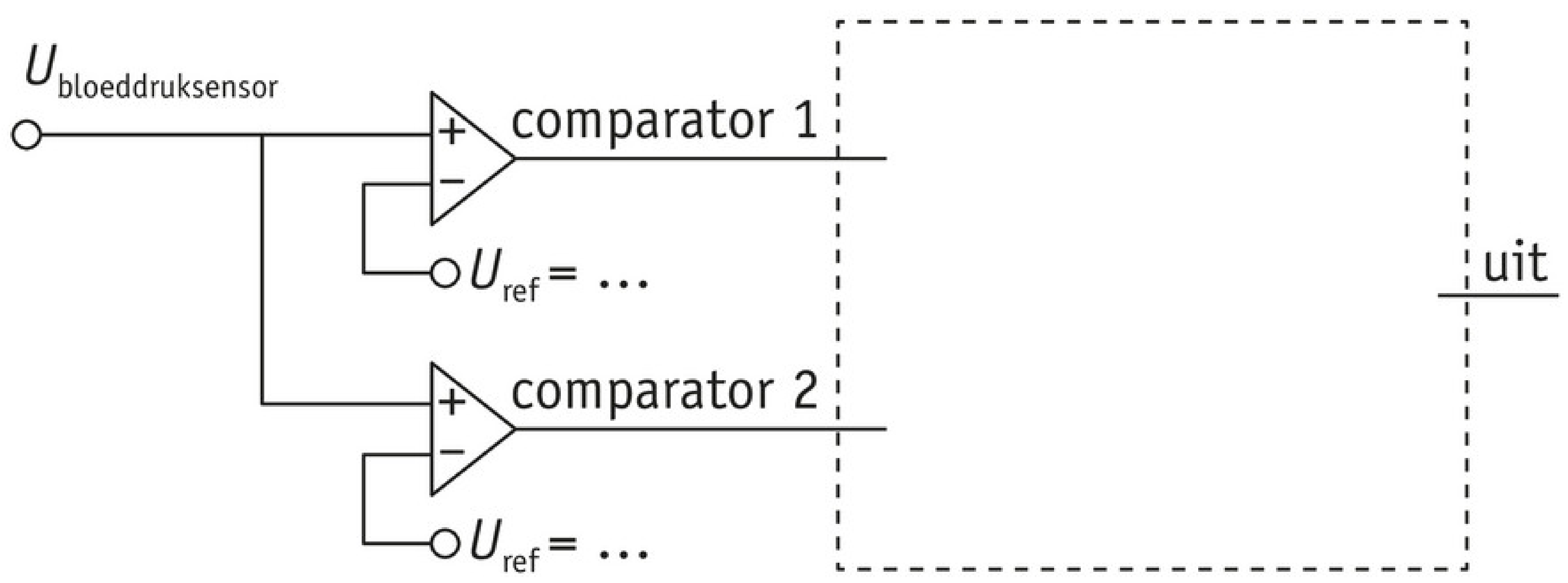
f Ook de bloeddruk van de patiënt wordt nauwkeurig in de gaten gehouden. Een vereenvoudigd geautomatiseerd systeem hiervoor kun je op het systeembord nabootsen met een druksensor. In figuur 27 zie je het ijkdiagram van de druksensor.



▲ **figuur 27** het ijkdiagram van de bloeddruksensor

Bepaal de gevoeligheid van de druksensor in het lineaire gebied.

g Een van de eisen waaraan het systeem op de intensive care moet voldoen is: Als de bloeddruk onder de 80 mm Hg (millimeter kwikdruk) komt of boven de 150 mm Hg, moet er een alarm (zoemer) afgaan. (De zoemer hoeft niet aan te blijven als de bloeddruk weer tussen de 80 mm Hg en 150 mm Hg ligt.) In figuur 28 zie je een deel van het systeem.



▲ **figuur 28** Welke verwerkers ontbreken nog?

Teken in figuur 28 de ontbrekende onderdelen zodat het systeem voldoet aan de eis. Geef ook aan op welke waarden de referentiespanningen van de twee comparatoren moeten worden ingesteld. (In Binas tabel 5 vind je hoe je mm Hg moet omrekenen naar pascal).

naar: examen vwo natuurkunde 1, 2003-I

5 Practicum

Algemene instructie
Bij alle experimenten heb je het systeembord en verbindingssnoeren nodig. Deze zijn verder niet meer bij de benodigdheden vermeld.
Als vuistregel geldt dat je uitgangen alleen met ingangen mag verbinden. Verbind dus nooit uitgangen met elkaar, want dan werken de onderdelen van het systeembord niet meer correct.

EXPERIMENT 1 De temperatuursensor (apparatuurpracticum)

Inleiding
Elke sensor heeft een ijkdiagram. Daaruit kun je aflezen hoe groot de spanning is die hij afgeeft bij een bepaalde waarde van de te meten grootheid. Bovendien kun je de gevoeligheid van de sensor uit de ijkgrafiek halen.

Onderzoeksvraag
Hoe groot is de gevoeligheid van een temperatuursensor?

Benodigdheden
temperatuursensor; spanningsmeter of multimeter; maatbeker met water; thermometer

Uitvoering
- Sluit de sensor aan op het systeembord.
- Meet met de meter de signaalspanning van de sensor bij vijf verschillende temperaturen tussen de 10 en 50 °C. Zet je metingen in een tabel.

Verwerking

1 Maak met je meetwaarden het ijkdiagram van de sensor.
2 Is de ijkgrafiek lineair?
3 Wat kun je zeggen over het bereik van deze sensor?
4 Hoe groot zal de signaalspanning van de sensor vermoedelijk zijn bij 0 °C?
5 Bepaal de richtingscoëfficiënt (het hellingsgetal) van de ijkgrafiek.

Conclusie
6 Beantwoord de onderzoeksvraag.

EXPERIMENT 2 Een stil alarm (onderzoekspracticum)

Inleiding
Alarmsystemen zijn bekende voorbeelden van automatische systemen. Denk aan een buitenlamp die ’s avonds aangaat als er iemand voor de deur staat, of aan een stil inbraakalarm dat bij inbraak een lichtsignaal geeft.

Onderzoeksvraag
Hoe bouw je een stil alarm dat reageert op geluid, een knipperend lichtsignaal geeft en weer kan worden uitgezet?

Benodigdheden
Geen verdere benodigdheden.

Uitvoering
- Bouw een schakeling op het systeembord die aan de volgende eisen voldoet:
  - Het alarm moet afgaan als er een hard geluid klinkt (en dus niet bij een zacht geluid).
  - Als het alarm afgaat, begint er een led te knipperen die steeds 4 s aan is en dan weer 4 s uit is.
  - Het knipperen van de led blijft doorgaan tot er iemand op een drukknop drukt.
- Controleer je schakeling.

Verwerking

1 Welke onderdelen van het systeembord heb je nodig?
2 Heb je een meet-, stuur- of regelsysteem gebouwd?

Conclusie
3 Beantwoord de onderzoeksvraag.
4 Maak een tekening van de schakeling waarin je alleen de gebruikte onderdelen laat zien.

EXPERIMENT 3 Automatische temperatuurregeling (begripspracticum)

Inleiding
In bijvoorbeeld ovens en couveuses is het belangrijk dat de temperatuur zo goed mogelijk op een bepaalde waarde wordt gehouden. Dat kan met een regelsysteem.
Je gaat een systeem bouwen dat de temperatuur van een bekerglas met water constant moet houden.

Onderzoeksvraag
Is het mogelijk met behulp van het systeembord de temperatuur van een bekerglas met water constant te houden?

Benodigdheden
voeding; bekerglas; roerstaaf; verwarmingselement met voeding; temperatuursensor

Uitvoering
- Bouw een schakeling met het systeembord dat het volgende doet:
  – Als de temperatuur in een bekerglas met water onder de 30 °C komt, dan moet het verwarmingselement dat in het bekerglas hangt aangaan.
  – Als de temperatuur boven de 30 °C komt, dan moet het verwarmingselement weer uitgaan.
- Controleer je schakeling.

Tips
- Gebruik het ijkdiagram dat je in experiment 1 hebt gemaakt.
- Sluit het verwarmingselement en zijn voeding aan op het relais.
- Als je geen sensor kunt gebruiken, boots deze dan na met de variabele spanning op het systeembord. Kies dan zelf een spanning die bij 30 °C hoort.

Verwerking

1. Is de regeling van de temperatuur van het water in het bekerglas een proportionele regeling?
2. Waarom zal het nooit lukken om de temperatuur exact op 30 °C te houden?
3. Heb je een meet-, stuur- of regelsysteem gebouwd?

Conclusie

4. Beantwoord de onderzoeksvraag.

Je docent beslist of je de volgende experimenten uitvoert volgens de instructies of dat je de uitgebreide omschrijving krijgt.

EXPERIMENT 4 De AD-omzetter (apparatuurpracticum)

Inleiding
Apparaten die met computerchips werken, kunnen alleen binaire signalen verwerken. Daarom is een AD-omzetter belangrijk: die kan analoge signalen in discrete omzetten.

Onderzoeksvraag
Op welke manier zet de AD-omzetter van het systeembord analoge signalen om in discrete signalen?

ONDERZOEK Flessenteller

Inleiding
In paragraaf 2 staat een opdracht over een systeem dat flessen telt die op een lopende band voorbijkomen (opdracht 10).
Je gaat nu zelf met het systeembord een goed werkende flessenteller bouwen.

Praktisch
- Je mag ook andere objecten kiezen om te tellen.
- Een echte lopende band zou mooi zijn, maar je mag de objecten ook met de hand langs de teller bewegen.

Antwoorden

Hier vind je de numerieke antwoorden op de vragen in het boek.
De volledige uitwerkingen staan in het uitwerkingenboek.

1 Beweging

Praktijk

2 b $1{,}0 \cdot 10^4$ m
3 b 0,90 km
c 44 s
4 a 8,87 m s^{-2}
b 21 m s^{-1}
c 26 m
+5 a 1,293 kg/m^3
b 981 N
c $4 \cdot 10^1$ m s^{-1}
d 5,4 m s^{-1}

Theorie

3 a $1{,}23 \cdot 10^{-1}$
b $7{,}134 \cdot 10^1$
c $4{,}5 \cdot 10^{-2}$
d $7{,}8013 \cdot 10^4$
4 a 1,2 km s^{-2}
b $1{,}715 \cdot 10^{-3}$ kW
c $3{,}5 \cdot 10^{-2}$ ks
d $1{,}38 \cdot 10^{-1}$ kN
5 $9{,}205 \cdot 10^6$ J
6 1219 m
7 a $2{,}4 \cdot 10^3$ kg m^{-3}
b $3{,}74 \cdot 10^8$ s
c 273 K
d $2\,\pi \cdot r$
8 5,269 AE
12 a 0,5 km
b $5 \cdot 10^4$ W
c 0,0005 s
d 0,0005 mm
e 0,05 °C
14 a $7{,}2 \cdot 10^{-2}$ m
b $2{,}8 \cdot 10^3$ dm
c $2{,}01 \cdot 10^{-1}$ km
d $6{,}8 \cdot 10^{-1}$ m^2
e $2{,}00 \cdot 10^8$ cm^3
16 20 cm^3
19 a $2 \cdot 10^2$ s
b 2 m
20 a $1{,}34 \cdot 10^4$ m
b $4{,}00 \cdot 10^8$ N
c $4{,}8 \cdot 10^{-3}$ s
d $6 \cdot 10^{11}$ J
e $6{,}5 \cdot 10^{-8}$ m
f $4{,}0 \cdot 10^8$ W
21 b 8,18 dm^3
c 2,3 dm
+22c $V_{max} = 106$ m^3
$V_{min} = 98{,}0$ m^3
24 a 20 m/s
b 6,9 m s^{-1}
c $1{,}1 \cdot 10^9$ km/h
d $3{,}60 \cdot 10^2$ km h^{-1}
e 59 km h^{-1}
25 3 m s^{-1}
26 a $4 \cdot 10^1$ km h^{-1}
b $7{,}2 \cdot 10^4$ m
c $1{,}3 \cdot 10^3$ m
d 18 km h^{-1}
e 5,4 h
27 a 0,1387 h
b $2{,}6 \cdot 10^2$ s
d minimaal: $0{,}078 \cdot 10^{12}$ m
maximaal: $0{,}378 \cdot 10^{12}$ m
28 a 110 m
d 15 m
29 b 45 m
33 a 0,66 m s^{-1}
b 10 m s^{-1}
c 3,4 m s^{-1}
d 6,3 m s^{-1}
35 a 2,8 m s^{-1}
b –1,7 m s^{-1}
c –1,4 m s^{-1}
d –2,7 m s^{-1}
36 81 km h^{-1}
37 a 3,6 m s^{-1}
b 0,38 m s^{-1}
c –2,1 m s^{-1}
d 0,63 m s^{-1}
39 b 25,00 m s^{-1}
c 9,091 m s^{-1}
d –38 m s^{-1}
+40 7,0 km
+43 110 km h^{-1}
44 a 3,0 m s^{-2}
b 2,1 m s^{-2}
c 9,8 m s^{-2}
45 a 15 m s^{-1}
46 a 0,480 m s^{-2}
b $t = 0$ s: 4,0 m s^{-1}
$t = 20$ s: 13,6 m s^{-1}
c 250 m
47 $2{,}3 \cdot 10^2$ s
48 b 98 m s^{-1}
c 103 m s^{-1}
+50c 0,50 m s^{-2}
d $a_{0,0}$: 3,1 m s^{-2}
$a_{4,0}$: 0,41 m s^{-2}
$a_{8,0}$: 0,20 m s^{-2}
53 a 28 m s^{-2}
b $4{,}5 \cdot 10^5$ m
54 a 1,7 m s^{-2}
b 33 m
c 12,4 s
55 a 6,4 m
b 10 m
c 4 m
56 b 5 mm
c 21 mm
d 2,0 m s^{-2}
57 b 7,8 m s^{-2}
c $1{,}5 \cdot 10^3$ m
d 44 m s^{-1}
+59a 26 m s^{-1}
b $1{,}8 \cdot 10^2$ m
62 54 m
64 b 60,0 m
c –3,0 m s^{-2}
65 c –30 m s^{-2}
d 10 m s^{-2}
e $5{,}0 \cdot 10^2$ m
67 3,3 m hoog
68 a 3,8 m s^{-2}
69 a 24,3 m s^{-1}
+70a auto 1: –3,7 m s^{-2}
auto 2: –1,1 m s^{-2}
b auto 1: 67 m
auto 2: 55,6 m
c 5,6 s
d 33 m
73 a $1{,}357 \cdot 10^3$ km h^{-1}
d $8{,}50 \cdot 10^5$ m^3
e 58,8 m
f 4,3 m s^{-1}

g 65 m s^{-1}
h 302 m s^{-1}

2 Elektriciteit

Praktijk

1 a $7{,}2·10^{-3}$ A
c 0,460 A
3 a 80 A

Theorie

2 b $2{,}5·10^{17}$
6 a 26
b $4{,}16·10^{-18}$ C
c 26
d $3{,}20·10^{-19}$ C
8 a $2{,}0·10^{-2}$ A
b $5{,}0·10^{4}$ V
c $1{,}40·10^{-4}$ A
d $2{,}30·10^{-1}$ kV
e $1{,}5·10^{2}$ mA
9 b 12 V
10 a $5{,}7·10^{-3}$ C
b $3{,}6·10^{16}$
11 a 8 batterijen
c 9 V
12 a 40 C
b 10 C
c 33 mA
+13a 1,3 A
b $4{,}4·10^{22}$ elektronen
d 1,4 Ah
f 39 600 s
15 $1{,}5·10^{-4}$ S
16 22 V
17 3,6 V
18 b 0,27 S
21 c $8{,}5·10^{2}$ Ω
d $1{,}2·10^{2}$ Ω
22 $1{,}0·10^{2}$ V
24 a A: $17·10^{-9}$ m^2
d: 0,15 mm
b l: $5{,}1·10^{4}$ m
d: 1,6 mm
c A: $1{,}3·10^{-9}$ m^2
l: 1,0 m
d R: $12·10^{-6}$ Ω
d: 0,15 m
e A: $50·10^{-4}$ m^2
R: $13·10^{-2}$ Ω
f $1{,}45·10^{-9}$ m^2
25 a 2× zo klein
b 4× zo groot
c 2× zo groot
26 a $3{,}5·10^{-3}$ Ω
27 a 1,8 mm
b 0,41 Ω
28 a 0,71 A
b I = 1,4 A
d 2,8 A
29 a 1,0 mm^2
b $1{,}1·10^{-3}$ Ω
c $1{,}1·10^{-5}$ V
30 a $2{,}5·10^{12}$ Ω
b $9{,}2·10^{-11}$ A
+31 $1{,}7·10^{3}$ °C
+32a 4,0 Ω
b 0,25 cm
35 b $4{,}5·10^{-2}$ A
36 a 24 °C
38 a a = 5,0 cm: $6{,}3·10^{2}$ Ω
a = 15 cm: $1{,}8·10^{3}$ Ω
a = 25 cm: $4{,}7·10^{3}$ Ω
a = 35 cm: $8{,}3·10^{3}$ Ω
39 b 44 Ω
c 8,0 V
+40b $2{,}1·10^{-5}$ m
c $6{,}5·10^{-3}$ K–1
d $1{,}1·10^{3}$ °C
42 a 70 Ω
b 0,11 A
c 3,4 V
d 0,014 S.
e 40 Ω
43 a 0,035 S
b 29 Ω
c 57 V
d 0,29 A
e 0,025 S
44 a 9,2 V
b 30,8 V
c 1,2 A
d 0,050 S
e 0,065 S
45 a 143 mA
b 39 mA
c $6{,}5·10^{-3}$ S
46 b 19 m
c $1{,}8·10^{3}$ Ω
47 a 0,60 m
b 8,3 A
c 0,17 V
48 a $2{,}2·10^{2}$ Ω
+49a 455 Ω
b $6{,}4·10^{-2}$ A
c 1,6 V
d $8{,}8·10^{-2}$ A
52 a 3,5 W
b 0,015 A
53 a 33,1 Ω
b 1,1 m
55 b $2{,}6·10^{18}$ elektronen
c 5,0 W
d 99 h
e 3,6 mm
f 0,049 A

3 Krachten

Praktijk

1 a $1{,}2·10^{2}$ kg
b $1{,}1·10^{2}$ N
c 6,4 N

Theorie

3 a $1{,}2·10^{2}$ N
b 1,0 cm ≙ 20 N
4 0,15 m
5 a $1{,}08·10^{3}$ N
b 178 N
c 178 N
6 $6{,}2·10^{2}$ kg
10 a F_1: $4{,}1·10^{2}$ N
F_2: $3{,}0·10^{2}$ N
b $5{,}0·10^{2}$ N
c 37°
d 37°
12 a Tekening a:
F_{res}: 6,2 N; richting:
F_{res} maakt een hoek van 117° met F_3
Tekening b:
F_{res}: 30 N; richting: omhoog
Tekening c:
F_{res}: 79 N; richting:
F_{res} maakt een hoek van 63° met F_2
c Tekening a: F_{extra} = 6,2 N tegengesteld gericht aan F_{res}
Tekening b: F_{extra} = 30 N tegengesteld gericht aan F_{res}, dus omlaag
Tekening c: F_{extra} = 79 N tegengesteld gericht aan F_{res}
13 b 18 N

c 34°
+14a 0,44 N
d 0,509 N
e 120°
17 a F_x: 19 kN
F_y: 16 kN
b F_x: $19 \cdot 10^3$ N
F_y: $16 \cdot 10^3$ N
18 c $7{,}6 \cdot 10^2$ N
d $2{,}8 \cdot 10^2$ N
19 b F_z: 0,040 N
F_N: 0,036 N
F_w: 0,017 N
20 a ≙ $7 \cdot 10^1$ N
30 a 2,5 m s^{-2}
b 38 m s^{-1}
c 38 m s^{-1}
31 a 3,0 m s^{-2}
b $9{,}0 \cdot 10^2$ kg
c 0 N
32 a 20 N
b 20 N
c 20 N
d 20 N
e 14 N
f 26 N
g 26 N
33 a –0,67 m s^{-2}
b 15 s
34 a 1,1 m s^{-2}
b 1,1 m s^{-2}
35 b $0{,}9 \cdot 10^2$ N
c 2,1 m s^{-2}
38 $5{,}9 \cdot 10^2$ N
42 $1{,}5 \cdot 10^3$ N
43 a 3,0 N
b 3,0 N (naar boven gericht)
44 b $3{,}8 \cdot 10^2$ N
c $2{,}6 \cdot 10^2$ N
45 a $5{,}4 \cdot 10^4$ N
b $38 \cdot 10^4$ N
46 a 10 kg
+47 15 N
+48a $4{,}58 \cdot 10^3$ N
b $2{,}29 \cdot 10^3$ N
c $2{,}29 \cdot 10^3$ N
49 b $1{,}6 \cdot 10^2$ kN (naar boven gericht)
c $1{,}6 \cdot 10^2$ kN (naar boven gericht)
d 156 kN
f 85,3 MN
g 42,7 MN

4 Materialen

Praktijk

2 c 3× groter
3 b $5{,}0 \cdot 10^{-5}$ N

Theorie

4 a $1{,}135 \cdot 10^4$ kg m^{-3}
b 7,87 g cm^{-3}
c $9{,}982 \cdot 10^{-4}$ kg m^{-3}
d 1,293 g L^{-1}
e $7{,}90 \cdot 10^2$ g L^{-1}
5 $2{,}70 \cdot 10^{-1}$ kg
6 24 m
7 2,1 kg
9 b 8,99%
+10b $1{,}4 \cdot 10^2$ cm^3
12 a $2{,}0 \cdot 10^3$ N m^{-1}
b 50 N cm^{-1}
c $6{,}70 \cdot 10^3$ N cm^{-2}
d $2{,}28 \cdot 10^6$ N m^{-2}
e $4{,}0 \cdot 10^8$ N m^{-2}
13 b $1{,}6 \cdot 10^2$ N cm^{-1}
14 b 3× de oorspronkelijke lengte
15 a $3{,}5 \cdot 10^6$ N m^{-2}
b 0,010
c 1,0%
d $3{,}5 \cdot 10^8$ N m^{-2}
16 $9{,}0 \cdot 10^6$ N m^{-2}
17 $9{,}5 \cdot 10^2$ kg
18 a 2× groter
b blijft gelijk
c 4× kleiner
d 4× kleiner
+19a 6,0 N cm^{-1}
b 0,27 cm
c 18 N cm^{-1}
+20a $5{,}2 \cdot 10^3$ m
b $8{,}9 \cdot 10^2$ kg m^{-3}
22 a 273 K
b –273 °C
c 373 K
d –173 °C
23 60 K
24 $4{,}1 \cdot 10^5$ J
25 32 °C
26 a $6{,}8 \cdot 10^6$ J
b $3{,}4 \cdot 10^3$ s
27 d $209 \cdot 10^3$ J
e $668 \cdot 10^3$ J
28 b $3{,}6 \cdot 10^6$ J
29 b c_A: $2{,}4 \cdot 10^3$ J kg^{-1} K^{-1}
c_B: $1{,}8 \cdot 10^3$ J kg^{-1} K^{-1}
+31a $8{,}36 \cdot 10^3$ J
b 287 g
35 a $2 \cdot 10^3$ W
c $2 \cdot 10^3$ W
36 b 0,091 m^3
38 c 13 W
e 0,043 W m^{-1} K^{-1}
f 19 cm
39 d $1{,}5 \cdot 10^5$ S K W^{-1}
+40a 101 °C
42 a $1{,}0 \cdot 10^{-5}$ mm
b $5{,}1 \cdot 10^6$ m^3
43 $4{,}3 \cdot 10^{-2}$ mm × $4{,}3 \cdot 10^{-2}$ mm
46 a $2{,}17 \cdot 10^{-3}$ kg (= 2,17 g)
b Na: $3{,}818 \cdot 10^{-26}$ kg
Cl: $5{,}887 \cdot 10^{-26}$ kg
c $2{,}24 \cdot 10^{22}$
47 a $1{,}8 \cdot 10^9$ N m^{-2}
b $3{,}3 \cdot 10^{10}$ N m^{-2}
c 36 kN
d 422 mm
f $2{,}2 \cdot 10^2$ kg
g $9{,}5 \cdot 10^2$ W
h composietmateriaal: $1{,}0 \cdot 10^2$ W
steenwol: $1{,}6 \cdot 10^2$ W

5 Arbeid en energie

Praktijk

3 $9{,}9 \cdot 10^3$ MJ
4 a $3{,}3 \cdot 10^{11}$ kg
b $1 \cdot 10^{13}$ J
c $1 \cdot 10^8$ W
d $4 \cdot 10^1$ h

Theorie

3 $1{,}6 \cdot 10^3$ N
4 0,51 m
5 a 141 J
b –141 J
c 0 J
d 141 J
7 a $5{,}8 \cdot 10^{12}$ J
8 $4{,}2 \cdot 10^5$ J
9 b 0,40 N
c $3{,}2 \cdot 10^{-2}$ J
d $1{,}8 \cdot 10^{-2}$ J
15 a $2{,}4 \cdot 10^3$ J
b $6{,}1 \cdot 10^2$ J
16 a 18× zo groot
b 6× zo groot
17 B

18 a $4{,}7 \cdot 10^2$ J
b $-4{,}3 \cdot 10^2$ J
19 a $6{,}96 \cdot 10^{15}$ J
20 a $1{,}16 \cdot 10^{-4}$ kg
b $1{,}9 \cdot 10^3$ J
c 52 mL
21 a $1{,}5 \cdot 10^7$ J kg^{-1}
b 4,1 kWh kg^{-1}
22 a $3{,}3 \cdot 10^7$ J
b $7 \cdot 10^7$ J
23 5,4 km
24 $1{,}08 \cdot 10^8$ J
26 a 8,9 m s^{-1}
b 8,3 m s^{-1}
c 11 m s^{-1}
27 a 0,50 m
b $1{,}7 \cdot 10^3$ m s^{-1}
28 10,0 m
29 a 6,8 J
b 5,6 m s^{-1}
30 46,5 m s^{-1}
31 a 320 m
b 71 km h^{-1}
32 $1{,}0 \cdot 10^5$ N
33 a 25 N
b 8,7 m s^{-1}
+34a 1,4 N
b $-8{,}4 \cdot 10^2$ J
c $s = 0$ m: $E_{k,eind} = 837{,}5$ J
$s = 600$ m: $E_{k,eind} = 0$ J
38 a: 5,00 J
b: 0,19 J
c: 6,00 J
39 a 82 m
b 68 m
40 a 46,5 m s^{-1}
41 a 447 J
b $3{,}2 \cdot 10^3$ N
42 a 19,8 m s^{-1}
b 20,2 m s^{-1}
c 20,2 m s^{-1}
d 20,2 m s^{-1}
43 a 0,024 J
b 0,024 J
44 a $1{,}0 \cdot 10^3$ m
b 19 620 J
+45a $1{,}4 \cdot 10^2$ J kg^{-1} °C^{-1}
b $1{,}28 \cdot 10^2$ J kg^{-1} °C^{-1}
47 37 W
48 $1{,}0 \cdot 10^6$ W
49 57 W
50 a 1,75 m
b $4{,}1 \cdot 10^3$ W
c 6,0 m s^{-1}
51 a $1{,}6 \cdot 10^6$ W
52 a 63%
b 38 N
53 $2{,}7 \cdot 10^2$ s
54 a $1{,}3 \cdot 10^4$ J
b 720 N
55 a $1{,}1 \cdot 10^{15}$ J
b $3{,}3 \cdot 10^{17}$ J
d $2{,}2 \cdot 10^7$ J
e 49 m s^{-1}
f $8{,}33 \cdot 10^8$ W
g 3,3 mm

6 Spiegels en lenzen

Praktijk

2 a 17 mm

Theorie

8 1,3
9 26°
11 a 1,72
b 3,28 dpt
+12 $6{,}6 \cdot 10^{-2}$ m
20 b 1,5
21 a 2,0
b 0,013
c 0,036 m
d 0,38 m
22 a $7{,}7 \cdot 10^{-4}$
b 36 m
23 a 14 m
b 0,12 m
c 9 mm
24 82 mm
25 $2{,}9 \cdot 10^{-3}$ m
26 1 mm
+27 $1{,}4 \cdot 10^9$ m
28 b $r = 4{,}6$ cm
c 2,3 cm
d 12 dpt

7 Technische automatisering

Theorie

5 e $1{,}00 \cdot 10^3$ J kg^{-1} K^{-1}
f 943 s
g tussen 21,6 °C en 22,2 °C
10 b 148 lux ($1{,}5 \cdot 10^2$ lux)
c 0,018 V lux^{-1}
d 0 tot 150 lux
+11b NTC: 2,8 V
weerstand: 2.2 V
14 a 1101110
b 6
15 b 256
c 0,0195 V (0,020 V)
+16b 0,7 m s^{-1}
c 0,1 m
22 a 9
b 15
c 6
d 2 Hz
25 b 51 slagen per minuut
c 0,001 56 mV (per bit)
f 0,0066 V hPa^{-1}
g comparator 1: 1,3 V
comparator 2: 0,70 V

Register

Colofon

Auteurs
Rick Cremers
Louis Lenders
François Molin

Eindredactie
Emile Verstraelen

Met medewerking van
Fons Alkemade
Bart-Jan van Lierop

Ontwerp
Uitgeverij Malmberg, 's-Hertogenbosch

Foto omslag
Shutterstock / Maximusmeridi

Opmaak
Nieuwe Stijl, Den Haag

Beeldverwerving
B en U International Picture Service, Amsterdam

Illustraties
Herman Sittrop Grafisch Realisatiebureau, Nijmegen

Foto's
Imageselect, Wassenaar: p. 5, 105 o, 116 b
Shutterstock: p. 6 b, 7 b, 8 l. 60. 61 l, r, 63 l, 102, 105 lb, rb, 115 b, 161, 163, 164 o, 195, 205, 235, 238, 245, 284, 285 lb, rb, 286
Science Photo Library / ANP Photo, Rijswijk: p. 6 o, 86 lo, 197
Getty Images: p. 59, 113, 118, 119, 209, 282
Hollandse Hoogte, Den Haag: p. 64 lo, 103 lb, 115 o, 156, 162, 203, 206, 240 b, 285 ro
Visual Photo Design, Weurt: p. 66, 83 l, m, r, 141, 159, 186, 188, 283, 288, 294, 299, 302
Fresh Images / BSR Agency, Haarlem: p. 71
Sinar AG: p. 103 rb
Canstockphoto: p. 114
123RF: p. 115 m
Reuters / ANP Photo, Rijswijk: p. 116 o
Eurofysica: p. 121
Examen HAVO 2013-2: 146 b
Examen HAVO 2014-2: 146 o (3x)
Examen HAVO 2015-2: 155
Thijs Schouten: p. 164 b
Dr. Edward Laitila, Michigan Technological University Dept of Materials Science and Engineering: p. 175
iStockphoto: p. 204, 246
Dreamstime: p. 223
Examen HAVO 2006-1: p. 240 o
Pim Rusch Fotografie, Leiden: p. 250
Examen HAVO 2007-2: p. 277
Offgridweb.com: p. 278

ISBN: 978 94 020 1319 1
Editie 2018, vijfde oplage

MALMBERG

AUTEURS
Rick Cremers
Louis Lenders
François Molin

EINDREDACTIE
Emile Verstraelen

MET MEDEWERKING VAN
Fons Alkemade
Bart-Jan van Lierop



- Dit boek is van jou.
- Je mag in dit boek schrijven en aantekeningen maken.
- Je hebt ook toegang tot de online leeromgeving.

ISBN 978 94 020 1319 1
9 789402 013191
566696

MALMBERG